

# מתמטיקה

שאלון 582

מבחני בגרות ובחינות חזרה



## הקדמה כללית:

ספרי התרגילים של גול הינם פרי של שנות ניסיון רבות בהוראת חומרי הלימוד ובהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה הן בבתי הספר התיכוניים, הן בבתי הספר הפרטיים והן במכינות האוניברסיטאיות.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

## מבנה ספר הבגרות של גול:

הספר מורכב מבגרות משנים קודמות. שימו לב, מטרת חוברת הבחינות היא להכין אתכם בצורה הטובה ביותר לבגרות. על מנת להתכונן ברמת הבגרות תוכלו להיעזר בבחינות משנים קודמות.

ניתן למצוא את הפתרונות מלאים בוידאו באתר הבגרות של גול לכל השאלות שבספר זה. הפתרונות מלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותנו היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

**בהצלחה!**

**צוות האתר גול**

### מיקוד קיץ 2023 לבגרויות משנים קודמות:

שנה	מועד	שאלה	מיקוד	הערות למיקוד
2013	חורף	1		
		2		
		3		
		4		
		5	ירד	
2013	קיץ א	1		
		2	סעיף ב-2 ירד	
		3		
		4		
		5		
2013	קיץ ב	1	ירד	
		2		
		3		
		4	ירד	
		5	סעיפים ב-ג ירדו	
2014	חורף	1		
		2		
		3		
		4		
		5	ירד	
2014	קיץ א	1		
		2		
		3		
		4		
		5		
2014	קיץ ב	1		
		2		
		3		
		4		
		5		
2014	קיץ ג	1		
		2		
		3		
		4	סעיף ג-3 ירד	
		5		
2015	חורף	1		
		2		
		3		
		4		
		5		
2015	קיץ א	1		
		2		
		3		
		4		
		5		
2015	קיץ ב	1		
		2	סעיף ב-2 ירד	
		3		
		4		
		5		

		1	חורף	2016
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ א	2016
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ ב	2016
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	חורף	2017
		2		
	סעיף ד ירד	3		
		4		
		5		
		1	קיץ א	2017
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ ב	2017
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	חורף	2018
		2		
סדרה חשבונית עם מרוכבים	סעיפים ב-2-1 ירדו	3		
		4		
נפח גוף סיבוב	סעיף ב ירד	5		

		1	קיץ א	2018
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ ב	2018
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	חורף	2019
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ א	2019
		2		
	סעיף ד-2 ירד	3		
		4		
		5		
		1	קיץ ב	2019
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	חורף	2020
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ א	2020
		2		
		3		
		4		
		5		
		1	קיץ ב	2020
		2		
		3		
		4		
		5		

## תוכן העניינים:

8	שאלון 582
8	בגרות משנים קודמות
8	בגרות חורף 2013
11	תשובות סופיות
12	בגרות קיץ 2013 מועד א'
14	תשובות סופיות
15	בגרות קיץ 2013 מועד ב'
18	תשובות סופיות
19	בגרות חורף 2014
21	תשובות סופיות
22	בגרות קיץ 2014 מועד א'
24	תשובות סופיות
25	בגרות קיץ 2014 מועד ב'
27	תשובות סופיות
28	בגרות קיץ 2014 מועד ג'
30	תשובות סופיות
31	בגרות חורף 2015
33	תשובות סופיות
34	בגרות קיץ 2015 מועד א'
36	תשובות סופיות
37	בגרות קיץ 2015 מועד ב'
39	תשובות סופיות
40	בגרות חורף 2016
42	תשובות סופיות
43	בגרות קיץ 2016 מועד א'
46	תשובות סופיות
47	בגרות קיץ 2016 מועד ב'
50	תשובות סופיות
51	בגרות חורף 2017
53	תשובות סופיות
54	בגרות קיץ 2017 מועד א'
57	תשובות סופיות

59..... בגרות קיץ 2017 מועד ב' :  
61..... תשובות סופיות :  
62..... בגרות חורף 2018 :  
65..... תשובות סופיות :  
66..... בגרות קיץ 2018 מועד א' :  
69..... תשובות סופיות :  
70..... בגרות קיץ 2018 מועד ב' :  
73..... תשובות סופיות :  
74..... בגרות חורף 2019 :  
77..... תשובות סופיות :  
78..... בגרות קיץ 2019 מועד א' :  
82..... תשובות סופיות :  
83..... בגרות קיץ 2019 מועד ב' :  
87..... תשובות סופיות :  
88..... בגרות חורף 2020 :  
91..... תשובות סופיות :  
92..... בגרות קיץ 2020 מועד א' :  
95..... תשובות סופיות :  
96..... בגרות קיץ 2020 מועד ב' :  
99..... תשובות סופיות :

# שאלון 582

## בגרות משנים קודמות

בגרות חורף 2013:

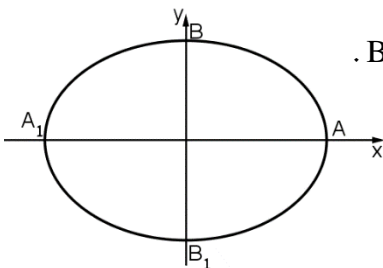
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $a > b$  (ראה ציור).



$F_1$  ו- $F_2$  הם מוקדי האליפסה וקדקודיה הם:  $A, A_1, B, B_1$ .

נתון כי המוקד  $F_1$  הוא אמצע הקטע  $AF_2$ .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא  $\sqrt{17}$ .

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה.

המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור  $[xy]$ , הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא  $S(0,3,4)$ .

מצא את נפח הפירמידה.

(2) שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני,

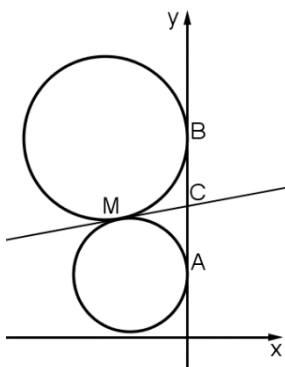
משיקים לציר ה- $y$  בנקודות  $A(0,1)$  ו- $B(0,3)$ .

המעגלים משיקים זה לזה בנקודה  $M$  (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את

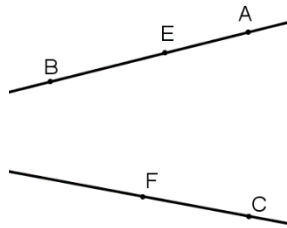
ציר ה- $y$  בנקודה  $C$ . הראה כי  $MC = \frac{1}{2}AB$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:





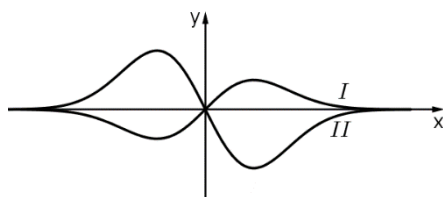
- i. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.
- ii. מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M, ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?
- ג. המדריך של הפרבולה  $y^2 = 2px$  משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב. מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.



- 3) נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר. נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור). נסמן:  $\vec{EA} = \underline{w}$ ,  $\vec{FE} = \underline{v}$ ,  $\vec{CF} = \underline{u}$ . נתון:  $|\underline{u}| = \sqrt{7}$ ,  $|\underline{v}| = \sqrt{13}$ ,  $|\underline{w}| = \sqrt{5}$ ,  $\underline{v} \perp \underline{u}$ ,  $\underline{v} \perp \underline{w}$ . קוסינוס הזווית בין הווקטורים הוא  $\underline{w}$  ו- $\underline{u}$  הוא  $\frac{\sqrt{35}}{10}$ .
- א. מצא את גודל הזווית ABC. נתון גם:  $A(0, 2, 3)$ ,  $B(2, 6, 3)$ . מישור  $\pi$  עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB.
- ב. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .
- ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור  $\pi$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5. שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- 4) נתונות הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ . הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת  $g'(x)$  מקיימות:  $g'(x) = -2f(x)$ . בצור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g'(x)$ .

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$  ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ . נמק.

ב. נתון גם:  $g'(x) = -2xe^{-x^2}$ ,  $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$ .

מצא עבור אילו ערכים של  $x$  הגרף של הפונקציה  $f(x)$  נמצא מעל הגרף של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. הישר  $l_1$  עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

הישר  $l_2$  עובר דרך המקסימום של הפונקציה  $f(x)$  ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

מצא את משוואת הישר  $l_1$  ואת משוואת הישר  $l_2$ .

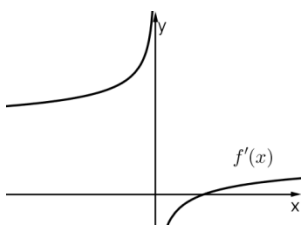
ד. השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_1$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_1$ .

השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_2$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_2$ .

מהו היחס  $\frac{S_1}{S_2}$ ? נמק.



5) בצויר שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{2\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[3]{x}}$ .

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ומצא:

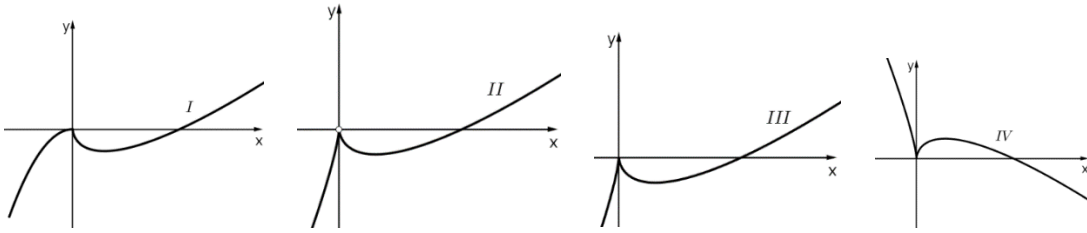
i. את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ii. את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר  $y = -1$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



### תשובות סופיות:

- (1) א.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$       ב.  $8\sqrt{2}$
- (2) א. הוכחה.      ב. (i).  $x^2 + (y-2)^2 = 1$
- ב. (ii). קשת המעגל  $x^2 + (y-2)^2 = 1$ , ברביע השני ( $x < 0$ ), ג.  $(9, -6)$ ,  $(9, 6)$
- (3) א.  $80.9^\circ$       ב.  $x + 2y - 14 = 0$       ג.  $9.1^\circ$
- (4) א.  $f(x) - I$ ,  $g'(x) - II$       ב.  $x > 1$
- ג.  $l_1: x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $l_2: x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       ד. 1
- (5) א. (i). עלייה:  $x > 1$  או  $x < 0$  ירידה:  $0 < x < 1$ .
- א. (ii). כלפי מעלה:  $x > 0$  או  $x < 0$ , כלפי מטה: אין.      ב.  $(0, 0)$ ,  $(3\frac{3}{8}, 0)$
- ג. גרף III.

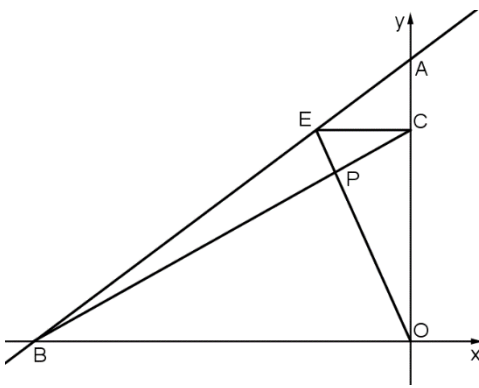
## בגרות קיץ 2013 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



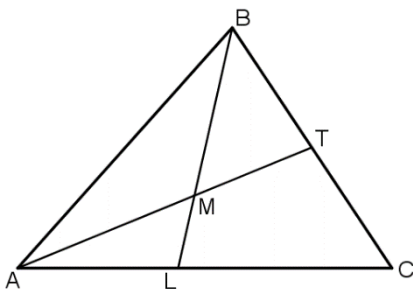
(1) נתונות הנקודות:  $A(0, 6)$ ,  $B(-8, 0)$ .

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים ישר המקביל לציר ה-x (הנקודה E שונה מ-A ומ-B). הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C. הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P. O – ראשית הצירים.

א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה  $P_0$  נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO. מצא את שטח המשולש  $AP_0O$ .

(2) במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT. הנקודה L נמצאת על הצלע AC.



AT ו-BL נפגשים בנקודה M (ראה ציור).  
נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$ ,  $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$ .

א. נתון:  $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$ .

מצא את הערך של  $\alpha$  ואת הערך של  $\beta$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים:  $AT = \sqrt{50}$ ,  $\underline{v} = (7, 7)$ ,  $A(1, 0)$ .

עפ"י הנתונים שבתת-סעיף ב(i) והנתון שבסעיף א, ענה על תת-הסעיפים (ii) ו-(iii).

ii. מצא את השיעורים של הנקודה L.

iii. אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. נתונה פירמידה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מקבילית (ראה ציור).

נסמן :  $\vec{SA} = \underline{w}$  ,  $\vec{SB} = \underline{u}$  ,  $\vec{SD} = \underline{v}$

i. הבע באמצעות  $\underline{u}$  ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטור  $\vec{SC}$ .

ii. נתון גם :  $SB = SD$  ,  $SC = SA$  ,  $|\underline{w}| = 2a$  ,  $|\underline{u}| = a$

$\angle DSB = 90^\circ$  ,  $\angle ASD = \alpha$  ,  $\angle ASB = \beta$

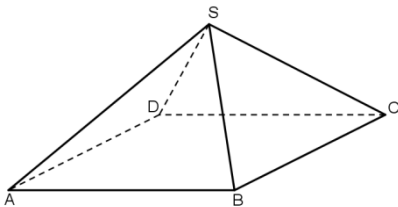
הראה כי :  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$

ב.  $z$  הוא מספר מרוכב.

i. פתור את המשוואה  $|z|i + 2z = \sqrt{3}$

ii. הראה כי כאשר  $n$  הוא מספר טבעי אז  $z^{6n}$  יכול לקבל רק שני ערכים.

הערה : אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4) \text{ נתונה פונקציית הנגזרת : } f'(x) = \frac{2 \ln x (2 - \ln x)}{x(1 - \ln x)^2}$$

א. ענה על הסעיפים הבאים :

i. מצא את תחום ההגדרה של  $f'(x)$ .

ii. אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של  $f'(x)$  היא  $x = 0$ .

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

iii. מצא את נקודות החיתוך של הגרף של  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

iv. מצא את התחומים שבהם  $f'(x)$  היא שלילית, ואת התחומים שבהם

היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש גם אסימפטוטה אופקית,  $y = 0$ .

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ג. הישר  $y = -4$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x > e$ .

i. מצא את השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

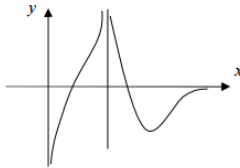
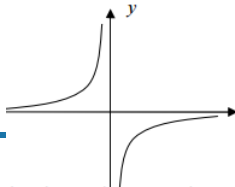
ii. הסבר מדוע  $f(e^3) < -4$ .

iii. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $e^2 \leq x \leq e^3$ , שווה ל-0.5. מצא את הערך של  $f(e^3)$ .

(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$ ,  $0 < a < 1$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. ידוע שפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא פונקציה זוגית. העבירו ישר  $l$  המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x=1$ , והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחרת,  $T$ . שני המשיקים מקבילים זה לזה. (T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה  $f(x)$  שבה המשיק מקביל ל- $l$ ). הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $T$ . נמק.

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $-2y + 3x + 12 = 0$ ,  $y = 1.5x + 6$       ב. 8 יח"ר.
  - (2) א.  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.7$       ב. (i).  $(x+6)^2 + (y+7)^2$       ב. (ii).  $(4, 3)$       ב. (iii).  $(4, -17)$
  - (3) א. (i).  $\overline{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$       א. (ii). הוכחה      ב. (i).
- $$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$
- (4) א. (i).  $0 < x < e$  או  $x > e$       א. (ii).  $x = e$       א. (iii).  $(1, 0)$ ,  $(e^2, 0)$       א. (iv). תחום חיובי:  $e < x < e^2$  או  $1 < x < e$ , תחום שלילי:  $0 < x < 1$  או  $x > e^2$ .  
 ב. להלן סקיצה: 
  - (5) א.  $x \neq 0$       ב. הוכחה.  
 ג. תחומי עלייה:  $x > 0$  או  $x < 0$ , תחומי ירידה: אין.  
 ד. להלן סקיצה: 

ה.  $\left(-1, \frac{a^2}{1-a^2}\right)$

## בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונות הנקודות:  $A(-a,0)$  ו-  $B(a,0)$ ,  $a > 0$ .

המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה  $A$  גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה  $B$  זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים  $z$  המקיימים  $|z+b|=4$ .  
 $a$  ו-  $b$  הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .

ב. מלבן TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתח. שיעורי ה- $y$  של הקדקודים E ו-F קטנים מ-0. המספר המרוכב  $z = 2 + iy$  מייצג את הקדקוד T של המלבן.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- $x$  כך ש- $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$ . מצא את השיעורים של הנקודה C.

(2) הישר  $l$  עובר דרך הנקודות  $A(0,0,1)$  ו-  $B(1,1,0)$ .

הישר מאונך למישור  $\pi_1$  וחותך את המישור בנקודה D.

המישור  $\pi_1$  עובר דרך ראשית הצירים O.

א. מצא את שטח המשולש OAD.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. המישור  $\pi_2$  מכיל את ציר ה- $x$  ומקביל לישר  $l$ .

מצא את הזווית בין הישר  $l$  ובין ישר החיתוך שבין

המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .

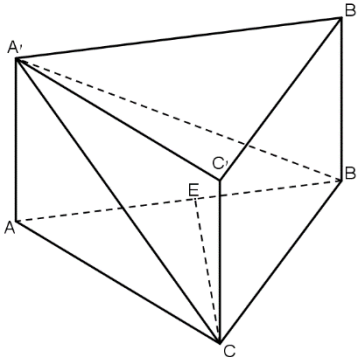
ii. מצא את המרחק של הישר  $l$  מישר החיתוך שבין

המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .





3 נתונה מנסרה ישרה 'ABC A'B'C' שבסיסה משולש שווה-צלעות. הנקודה E נמצאת על המקצוע AB כך ש-  $AE = kAB$  ,  $(0 < k < 1)$ .



א. נתון כי הזווית בין המישור A'EC

למישור ABC היא הזווית AEA'.

מצא את הערך של k.

נתון:  $\angle AEA' = 45^\circ$  ,  $AC = 2$ .

הזווית בין המישור A'EC למישור ABC היא  $\angle AEA'$ .

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור A'BC.

נקודה F נמצאת על המישור A'BC (לאו דווקא על BC)

כך ש-  $\vec{AF} = t\vec{AC} + m\vec{A'B}$  , ומתקיים:

ג. סמן:  $\vec{AA'} = \vec{w}$  ,  $\vec{AC} = \vec{u}$  ,  $\vec{AB} = \vec{v}$  והוכח כי:  $t = m$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4 ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונות הפונקציות:  $f(x) = e^{-ax}$  ,  $g(x) = e^{ax}$  ,  $a > 0$ .

i. סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של

הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  והישר  $x = \frac{1}{a}$  ואת השטח הכלוא

בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  והישר  $x = -\frac{1}{a}$ .

ii. השטחים שסימנת בתת סעיף א (i) מסתובבים סביב ציר ה-x.

הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר,  $V(a)$ .

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $V(a)$ .

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך

הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף

שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע. כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12298 ₪

ובבנק ב' היו 13162 ₪. כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה

בבנק ב' סכום כסף הגדול ב-25% מסכום הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$ ,  $k$  הוא פרמטר השונה מ-0.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא עבור אילו ערכים של  $k$  לפונקציה  $f(x)$  יש מקסימום.
- נתון כי בתחום  $x > 1$  הפונקציה  $f(x)$  מקבלת את כל הערכים  $y \leq -2$  ורק אותם.
- ii. מצא את הערך של  $k$ .
- iii. נתון גם כי הישר  $x=1$  הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בכל תחום הגדרתה.
- ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x > 1$ , מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

### תשובות סופיות:

- 1) א.  $a=3, b=-5$       ב.  $C(5,0)$
- 2) א.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$       ב. (i)  $90^\circ$       ב. (ii)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 3) א.  $k=0.5$       ב.  $30^\circ$       ג. הוכחה.
- 4) א. (i) סקיצה.      א. (ii)  $\frac{\pi(e^2 + e^{-2} - 2)}{a}$
- א. (iii) סקיצה.      ב. 23 שנים.
- 5) א.  $x > 1$  או  $0 < x < 1$       ב. (i)  $k < 0$       ב. (ii)  $k = -\frac{2}{e}$
- ב. (iii) סקיצה.      ג.  $(e^2, -e)$

## בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1 הנקודות  $C(x_1, y_1)$  ו- $D(x_2, y_2)$  נמצאות ברביע הראשון על פי הפרבולה  $y^2 = 4x$ .  
א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי שיפוע המיתר CD הוא  $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$ .

ii. הנקודה  $(x, 3)$  היא אמצע המיתר CD. מצא את  $m$ .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר  $x = a$  שווה למרחק

מהנקודה  $(1, 0)$ . מרחק הנקודה C מהישר  $x = 2a$  הוא 6.

i. מהו הערך של  $a$ ? נמק.

ii. מצא את משוואת הישר CD.

2 נתונים הווקטורים:  $\vec{AD} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{w}$  (ראה ציור).

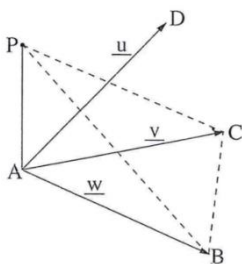
נתון:  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$ .

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור  $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$  מאונך למישור ABC,  $a$  ו- $b$  הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של  $\vec{AP}$  (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC.



- 3) המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  מקיים  $|z - 12 - 5i| = 7$ .  
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w = x + yi$  מקיים:  $\arg(w) = 45^\circ$ .  
 ( $\arg(w)$  היא הזווית בהצגה הקוטבית של  $w$ ). המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w$  חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  בנקודות B ו-C.  
 א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.  
 ב. הנקודות B ו-C מייצגות במישור גאוס של המספרים המרוכבים  $z_1$  ו- $z_2$  בהתאמה. מצא את  $\arg(z_1 \cdot z_2)$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$ .

א. מצא:

- i. את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - ii. את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $y = 2 \cdot f'(x)$ , והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה  $y = f(x^2)$ ,  $x > 0$ .
- ג. הפונקציות  $y = 2 \cdot f'(x)$  ו- $y = f(x^2)$  נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב). השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר  $x = a$ ,  $a > 1$ , שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$ . מצא את הערך של  $a$ . תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.

5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 ₪, ובכל חודש התשלום גדל ב-0.2%. המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 ₪, ובכל חודש היא גדלה ב-1.2%. רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית. כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$ . הפרמטר  $n$  הוא מספר טבעי וזוגי.

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ii. קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או או-זוגית. נמק.

iii. הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  ומקביל לציר ה- $x$ , ומצא את משוואתו.  
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

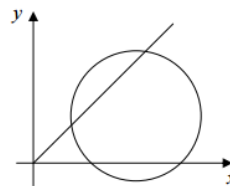
### תשובות סופיות:

1) א. (i). הוכחה. א. (ii).  $\frac{2}{3}$ . ב. (i). -1. ב. (ii).  $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ . CD:

2) א. לא ייתכן שלושת הווקטורים נמצאים במישור אחד.

ב. 4.899 ג.  $70.53^\circ$

3) א. להלן סקיצה: ב.  $90^\circ$



4) א. (i).  $x \geq 0$ . א. (ii). עלייה:  $x > 1$ , ירידה:  $0 < x < 1$

ב.  $(1, 2e)$  והוכחה. ג. 2.0986

5) א. 21 חודשים. ב. (i).  $x \neq 0$ . ב. (ii). זוגית. ב. (iii).  $y = -\frac{1}{e}$

## בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

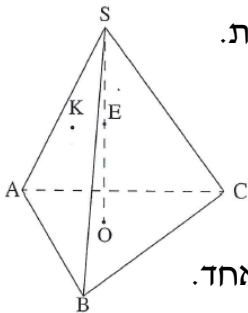
מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר:  $-5x+12y+13=0$  הוא 3.
- מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?
- האם ציר ה- $y$  יכול להשיק בנקודה  $(0,0)$  לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.



(2) נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ , שבסיסה  $ABC$  הוא משולש שווה-צלעות. גובה הפירמידה הוא  $SO$ . נקודה  $E$  היא אמצע  $SO$  (ראה ציור).

נקודה  $F$  מקיימת:  $\vec{SF} = t \cdot \vec{SC}$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{OS} = \underline{w}$ .

נקודה  $K$  מקיימת:  $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$ .

מצא את הערך של  $t$ , אם ידוע שהנקודות  $F, K, E$  נמצאות על ישר אחד.

(3) ענה על הסעיפים הבאים:

- סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  המקיימים:  $|z+3-\sqrt{3}i| = \sqrt{3}$ . נמק.
- המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה- $x$  בנקודה  $z_1$ . נתונה הנקודה  $M(-3, \sqrt{3})$ . נסמן ב- $O$  את ראשית הצירים. המספר המרוכב  $z_2$  נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א כך שהמרובע  $z_1 M z_2 O$  הוא דלתון. מצא את הזווית החדה של הדלתון.
- ענה על הסעיפים הבאים:
  - מצא את הארגומנט של  $z_2$ .

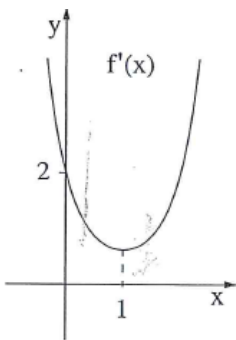
ii. מבין המספרים המרוכבים  $z$  שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר? מהו ארגומנט זה?

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .



- א. על פי הגרף של  $f'(x)$  מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ . נמק. נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בחלקו השלילי.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. נתון גם:  $f(x) = (x-a)e^{0.5x^2-x}$ , הוא פרמטר. היעזר בנתונים בגרף של  $f'(x)$  וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

5) נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$ , הוא פרמטר  $c$ .

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה  $x = -2$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את ערך הפרמטר  $c$ .
- ii. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. נתונה הפונקציה  $g(x) = -|f(x)|$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

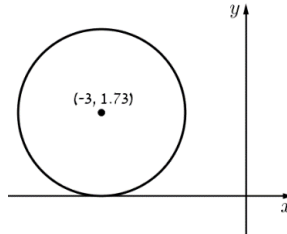
ii. עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$  שני פתרונות בלבד?

תשובות סופיות:

1 א.  $-5x+12y+52=0$  ,  $-5x+12y-26=0$  ב.  $-5x+12y+13=0$  ג. לא.

2  $t = \frac{1}{3}$

3 א. להלן סקיצה: ב.  $60^\circ$  ג.  $120^\circ$  (i)

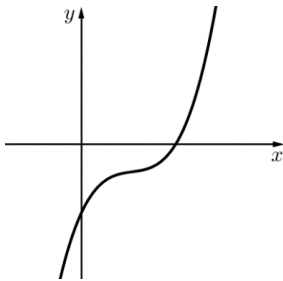


ג. (ii)  $z = -3$  , הארגומנט  $-180^\circ$ .

4 א. קעירות כלפי מעלה- $x > 1$  , כלפי מטה- $x < 1$ .

ג.  $1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$

ב. להלן סקיצה:



א. (ii)  $x \neq -2$

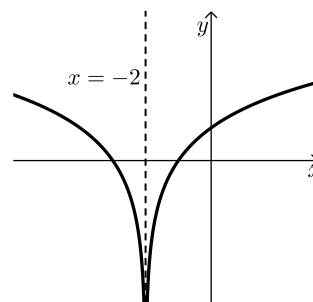
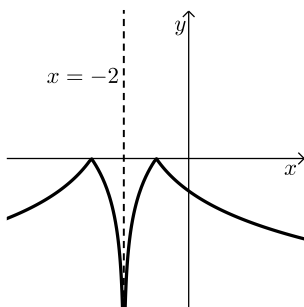
5 א. (i)  $c = 4$

א. (iv)  $(-3,0)$  ,  $(-1,0)$  ,  $(0,1)$

א. (iii) עלייה:  $x > -2$  , ירידה:  $x < -2$

ב. (i) להלן סקיצה: ב. (ii)  $k = 0$

א. (v) להלן סקיצה:





## בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נקודה A נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שמשוואתה  $y^2 = 3x$ .  
 ישר המשיק לפרבולה בנקודה B מקביל למיתר OA (ראשית הצירים).  
 דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.  
 הישר חותך את המשיק בנקודה C.  
 נסמן:  $x_C$  - שיעור ה-x של הנקודה C.  
 $x_A$  - שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 4x$ ,  
 וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות  $x_C$  את  $x_A$ .

ב. הבע באמצעות  $x_C$  את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

(2) במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD. נסמן:  $\overline{CA} = \underline{u}$ ,  $\overline{CB} = \underline{v}$ ,  $\overline{AD} = t \cdot \overline{AB}$ .

. נתון:  $\cos \angle ACB = \frac{3}{4}$ ,  $|\overline{CB}| = 2$ ,  $|\overline{CA}| = 1$ .

א. חשב את הערך של  $t$  בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט

יתאים לערך של  $t$  שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם:  $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$ . נסמן:  $\overline{CD} = \underline{h}$ .

הבע את  $\overline{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$  ו- $\underline{h}$  בלבד.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. פתור את המשוואה:  $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w$  השונים מ-0 ומקיימים:  $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$ ? נמק.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים :

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא :

i. ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור

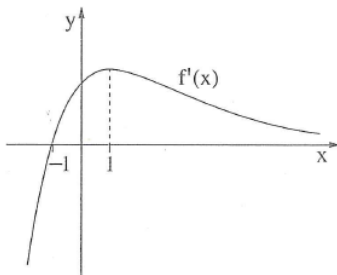
שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
וקבע את סוגה.

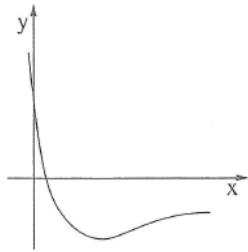
ii. ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור

שיעור ה- $y$  של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .

iii. את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.





5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3-9\ln(3x+1)}{3x+1}$  (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ii. השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, של ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = \frac{e-1}{3}$  ו- $x = a-1$  הוא 3.5. נתון כי  $a > \frac{e-1}{3}$ .

היעזר בנגזרת של  $y = \ln^2(3x+1)$ , ומצא את  $a$ .

iii. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה  $x = \frac{e^{4/3}-1}{3}$ .

מצא עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה  $f(x)$  שלילית וגם פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$  שלילית.

### תשובות סופיות:

ג.  $C(2.25, 3)$

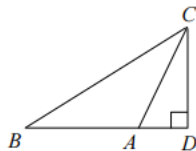
ב.  $1.5 \cdot \frac{\sqrt{x_C}}{x_C}$

1) א.  $x_A = \frac{4}{3}x_C$

ב. להלן סקיצה:

2) א.  $t = -0.25$

ג.  $\vec{AE} = 0.875\vec{u} - 1.5\vec{h}$



ב. כן.

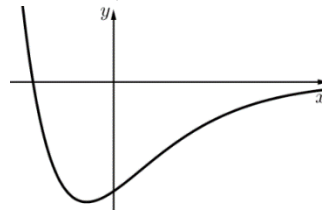
3) א.  $-2, -0.2-0.6i, 0, -0.2+0.6i$

4) א. (i) כל  $x$ . א. (ii)  $(-3, 0), (0, -6)$ . ב. (i)  $\min(-1, -6.59)$ .

ב. (iii) קעורה מעלה:  $x < 1$ , קעורה מטה:  $x > 1$ .

ב. (ii)  $(1, -4.85)$

ג. להלן סקיצה:



ב. (i)  $(0.132, 0)$

5) א.  $x > -\frac{1}{3}$

ג.  $0.132 < x < 0.93$

ב. (ii)  $a = 2.13$

## בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ , הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שמשוואתה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$  חותכת את הקרן השלילית של ציר ה- $y$  בנקודה A.

$F_1$  הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- $F_2$  הוא המוקד השמאלי.

הישר  $AF_1$  יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- $x$  זווית של  $26.566^\circ$ .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים

מהמוקד  $F_1$  ומן הישר שעובר דרך המוקד  $F_2$  ומקביל לציר ה- $y$ . נמק.

(2) בפירמידה משולשת ABCD, AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC,

ו-CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD.

הישרים AF ו-CH נפגשים בנקודה P (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

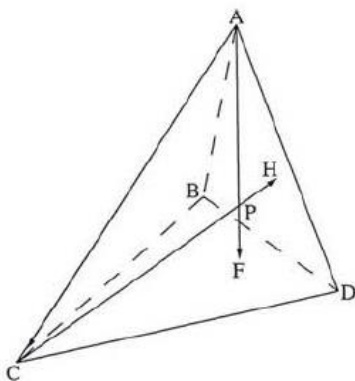
i. הסבר מדוע  $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$ .

ii. הוכח כי  $\vec{AC} \perp \vec{BD}$ .

ב. הוכח כי  $\vec{AH} \perp \vec{BD}$ .

ג. סמן  $\vec{BA} = \underline{w}$ ,  $\vec{BC} = \underline{v}$ ,  $\vec{BD} = \underline{u}$ .

הוכח כי אם  $AB = BC$  אז  $\angle CBD = \angle ABD$ .



3) נתון המספר המרוכב  $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ , ונתון מספר מרוכב  $w$  שהערך המוחלט שלו הוא  $r$  ( $r > 0$ ).  $z$  ו- $w$  נמצאים ברביע הראשון.

$$\text{המספר } z \text{ מקיים: } z = \frac{w}{\bar{w}}$$

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $r$  את המספר  $w$ , את הצמוד שלו  $\bar{w}$ , ואת ההופכי שלו  $\frac{1}{w}$ .

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר  $w$

ושל ההופכי שלו  $\frac{1}{w}$ , עבור  $r > 1$ .

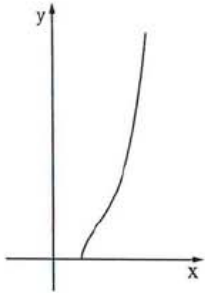
ג. נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_1 = \frac{1}{w}$ ,  $a_2 = z$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $r$  את  $a_5$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$  (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$ .

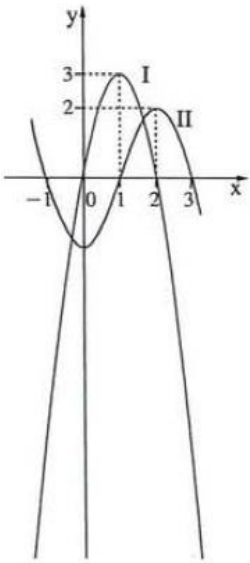
הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.

i. מצא את משוואת המשיק.

ii. העתק למחברתך את גרף הפונקציה, והוסף לגרף סרטוט של המשיק.

iii. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק מסתובב סביב ציר ה- $x$ .

מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.



5) בציור שלפניך מוצגים שני גרפים, I ו-II של פונקציות המוגדרות

בתחום:  $-1.1 \leq x \leq 3.1$ . אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

ii. מה הן האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ ?

iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות

של  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , אם נתון כי הישר  $y=1$

חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשלוש נקודות.

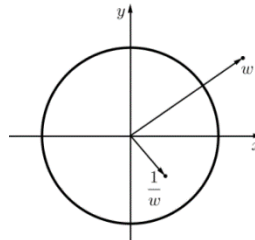
### תשובות סופיות:

1) א.  $a > 4$       ב.  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$       ג.  $y^2 = 16x$

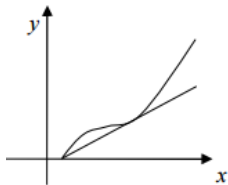
2) א. (i). הסבר.      א. (ii). הוכחה.      ב. הוכחה.      ג. הוכחה.

3) א.  $w = 0.5\alpha$ ,  $\bar{w} = r \operatorname{cis}(-0.5\alpha)$ ,  $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-0.5\alpha)$

ב. להלן סקיצה:      ג.  $a_5 = r^3 \operatorname{cis}(5.5\alpha)$



4) א.  $x \geq 0.5$       ב. הוכחה.      ג. (i).  $y = 2x - 1$       ג. (ii). להלן סקיצה:

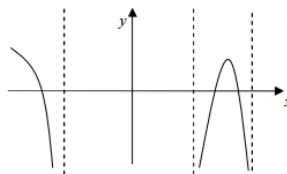


5) א. גרף II      ב. (i).  $-1.1 \leq x \leq -1, 1 < x < 3$

ב. (ii).  $x = -1, x = 1, x = 3$       ב. (iii).  $\max(2, \ln 2)$

ב. (iv). עלייה:  $1 < x < 2$ , ירידה:  $-1.1 < x < -1, 2 < x < 3$

ב. (v). להלן סקיצה:



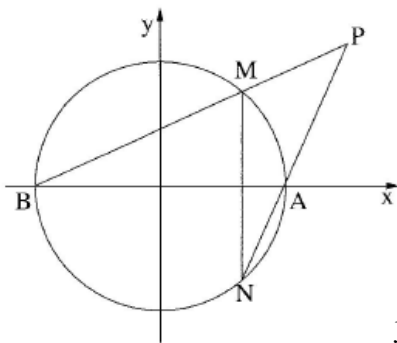
## בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 25$ .

המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- $x$ .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה  $P(x, y)$  כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- $y$ ).

i. נסמן:  $M(x_0, y_0)$ . הבע באמצעות  $x_0$  ו- $y_0$

את משוואת הישר MB, ואת משוואת הישר NA.

ii. הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות  $P(x, y)$ , הנוצרות באופן

שתואר, מקיים את המשוואה:  $y^2 = x^2 - 25$ .

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- $y$ , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

(2) נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(-10, 3, 11)$ ,  $B(-2, -5, -5)$ ,  $C(1, 1, 1)$ .

גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

א. מצא את השיעורים של הנקודה D.

ב. נתונה הנקודה  $E(-1, 5, -2)$ .

מהי הזווית בין הישר CE:

i. לישר AB?

ii. לישר BC?

iii. למישור ABC?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC. נמק.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. פתור את המשוואה:  $|z|i + 2z = \sqrt{3}$ . הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב  $z_1$  הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

$z_1$  הוא קדקוד הראש של משולש שווה-שוקיים, החסום במעגל שמרכזו

בראשית הצירים.  $z_2$  ו- $z_3$  הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון:  $z_2 = 1$ .

המספר המרוכב  $w$  מקיים:  $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ .

חשב את הסכום:  $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$ .

$n$  הוא מספר טבעי.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $33 \frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2^{x-m} + 2^{m-x}}$  ונתונה הפונקציה  $g(x)$

המקיימת:  $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$ ,  $g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$ ,  $m$  הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה  $g(x)$  עולה לכל  $x$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הצירים

(מצא ערך מספרי).



(5) נתונה פונקציית הנגזרת:  $f'(x) = \frac{\ln(-x)+2}{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  וקבע את סוגה.
- ג. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה. לפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  יש אותו תחום הגדרה.
- ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$ . היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:
- i. את תחום ההגדרה של  $g(x)$ .
- ii. את השיעורים של נקודת הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

### תשובות סופיות:

(1) א. (i) MB:  $y = \frac{y_0}{x_0+5}x + \frac{5y_0}{x_0+5}$ , NA:  $y = \frac{y_0}{5-x_0}x - \frac{5y_0}{5-x_0}$

א. (ii) הוכחה. ב.  $\sqrt{12.5} = 3.535$

(2) א.  $D(-4.5, -2.5, 0)$  ב. (i)  $90^\circ$  ב. (ii)  $90^\circ$  ב. (iii)  $90^\circ$

ג.  $39.23^\circ$

(3) א.  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  ב. 0

(4) 3.0625

(5) א.  $x < 0$  ב.  $\min\left(-\frac{1}{e}, -e\right)$  ג.  $x_{\min} = -\frac{1}{e^2}$

ד. (i)  $x < 0, x \neq -\frac{1}{e^2}$  ד. (ii)  $\min\left(-\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$

## בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה פרבולה המקיימת  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$ .

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה-x.  
א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.  
מעבירים שני מעגלים:

מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו  $p+4$ ,

מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה-y.

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה-x בנקודות T ו-S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה K. (מצא את שתי האפשרויות).

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

(2) נתון ישר  $l$  שמשוואתו  $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$ .

מישור  $\pi$  מאונך לישר  $l$ , וחותר את ציר ה-x בנקודה A.

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה-x במרחק 8 מראשית הצירים O.

נקודות B ו-C הן נקודות החיתוך של המישור  $\pi$  עם ציר ה-y ועם ציר ה-z בהתאמה.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות של הפירמידה OABC.

ii. האם הפירמידה OABC היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש-OD חוצה-זווית AOC.

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC? נמק.

- 3) נתונה המשוואה  $z, z^n = 8$ , הוא מספר מרוכב,  $n > 2$ .
- א. הוכח כי  $n$  הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל. המספרים  $z_0, z_1, z_2, z_3$  הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין  $n$  הקדקודים של המצולע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).
- $z_0$  הוא מספר ממשי וחיובי.  $z_1$  נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.
- נתון:  $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$ .
- ב. מצא את הערך של  $n$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

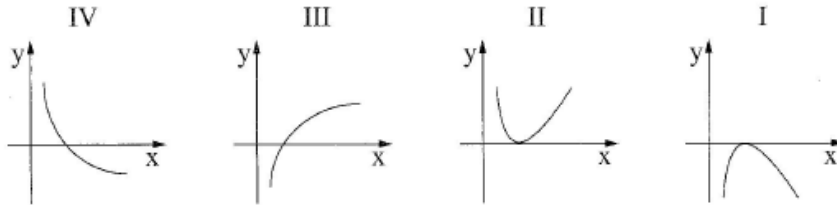
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- 4) נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$  המוגדרת לכל  $x$ .  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.
- א. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=-1$ , אם נתון כי  $a=2$ .
- ד. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = [f(x)]^2$ .
- מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$ , הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הראה כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- $x$  שלה באמצעות  $a$ .
- ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ ? נמק.



ד. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  שווה ל-0, מצא את הערך של  $a$ .
- ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור הערך של  $a$  שמצאת.
- iii. האם עבור הערך של  $a$  שמצאת, יש לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון? נמק.
- ה. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  גדול מ-0.

### תשובות סופיות:

1. א.  $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$  ב.  $y^2 = 8x$  ג.  $(6, \sqrt{48}), (6, -\sqrt{48})$

2. א. (i).  $AO = 8, BO = CO = 4, AB = AC = \sqrt{80}, BC = \sqrt{32}$   
א. (ii). הפרמידה אינה ישרה. ב. מצטלבים.

3. א. הוכחה. ב.  $n = 8$

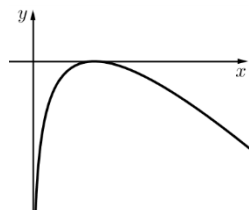
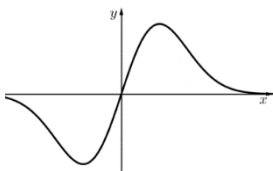
4. א. הוכחה. ב. (i).  $\max\left(2, \frac{2a}{\sqrt{e}}\right), \min\left(-2, \frac{-2a}{\sqrt{e}}\right)$  ב. (ii). להלן סקיצה:

ג.  $1.88$  ד.  $x_{\max} = -2, x_{\min} = 0, x_{\max} = 2$

5. א.  $x > 0$  ב.  $x = \frac{a}{2}$  ג. גרף IV.

ד. (i).  $a = 2$  ד. (ii). להלן סקיצה:

ד. (iii). לא. ה.  $a > 2$



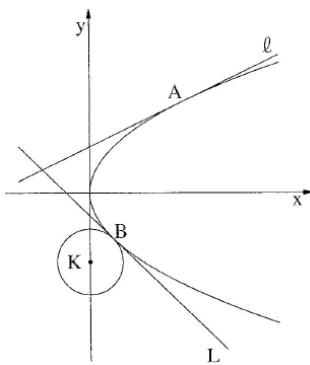
## בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) נתונה הפרבולה  $y^2 = 4x$ .

הישרים  $l$  ו- $L$  משיקים לפרבולה בנקודות A ו-B בהתאמה. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי, כמתואר בציור. המשיקים נפגשים בנקודה  $(-2, 1)$ .

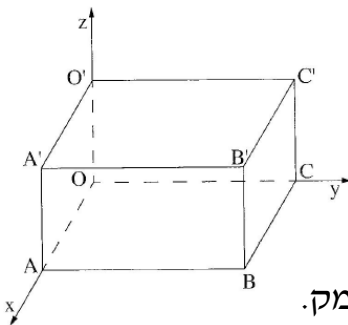
א. מצא את השיעורים של הנקודה A, ואת השיעורים של הנקודה B.

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל שמרכזו K ונמצא על ציר ה- $y$  (ראה ציור). מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- $y$  בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו K. המרכז M נמצא משמאל לציר ה- $y$ .

i. מצא את השיעורים של המרכז K.

ii. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



(2) המקצועות OA, OC ו- $OO'$  של התיבה  $OABCO'A'B'C'$

מונחים על הצירים כמתואר בציור.

נתון כי המישור  $2x + y + 2z - 2m = 0$

עובר דרך הקדקודים A, C,  $O'$ .  $m$  הוא פרמטר גדול מ-0.

א. האם הישר  $BC'$  מקביל למישור הנתון או חותך אותו? נמק.

ב. הישר  $O'M$  נמצא במישור הנתון, ואינו מתלכד עם הישר  $O'A$ .

i. האם הישרים  $BC'$  ו- $O'M$  מקבילים? נמק.

ii. הבע באמצעות  $m$  את המרחק בין הישרים  $BC'$  ו- $O'M$ .

דרך הקדקודים  $C'$  ו-B העבירו אנכים למישור  $ACO'$ .

האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו-F. אורך הקטע EF הוא  $2\sqrt{2}$ .

ג. מצא את הערך של  $m$ .

3) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים:  $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$ .  
 $z$  הוא מספר מרוכב.
- ב. שני מספרים מרוכבים שונים,  $z_1$  ו- $z_2$ , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.  
 המרחק של  $z_1$  מראשית הצירים שווה למרחק של  $z_2$  מהראשית.  
 נתון:  $z_1 = 1 + iy_1$  (הוא מספר ממשי). מצא את הארגומנט של  $z_2$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$ .  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):
- i. את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - ii. את שתי האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .
  - iii. את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
  - iv. את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. הישר  $y = x$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הפיתול שלה.  
 לפונקציה  $f(x)$  ולפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש אותו תחום הגדרה.  
 סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 ציין בגרף את הערכים המספריים של האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ii. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

iv. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , על ידי

הישר  $x = -1$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

ג. נתונה פונקציה המקיימת  $F(x) = \int f(x) dx$  בתחום  $x > \ln 2$ .

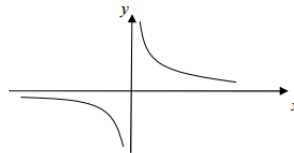
מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $F(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

### תשובות סופיות:

1 א.  $A(4,4)$ ,  $B(1,-2)$  ב. i.  $K(0,-3)$  ב. ii.  $(x+2.47)^2 + y^2 = 6.125$

2 א. מקביל. ב. i. מצטלבים. ב. ii.  $\frac{2m}{3}$  ג. 2

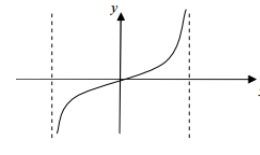
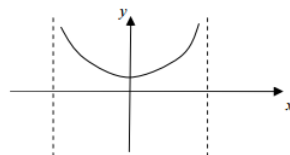
3 א. להלן סקיצה: ב.  $225^\circ$



4 א. i.  $-a < x < a$  א. ii.  $x = a, x = -a$

א. iii. עלייה:  $-a < x < a$ , ירידה: אין. א. iv.  $(0,0)$

ב. להלן סקיצה: ג. להלן סקיצה:

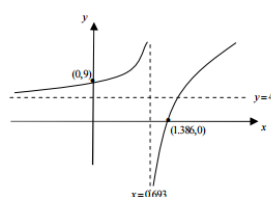


5 א. i.  $x \neq 0.693$  א. ii.  $y = 4$  (עבור  $x \rightarrow -\infty$ ),  $x = 0.693$

א. iii. עלייה:  $x > 0.693$ ,  $x < 0.693$ , ירידה: אין.

א. iv.  $(0,9)$ ,  $(1.386,0)$  א. v. להלן סקיצה:

ב. 6.59 ג.  $x_{\min} = 1.386$



## בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

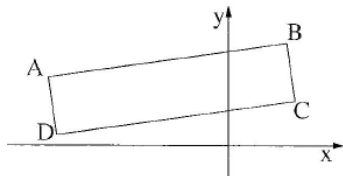
מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) מעגל שמרכזו על ציר ה- $x$  עובר דרך הנקודות  $(1,4)$  ו- $(-6,3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).



הצלע AB של המלבן ABCD מונחת על ישר העובר דרך הנקודות האלה.  
קדקודי המלבן ABCD נמצאים ברביע הראשון וברביע השני.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .

ב. המשכי הצלעות BC ו-AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא  $\sqrt{2}$ .  
מצא את שטח המלבן ABCD.

2) נתונה פירמידה AOBC.

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- $x$ ,

המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- $z$ ,

והמקצוע AB נמצא במישור  $[xy]$ , כך ששיעור ה- $x$

ושיעור ה- $y$  של הקדקוד B חיוביים (ראה ציור).

נתון:  $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$ ,  $BO = 5$ ,  $CO = 12$ ,  $AO = 3$ .

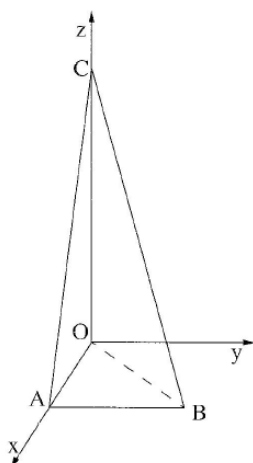
א. מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה- $y$ ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור  $[zy]$ .

ג. נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור  $[xy]$

כך ש- $CB = CD$ .

מצא את הזווית בין הישר CD למישור  $[zy]$ .





- 3) המספר המרוכב  $z_1$  נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2 ומרכזו ראשית הצירים O. המספר המרוכב  $z_2$  נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4 ומרכזו ראשית הצירים O. נתון כי הזווית בין הקטע  $Oz_2$  ובין הקטע  $Oz_1$  היא  $60^\circ$ . המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.  $z_4$  הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.
- א. הראה כי  $z_1$  ו- $z_4$  נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.  
 ב. נתון גם:  $z_1 \cdot z_4 = -32i$ . מצא את הארגומנט (הזווית) של  $z_4$ .  
 ג. מצא את שטח המשולש  $z_1 z_2 z_4$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$ ,  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.

ענה על הסעיפים א ו-ב עבור  $a > 0$ .

א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

i. את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ii. את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- $x$ .

iii. את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iv. את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

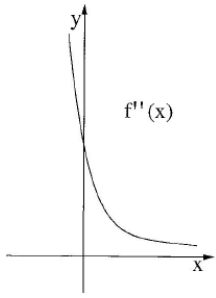
ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור  $a < 0$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה  $(-2, 0)$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישר  $x = \frac{e+2}{a}$  (ערך מספרי).



5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .  
הגרף של  $f''(x)$  אינו חותך את ציר ה- $x$ .

הפונקציה  $f''(x)$  מוגדרת לכל  $x$ , ויורדת בכל תחום הגדרתה.  
א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה). הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך.
  - ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
  - iii. האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.
  - iv. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.
- ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$ , על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x=1$ , שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$ . מצא את הערך של  $a$ .

### תשובות סופיות:

- 1) א.  $(-7, 0)$ ,  $(3, 0)$  ב. 23.8
- 2) מקבילים. ב.  $14.04^\circ$  ג.  $13.34^\circ$
- 3) א. הוכחה. ב.  $225^\circ$  ג. 31.17
- 4) א. (i).  $x > \frac{2}{a}$  א. (ii).  $x = \frac{2}{a}$  א. (iii).  $(\frac{3}{a}, 0)$
- א. (iv).  $\max\left(\frac{e+2}{a}, \frac{1}{e}\right)$  ב. להלן סקיצה: ג. להלן סקיצה: ד. 0.5
- 
- 5) א. (i).  $(0, a)$  א. (ii). עלייה: אין, ירידה: כל  $x$ . א. (iii). לא. א. (iv). להלן סקיצה: ב. לא. ג. 5
-

## בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתון טרפז ABCD ( $AB \parallel CD$ ). המשכי השוקיים BC ו-AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה-x. הקדקודים A ו-D נמצאים ברביע השלישי. הבסיס AB מונח על הישר  $3x - 4y - 15 = 0$ . גובה הטרפז הוא 6. היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים וענה על סעיפים א' ו-ב'.

א. מצא את משוואת הבסיס CD.

ב. נתון כי הקדקודים A ו-C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B.

i. מצא את רדיוס המעגל.

ii. מצא את השיעורים של הקדקוד D.

2) בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע נתון:  $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$ ,

הווקטור  $\overrightarrow{AE}$  יוצר זוויות שוות עם הווקטורים  $\overrightarrow{AB}$  ו- $\overrightarrow{AD}$ ,

אורך צלע הבסיס הוא 5. נסמן:  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$  (ראה ציור).

א. מצא את הערך של המכפלה

הסקלרית  $w \cdot \underline{v}$ , ושל המכפלה הסקלרית  $\underline{w} \cdot \underline{u}$ .

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ .

נתון:  $|\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$ .

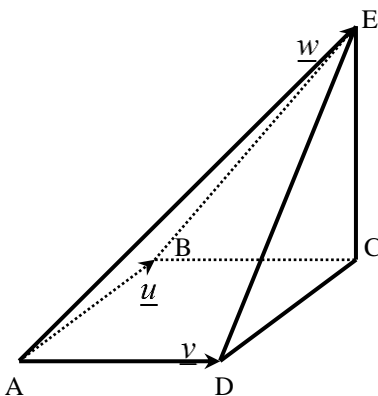
ב. מצא את אורך המקצוע AE.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית,

ומצא את שטחו.

ii. מצא את נפח הפירמידה המשולשת AEDC.



- 3 נתון:  $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$ , הוא מספר מרוכב,  $0 < \theta < 90^\circ$ ,  $R$  הוא מספר ממשי חיובי.  
 פתרונות המשוואה הנתונה הם  $z_1$  ו- $z_2$ . נמצא ברביע הראשון.  
 א. הבע באמצעות  $\theta$  ו- $R$  את  $z_1$  ואת  $z_2$ .  
 ב. נתון כי משוואת הישר העובר דרך  $z_1$  ו- $z_2$  היא  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ . מצא את  $\theta$ .  
 המספר המרוכב  $z_3$  מקיים:  $z_3 = \bar{z}_1$ .  
 ג. ענה על הסעיפים הבאים:  
 i. סרטט במישור גאוס את המספרים  $z_1, z_2, z_3$ .  
 ii. נתון כי שטח המשולש  $z_1 O z_3$  הוא  $225\sqrt{3}$  (ראשית הצירים) מצא את הערך המוחלט של  $z_2$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- 4 נתונה הפונקציה  $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$ .  
 א. ענה על הסעיפים הבאים:  
 i. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.  
 ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 iv. נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = |f(x)|$ .  
 הוסף סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  לסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  ובין הישר  $x = -1$ .  
 ג. הפונקציות  $h(a)$  ו- $t(a)$  מקיימות:  $t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$ ,  $h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx$ ,  $a \geq -1$ .  
 מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות  $h(a)$  ו- $t(a)$ .

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{2} - \ln x \right)$

א. ענה על הסעיפים:

i. מצא את תחום ההגדרה של  $f(x)$ .

ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה) וקבע את סוגן.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (אם יש כאלה) וקבע את סוגן.

ii. מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $f(x)$ , וסקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ii. ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  נפגשים בנקודה אחת. באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- $x$  של נקודה זו?

ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .

נתון:  $g(1) = a$ ,  $g(\sqrt{e}) = b$ ,  $g(e) = c$ .

הבע באמצעות  $a$ ,  $b$  ו- $c$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=e$ .

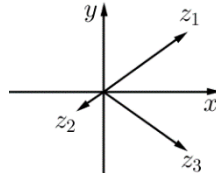
תשובות סופיות:

א. DC:  $-3x + 4y + 45 = 0$     ב.  $R = 10$     ג. (ii)  $D(-9, -18)$     (1)

א.  $\underline{w} \cdot \underline{v} = 25, \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$     ב.  $AE = 10$     ג. (i) 17.68 יח"ר    (2)  
ג. (ii) 29.46 יח"ר.

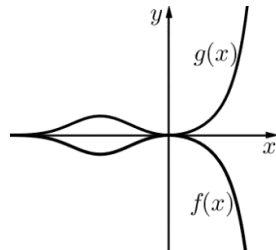
א.  $z_1 = Rcis\theta, z_2 = Rcis(180^\circ + \theta) = -Rcis\theta$     ב.  $30^\circ$     (3)

ג. (i) להלן סקיצה:    ג. (ii) 10



א. (i)  $\max(0,0), \min(-0.873, -1.175)$     א. (ii)  $(0,0)$     (4)

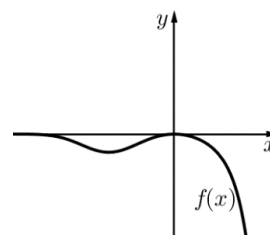
א. (iv) להלן סקיצה:



ג.  $(-1,0)$

א. (ii)  $(\sqrt{e}, 0)$

א. (iii) להלן סקיצה:



ב. 1.264

א. (i)  $x > 0$     (5)

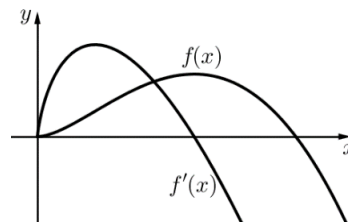
ב. (ii)  $(\frac{1}{e}, \frac{3}{4e^2})$

א. (iii)  $\max(1, \frac{1}{4})$     ב. (i)  $\max(\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$

ד.  $S = 2b - a - c$

ג. (ii)  $\frac{1}{e} < x < 1$

ג. (i) להלן סקיצה:



## בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$ .

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו-L נפגשים בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה-x.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי שיעור ה-x של K שווה לשיעור ה-x של L.

ii. הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה-x.

המשיקים לפרבולה הנתונה הנקודות K ו-L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה. הצב  $p = 2$ , וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

(2) נתון מעגל הנמצא במישור  $\pi$  ומרכזו בראשית הצירים  $O(0,0,0)$ .

הישר  $\ell_1: \underline{x} = (2,2,0) + t(1,2,1)$  נמצא במישור  $\pi$  ומשיק למעגל זה בנקודה B.

א. מצא את השיעורים של הנקודה B.

ב. הישר  $\ell_2: \underline{x} = (0,1,1) + s(2,-1,1)$  חותך את מישור  $\pi$  בנקודה A.

i. הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.

ii. מצא את שטח המשולש AOB.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

א. נתון המספר המרוכב:

- i. מצא את  $|z|$  ואת הארגומנט (הזווית) של  $z$ .
  - ii. מצא את הערכים של  $n$  ( $n$  מספר טבעי) שעבורם  $z^n$  הוא מספר מדומה טהור.
- ב. נתון המקום הגאומטרי  $|z + \bar{z} - m(z - \bar{z})| = 40$ ,  $m$  הוא מספר ממשי גדול מ-1.
- i. זהה את המקום הגאומטרי, נמק.
  - ii. הנקודה שמיוצגת על ידי המספר  $12 + 8i$  נמצאת על המקום הגאומטרי.
- מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.  
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

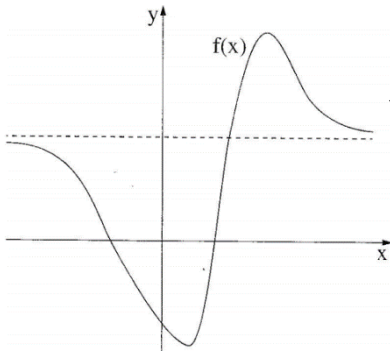
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
  - i. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - ii. מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.
  - iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
  - iv. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. מצא את השטח מימין לציר ה- $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.
- ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 4$ . השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה- $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $y = k$ . מהו הערך של  $k$ ? נמק.





5) בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  :

נתון כי הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת

שמשוואתה  $y = 1.5e$  כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

הן:  $B(1, -1.5e)$ ,  $A(4, 3e)$ .

הנקודות  $E(5, 2e)$ ,  $D(2, 0)$ ,  $C(-2, 0)$  נמצאות על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הפונקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $x < -2$  ובתחום  $2 < x < 5$ ,

וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחום  $x > 5$  ובתחום  $-2 < x < 2$ .

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

ii. מצא את האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

iv. לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה  $y = \ln(1.5e)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

תשובות סופיות:

(1) א. (i). הוכחה. א. (ii). הוכחה. ב.  $(x-3)^2 + y^2 = 8$

ג.  $(x-1)^2 + y^2 = 2$

(2) א.  $(1, 0, -1)$  ב. (i). הוכחה. ב. (ii).  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) א. (i).  $|z|=1$  א. (ii).  $2k+1$ ,  $n$  אי זוגי

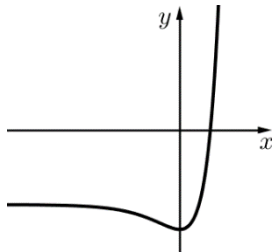
ב. (i). אליפסה קנונית.

ב. (ii). ציר  $x$ :  $(-20, 0)$ ,  $(20, 0)$ , ציר  $y$ :  $(0, -10)$ ,  $(0, 10)$

(4) א. (i). ציר  $x$ :  $(1, 0)$ , ציר  $y$ :  $(0, -4)$

א. (ii).  $y = -3$  (עבור  $x \rightarrow -\infty$ )

א. (iii).  $\min(0, -4)$  א. (iv). להלן סקיצה:

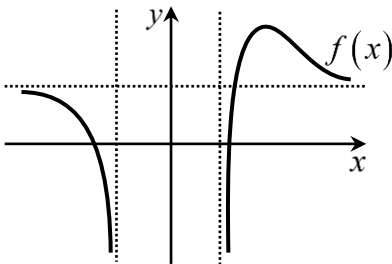


ב.  $\frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$  ג. 1

(5) א.  $\min: x = 5$ ,  $\min: x = -2$ ,  $\max: x = 2$

ב. (i).  $x > 2$ ,  $x < -2$  ב. (ii).  $x = 2$ ,  $x = -2$

ב. (iii).  $\max(4, \ln(3e))$  ב. (iv). להלן סקיצה:



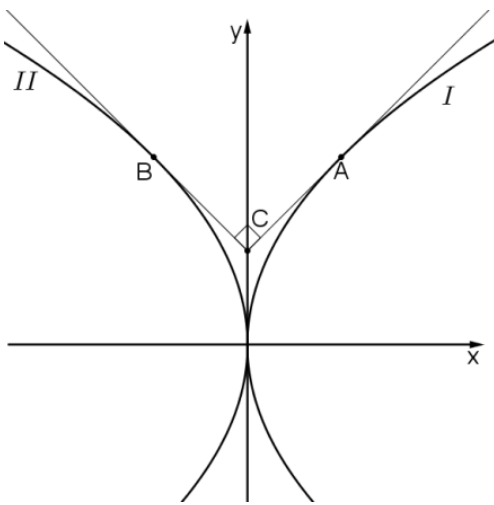
## בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) נתונות שתי פרבולות:

$$I. y^2 = 4x$$

$$II. y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים דרך

הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה

ונחתכים בנקודה C, הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. נתון: A, B, C, הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

i. מצא את שיעורי הקדקוד M.

ii. נתון מעגל שמערכו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

(2) נתונה פירמידה משולש OBCD שבה  $OD \perp OC$ ,  $OC \perp OB$ ,  $OB \perp OD$

כמתואר בציור. נתון:  $OD = 6$ ,  $OC = 4$ ,  $OB = 3$ .

הנקודות K ו-P נמצאות על המקצועות OB ו-OD בהתאמה,

כך שמתקיים:  $OP : PD = 1 : 1$ ,  $OK : KB = 2 : 1$ .

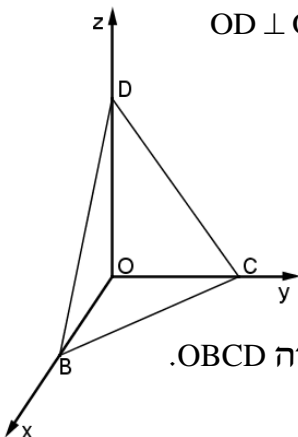
דרך הנקודות K ו-P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q.

א. מצא את היחס בין OQ ל-QC. נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ.



3)  $z$  הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גיאומטריים:

$$I. z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0 \quad II. |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיזה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות:  $A(x_1, y_1)$

ו-  $B(x_2, y_2)$ ,  $(x_1 < x_2)$ .

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ג. נתונה הנקודה  $P(x_0, y_0)$ . הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות

שעל המקום הגאומטרי I. נתון:  $z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$ .

הוכח שהמספר הצמוד ל-  $z_0$  נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון:  $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$  הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא  $5z_1$  וההפרש הוא  $z_0$ .

מצא את כל ערכי  $n$  שעבורם  $S_n$  (סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה)

הוא מספר ממשי (אם יש כאלה).

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{ax^2+bx+2}$ ,  $a$  ו-  $b$  הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה היא זוגית.

א. מצא את  $b$ .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי  $a < 0$ .

ג. הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום:  $-0.5 < x < 0.5$

וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחומים:  $x > 0.5$  ו-  $x < -0.5$ .

מצא את  $a$ .

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

ii. סרטט סקיזה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. סרטט סקיזה של גרף הנגזרת  $f'(x)$ .

ו. נתונה הפונקציה  $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$ . מהו התחום שבו הפונקציה  $h(x)$  חיובית?

5 נתונות שתי פונקציות :

$$f(x) = \ln(ae^x - be^{2x}), g(x) = \ln(2 - e^x)$$

נתון :  $b > 0, a > 0$ .

ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח :  $a = 2b$ .

ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד.

נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .

א. חשב את  $a$ , את  $b$  ואת שיעורי נקודת הקיצון של  $f(x)$ .

ב. הוכח כי  $g(x)$  יורדת וקעורה כלפי מטה  $\cap$  בכל תחום הגדרתה.

ג. הוכח שההפרש בין הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  הוא פונקציה קווית.

ד. ענה על הסעיפים הבאים :

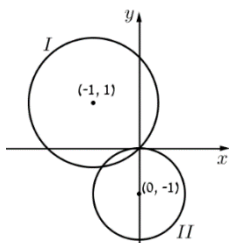
i. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

(אם יש כאלה).

ii. סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות.

בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות סופיות:



1 א.  $A(1, 2), B(-1, 2)$  ב.  $M(0, 3)$  ב. (ii)  $x^2 + (y-3)^2 = 2$

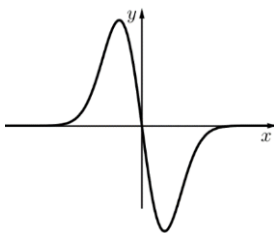
2 א. 1 ב.  $\frac{1}{6}$  ג.  $7.35^\circ$

3 א. סקיצה בצד : ב.  $A(-0.8, -0.4), B(0, 0)$

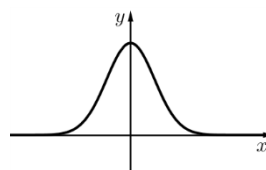
ג. הוכחה. ד.  $n = 5$

4 א.  $b = 0$  ב. הוכחה. ג.  $a = -2$  ד. (i)  $y = 0$

ה. להלן סקיצה : ד. (ii) להלן סקיצה :



ג. הוכחה.



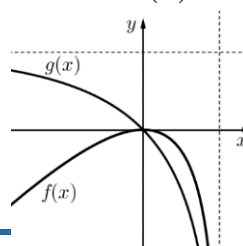
ב. הוכחה.

$$0 < x < \frac{1}{2}, x < -\frac{1}{2}$$

5 א.  $a = 2, b = 1, \max(0, 0)$

ד. (i)  $f(x): x = \ln 2, g(x): y = \ln 2, x = \ln 2$

ד. (ii) להלן סקיצה :



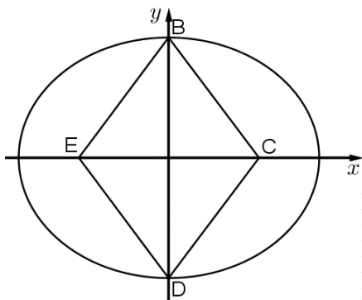
## בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1) נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y.

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8 ואורך האלכסון BD

גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית

(ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

ii. מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$  חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה-y של M הוא  $\sqrt{15}$ .

ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס  $\frac{PC}{k}$ . הסבר.

2 נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

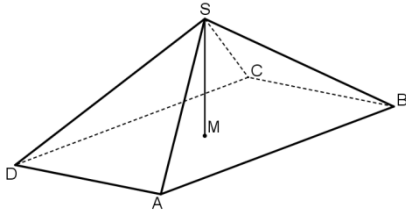
$$\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח:  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$

ii. הוכח ש- $\vec{SM}$  מאונך ל- $\vec{AC}$ .

iii. נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.



נתון:  $A(\sqrt{3}, 1, 0)$ ,  $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$ , הנקודות B ו-D נמצאות במישור  $z = 0$

ונפח הפירמידה SABCD הוא 16.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי הנקודה M.

ii. מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף (ii) ב- $S_1$  וב- $S_2$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המישור  $AS_1S_2$ .

ii. האם הנקודה C נמצאת על המישור  $AS_1S_2$ ? נמק.

3 ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את המספרים המרוכבים  $z$  המקיימים  $z^3 = -1$ .

נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב- $z_1, z_2, z_3$ .

נתון כי  $z_2$  הוא ממשי.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה ש- $z_1, z_2, z_3$  הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

ii.  $z_1, z_2, z_3$  הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית  $z_n$ .

מצא את  $z_5$ , האיבר החמישי בסדרה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i.  $z_{13}, z_{14}, z_{15}$  (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה  $z_n$  שמצאת בסעיף ב)

מיוצגים על ידי הנקודה A, B ו-C במישור גאוס, בהתאמה.

חשב את שטח המשולש ABC.

ii. L, K ו-M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים

בסדרה  $z_n$ . הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת

בתת סעיף (i).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- iv. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. הסבר מדוע הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .
- ii. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומה סוגן? נמק את תשובתך.
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .
- iv. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה). נמק את תשובתך.
- v. הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$  סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .



(5) נתונה הפונקציה:  $h(x) = \frac{x+3}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של  $h(x)$ .

ב. מצא את התחום שבו  $h(x) > 0$ .

בתחום שבו  $h(x) > 0$  נתונה הפונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$ .

נתון שגרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(3, \ln 2)$ , וידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות סופיות:

(1) א. (i)  $B(0,4), C(3,0), D(0,-4), E(-3,0)$       א. (ii)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

ב. מוקד הפרבולה  $C(3,0)$       ג.  $\frac{PC}{k} = 1$

(2) א. (i) הוכחה      א. (ii) הוכחה.

א. (iii) שמחברים את קדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל החוסם את

הבסיס מקבלים את גובה הפירמידה.      ב. (i)  $M(0,0,0)$

ב. (ii)  $S(0,0,6)$  או  $S(0,0,-6)$

ג. (i)  $x - \sqrt{3}y = 0$       ג. (ii)  $C$  נמצאת על המישור.

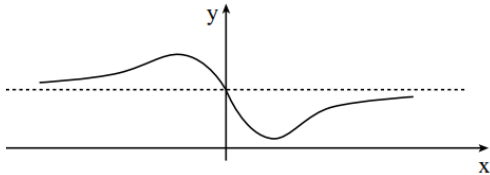
(3) א.  $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$ ,  $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ב. (i) הוכחה.      ב. (ii)  $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$       ג. (i)  $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

4 א. (i) לכל  $x$  . א. (ii)  $\min\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.142\right), \max\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1.858\right)$

א. (iii) עלייה:  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ , ירידה:  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

א. (iv)  $y = 1$  . א. (v) להלן סקיצה:

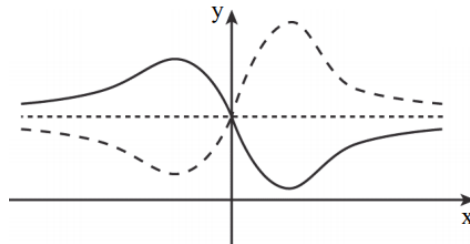


ב. (i)  $f(x)$  שונה לכל  $x$ ,  $\frac{1}{f(x)}$  שונה לכל  $x$

ב. (ii)  $\min\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.538\right), \max\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 7.031\right)$

ב. (iii) עלייה:  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ , ירידה:  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$  . ב. (iv)  $y = 1$

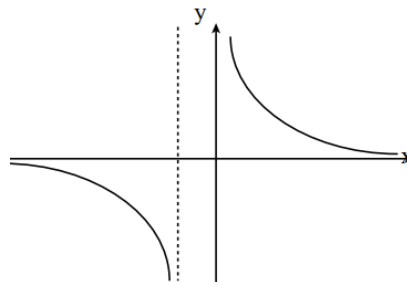
ב. (v) להלן סקיצה:



5 א.  $x \neq 0$  . ב.  $x < -3, x > 0$  . ג.  $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$

ד.  $y = 0, x = -3, x = 0$  . ה. ירידה:  $x < -3, x > 0$ , עלייה: אף  $x$

ו. להלן סקיצה:



## בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה הנקודה  $A(20,0)$ .

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה-y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר  $l_1$ , המקביל לציר ה-x.

דרך ראשית הצירים O, מעבירים ישר  $l_2$ , שמאונך לישר AB.

הישרים  $l_1$  ו- $l_2$  נחתכים בנקודה C.

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. נתון הישר  $x=k$ .  $k < 0$  הוא פרמטר.

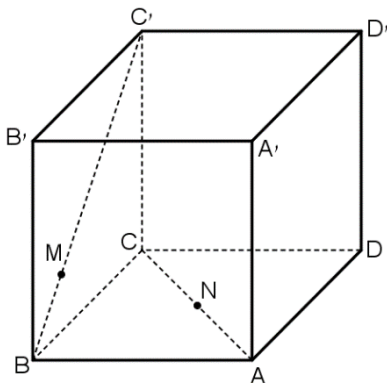
דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותך את הישר  $x=k$  בנקודה N.

קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.

i. מצא את הערך של k. נמק.

ii. נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.



(2) נתונה קובייה ABCDA'B'C'D'

נסמן:  $\vec{CC'} = \vec{w}$ ,  $\vec{CD} = \vec{y}$ ,  $\vec{CB} = \vec{u}$ .

נתון:  $\vec{BM} = t \cdot \vec{BC'}$ ,  $\vec{AN} = s \cdot \vec{AC}$ .

א. מצא את היחס  $\frac{s}{t}$  שעבורו MN

מקביל למישור AA'B'B ( $t \neq 0$ ).

נתון:  $t = \frac{1}{4}$ ,  $s = \frac{1}{2}$ .

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור ABCD.

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו-MN? נמק.

3) במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC. הקדקוד A מתאים למספר המרוכב:  $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$  ( $a > 0$  הוא פרמטר ממשי). נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות  $a$  את המספרים המרוכבים  $z_2$  ו- $z_3$  המתאימים לקדקודים B ו-C בהתאמה.

נתון:  $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$ .

ב. מצא את  $a$ .

ג. המספר  $z_1^{6n+5}$  מתאים לנקודה P במישור גאוס.  $n$  הוא מספר שלם. הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה  $g(x) = 2x^2 + c$ .  $c$  הוא פרמטר.

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת כך:  $f(x) = e^{g(x)}$ .

הגרפים של פונקציות הנגזרת,  $f'(x)$  ו- $g'(x)$ , נחתכים בנקודה ששיעור ה- $x$  שלה הוא 2.

א. מצא את  $c$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח ש- $f'(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

ii. מצא את שיעורי כל הנקודות בהן הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $g'(x)$  חותכים זה את זה.

iii. עבור אילו ערכי  $x$   $f'(x) > g'(x)$ ?

iv. סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $g'(x)$  באותה מערכת צירים.

ג. נתון:  $M(2,8)$ ,  $N(-2,-8)$ .

MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

הראה שגרף הפונקציה  $f'(x)$  מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$  . הוא פרמטר  $m$  .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .  
נתון שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום הערכים של  $m$  .

ii. הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  באמצעות  $m$  ,  
וקבע את סוגה.

ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ושיעוריה אינם תלויים ב-  $m$  .

i. מצא את שיעורי הנקודה P.

ii. מצא את הערך של  $m$  שעבורו הנקודה P היא נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  .

הצב את  $m$  שמצאת בתת-סעיף ג (ii) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$  . חשב את  $\int_1^e g(x) dx$  .

### תשובות סופיות:

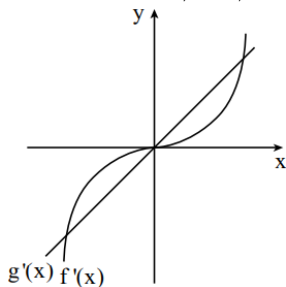
1 א.  $y^2 = 20x$  . ב. (i)  $k = -5$  . ב. (ii)  $D(15, 10\sqrt{3})$  . ג. מצטלבים.

2 א.  $\frac{s}{t} = 1$  . ב.  $24.09^\circ$  . ג. מצטלבים.

3 א.  $z_1 = a - \sqrt{3}ai = 2a \cdot \text{cis}300^\circ$  ,  $z_2 = a + \sqrt{3}ai = 2a \cdot \text{cis}60^\circ$  ,  $z_3 = -2ai = 2a \cdot \text{cis}180^\circ$  . ב.  $a = 1$  . ג. הוכחה.

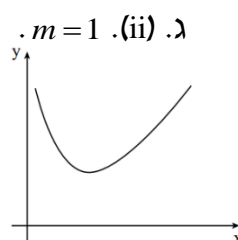
4 א.  $c = -8$  . ב. (i) הוכחה . ב. (ii)  $(0, 0)$  ,  $(2, 8)$  ,  $(-2, -8)$  . ג. (iii)  $-2 < x < 0$  ,  $x > 2$  . ג. הוכחה.

ב. (iv) להלן סקיצה:



5 א.  $x > 0$  . ב. (i)  $m > 0$  . ג. (ii)  $\min(m, m(1 - \ln m))$  . ג. (i)  $P(1, 1)$  . ד. להלן סקיצה:

ה.  $-\frac{1}{2}$  .



## בגרות חורף 2018:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1 נתונות הנקודות  $A(0,0)$ ,  $B(19,0)$  ו-  $D(9,0)$ .

- מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות  $C$ , שעבורן  $CD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ .
- מהו השטח הגדול ביותר של משולש  $ABC$  שנבנה באופן המתואר בסעיף א?
- מצא את שיעורי שתי הנקודות  $C$  שעבורן הצלע  $BC$  במשולש  $ABC$  משיקה למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

2  $ABCA'B'C'$  היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע ב-  $a$ .

$ABCK$  היא פירמידה ישרה,  $DK$  הוא גובה בפירמידה  $ABCK$ , כמתואר בציור. נתון:  $DK = t \cdot AA'$ , נפח המנסרה  $ABCA'B'C'$  גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה  $ABCK$ .

א. חשב את  $t$ .

ב. מצא את הזווית בין המישור  $ABK$  למישור  $ABC$ .

נתון: נפח הפירמידה  $ABCK$  הוא  $12\sqrt{3}$ .

ג. מצא את  $a$ .

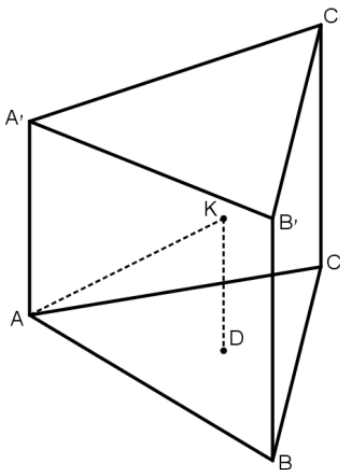
נתון: הקדקוד  $A$  נמצא בראשית הצירים, הקדקוד  $A'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ , והקדקוד  $C$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $y$ . שיעורי הקדקוד  $B$  הם חיוביים.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי הקדקוד  $B'$ .

ii. מצא את משוואת המישור  $AB'K$ .

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.



3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. פתור את המשוואה :  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$ .

נסמן ב- $w$  את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.  $a_n$  היא סדרה חשבונית.  $w$  הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.  
ב. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה :  $a_n = 1 + b \cdot i$ .  $b$  הוא מספר ממשי.  
ii. הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה  $(1,0)$ , נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

#### ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
iii. מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
iv. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי  $a$  מתקיים :  $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$ . תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i.  $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$  היא פונקציה המקיימת :

הוכח שהפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

ii. הסבר מדוע לכל שני מספרים  $b$  ו- $c$  המקיימים  $0 < b < c$

מתקיים :  $\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$ ,  $n$  הוא מספר טבעי.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי

הישרים  $x=1$  ו- $x=e^2$  סביב ציר ה- $x$ . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$ .

ב. מצא את  $n$ .

הצב בפונקציה  $f(x)$  את  $n$  שמצאת בסעיף ב וענה על סעיפים ג-ה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

ii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y=0$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = f(x) + m$ ,  $m \neq 0$ , הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

i. מצא את  $m$ .

ii. עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$  פתרון יחיד?



תשובות סופיות:

1) א.  $(x+81)^2 + y^2 = 8100$  . ב. יח"ר  $S_{\Delta ABC} = 855$  .

ג.  $C(0, -\sqrt{1539})$  ,  $C(0, \sqrt{1539})$  .

2) א.  $t = \frac{2}{3}$  . ב.  $66.59^\circ$  . ג.  $a = 6$  .

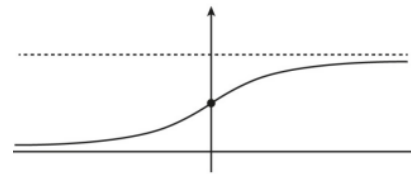
ד. (i).  $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$  . ד. (ii).  $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$  .

3) א.  $z_2 = 4 - 3i$  ,  $z_1 = 1 + i$  . ב. (i). הסבר . ב. (ii). הסבר .

4) א. (i). כל  $x$  . א. (ii). עלייה: כל  $x$  , ירידה: אין .

א. (iii).  $(0, \frac{1}{2})$  . א. (iv).  $y = 0$  ,  $y = 1$  .

א. (v). להלן סקיצה: . ב. הסבר . ג. (i). הוכחה .

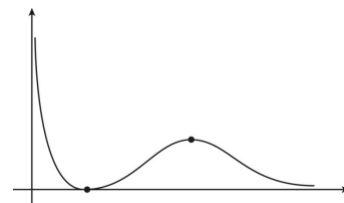


ג. (ii). הסבר .

5) א. (i).  $0 < x$  . א. (ii).  $(1, 0)$  . ב.  $n = 2$  .

ג. (i). מינימום:  $(1, 0)$  , מקסימום:  $(e^4, \frac{16}{e^2})$  . ג. (ii).  $x = 0$  .

ד. להלן סקיצה: . ה. (i).  $m = -\frac{16}{e^2}$  . ה. (ii).  $k = -\frac{16}{e^2}$  או  $0 < k$  .



## בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונות הנקודות  $A(-3a, 0)$  ו- $B(3, 0)$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות  $a$  את המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $P$  המקיימות:  $\frac{PA}{PB} = 1$ .

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות  $Q$  המקיימות  $\frac{QA}{QB} = 2$  הוא מעגל,

והבע באמצעות  $a$  את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

i. זהה את המקום הגאומטרי הזה.

ii. מצא את  $a$  וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

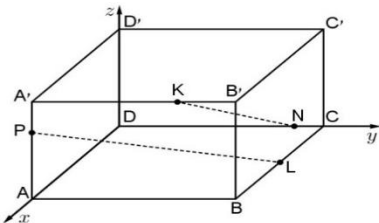
(2) בציור שלפניך נתונה התיבה  $ABCD A'B'C'D'$ . המקצועות  $DC$  ו- $DD'$

מונחים על הצירים  $x, y, z$ , בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון:  $AA' = 3$ ,  $DA = 4$ ,  $AB = a$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

הנקודות  $P, N, L$  ו- $K$  נמצאות על מקצועות התיבה  $AA'$ ,  $BC$  ו- $A'B'$ ,

בהתאמה, כך שמתקיים:  $AP = 2PA'$ ,  $N(0, 5, 0)$ .



$\vec{AK} = \frac{4}{5}\vec{DN}$ ,  $L$  היא אמצע המקצוע  $BC$ .

א. מצא את משוואת המישור  $PNK$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא הצגה פרמטרית של הישר  $NK$  ושל הישר  $PL$ . אם צריך, הבע באמצעות  $a$ .

ii. הסבר מדוע הישרים  $NK$  ו- $PL$  הם ישרים מצטלבים.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. עבור איזה ערך של  $a$ ,  $\angle PC'C = 82.1^\circ$ ?

השאר בתשובה שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. האם קיים  $a$  שעבורו  $\angle PC'C = 90^\circ$ ? נמק.

- (3)**  $z_1$  ו-  $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים המקיימים:  $|z_1| = |z_2| = r$ ,  $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$ .
- א. הוכח כי תוצאת המכפלה  $z_1 \cdot z_2$  היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות  $r$ .
- הנקודות A, B ו-C, במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים  $z_1$ ,  $z_2$  ו-  $z_3$ . נתון: הנקודות A, B ו-C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר  $y = x$ .
- ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.
- הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב  $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$ .
- נתון:  $(z_3)^2 = 2i$ ,  $z_1 - z_2 = 1 - i$ ,  $z_1 + z_2 = 7 + 7i$ .
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D (מצאו את שתי האפשרויות).
- ii. חשב את שטח המרובע BDAC עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

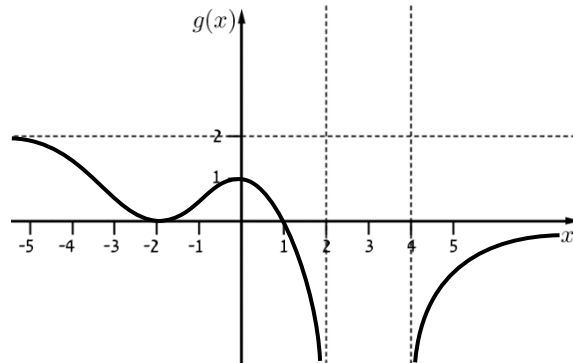
### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4)** נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$ .  $m > 0$  הוא פרמטר.
- ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות  $m$ .
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ב. סרטט במערכת צירים אחת, גרפים של הפונקציות  $f(x)$  עבור  $m = 1$  ועבור  $m = 2$  (ידוע ששני הגרפים חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים המסורטטים ובין ערכי  $m$  הנתונים.
- ג. הישר  $y = k$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .
- i. הבע באמצעות  $m$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $y = k$ .
- עבור כל  $m$ , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף (i) ב-  $S_m$  ( $S_1$  הוא השטח עבור  $m = 1$ ).
- ii. הראה שלכל  $m$  מתקיים  $S_m = \frac{S_1}{m}$ .

- 5 נתון:  $f(x)$  היא פונקציה רציפה וגזירה לכל  $x$ . נסמן  $g(x) = \ln(f(x))$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x > 4$  ולכל  $x < 2$ , ורק שם.
- בתחום  $2 \leq x \leq 4$ ,  $f'(x) = 0$  רק עבור  $x = 3$ .
- בציור שלהלן מתואר גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מתאפסת רק בנקודות שבהן  $x = 1$  ו- $x = -2$ .



- א. מצא את  $f(-2)$ ,  $f(0)$  ו- $f(1)$ .
- ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם כל אחד מן הצירים? נמק.
- ד. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
- ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ז. הסבר מדוע  $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$ .

תשובות סופיות:

א. (1)  $x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a$

ב.  $R = 2a + 2$  ,  $M(4+a, 0) \leftarrow (x - (4+a))^2 + y^2 = (2a+2)^2$

ג. (i) פרבולה קנונית. ג. (ii)  $a = 11$  ,  $y^2 = 60x$

א. (2)  $13x + 4y - 16z - 20 = 0$  ב. (i)  $\underline{x} = (4, 0, 2) + r(2, -a, 2)$  ,  $\underline{x} = (0, 5, 0) + t(4, -1, 3)$

ב. (ii) אינם נחתכים ואינם מקבילים.

ג. (i)  $a \approx 5.99$  . ג. (ii) לא.

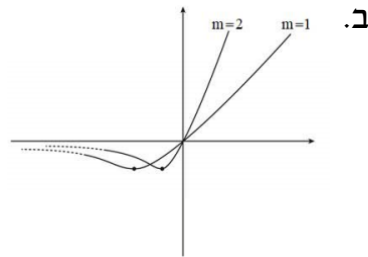
א. (3)  $z_1 \cdot z_2 = r^2 i$  ב. על פי חישוב (המרחק AC שווה למרחק BC).

ג. (i)  $D(-625, -625)$  ,  $C(1, 1)$  או  $D(625, 625)$  ,  $C(-1, -1)$

ג. (ii)  $S_{BDAC} = 626$  יח"א

א. (4) א. (i) כל  $x$  . א. (ii)  $(0, 0)$  . א. (iii)  $y = 0$

ג. (i)  $S_m = \frac{\ln 2}{4m} - \frac{1}{8m}$



א. (iv)  $\left(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4}\right)$

ג. (ii) הוכחה.

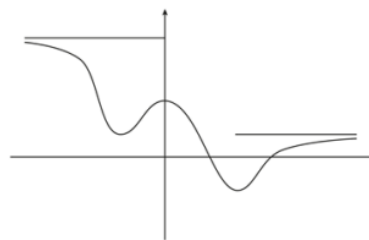
א. (5)  $f(1) = 1$  ,  $f(0) = e$  ,  $f(-2) = 1$

ב. תחום חיוביות:  $x > 4$  ,  $x < 2$  , תחום שליליות:  $2 < x < 4$

ג.  $(0, e)$  ,  $(2, 0)$  ,  $(4, 0)$  . ד.  $y = 1$  ,  $y = e^2$

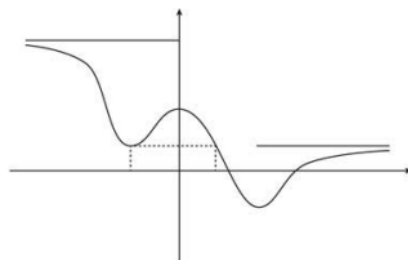
ה. תחום ירידה:  $0 < x < 3$  ,  $x < -2$  , תחום עליה:  $-2 < x < 0$  ,  $x > 3$

ו. להלן סרטוט:



ז. שטח זה גדול משטחו של מלבן שצלעותיו הן באורך 3 ו-1.

(המלבן המקווקו בשרטוט).



## בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1 נתונה הפרבולה הקונונית  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$ , הוא פרמטר.

הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו- $B(x_2, y_2)$  נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא  $\frac{4}{3}$ , שיעור ה- $y$  של אמצע הקטע AB הוא 9.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו-B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.

2 בתיבה ABCDA'B'C'D' הנקודה L היא אמצע המקצוע BB', והנקודה G היא מפגש

האלכסונים של הפאה A'B'C'D'. הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).

נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AB} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{u}$ .

א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את  $\vec{DK}$ .

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB'.

ומצא את היחס  $\frac{DK}{DB'}$ .

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור BCC'B' בנקודה F.

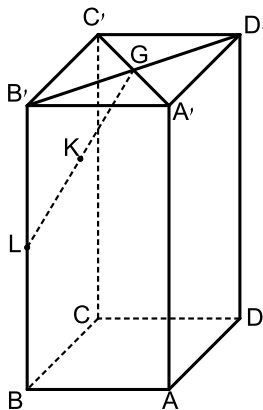
נתון:  $\vec{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את  $s$  ואת  $t$ , והראה כי הנקודה F נמצאת

על המקצוע B'C'.

ii. מצא את היחס  $\frac{B'F}{B'C'}$ .



- (3)**  $z_C, z_B, z_A$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים את הנקודות A, B ו-C במישור גאוס, בהתאמה.  
נתון:  $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$ , הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,  $z_A$  ו- $z_C$  מקיימים את המשוואה:  $(8-i)z = (8+i)\bar{z}$ .
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את  $z_A$  ואת  $z_C$ .
- ii. הסבר מדוע  $\angle ABC = 90^\circ$ .  
נתון:  $AB = BC$ .
- ב. מצא את  $z_B$  (מצא את שתי האפשרויות).  
נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.
- ג.  $a_n$  היא סדרה הנדסית שבה:  $a_1 = z_A$  ו- $a_2 = z_B$ .
- נתון:  $m$  הוא מספר טבעי כך שסכום  $m$  האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$  הוא 0. הסבר מדוע  $m$  מתחלק ב-4 ללא שארית.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

**(4)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ . נסמן  $g(x) = e^x - x$ .

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?
- ii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , והסבר מדוע לכל  $x$  מתקיים:  $e^x - x \geq 1$ .
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש).
- iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. הראה כי:  $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$ .

ידוע כי הביטוי  $2e^x - xe^x - 1$  מוגדר לכל  $x$  וחיובי בתחום  $-1 \leq x \leq 1$ .  
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את  $f(-1)$  ואת  $f(1)$ , וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-1 \leq x \leq 1$ .

ii. הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה  $f(x)$  יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- $x$ , על ידי הישר  $x = -1$  ועל ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-1 \leq x \leq 0$ .

**(5)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$ ,  $b > 0$ , הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$ .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח:  $f(x) - g(x) = x$ .

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

(אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$  נמצאת על האסימפטוטה של

הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את ערך הפרמטר  $b$ .

ה. הצב  $b = 4$  וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של

הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .



תשובות סופיות:

1 א.  $y^2 = 24x$  ב.  $B(1.5, -6), A(24, 24)$

ג. יש אינסוף זוגות נקודות כאלה, שמכפלת שיעורי ה- $y$  שלהם היא  $-144$ .  
למשל:  $(24, -24), (1.5, 6)$  או  $(6, 12), (6, -12)$ .

2 א.  $\overrightarrow{DK} = \frac{3}{4}w - \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v$  ב.  $\frac{DK}{DB'} = \frac{3}{4}$  ג.  $S = \frac{1}{3}, t = 1$  (i).

ג. (ii)  $\frac{BF}{B'C'} = \frac{1}{3}$

3 א. (i)  $z_C = -8 - i = \sqrt{65} \text{cis} 187.125^\circ, z_A = 8 + i\sqrt{65} = \text{cis} 7.125^\circ$

א. (ii) מתקבל מעגל קנוני שבו  $AC$  קוטר ונקודה  $B$  נמצאת על היקף המעגל,  
כך ש- $\sphericalangle CAB$  הינה זווית היקפית הנשענת על הקוטר.

ב.  $z_B = 1 - 8i = \sqrt{65} \text{cis}(-82.875^\circ)$  או  $z_B = -1 + 8i\sqrt{65} = \text{cis} 97.125^\circ$

ג. נתון כי  $S_m = 0$ , ולכן מתבקש  $q^m - 1 = 0 \Leftrightarrow q = \text{cis} 90^\circ$

ולכן  $\text{cis} 90^\circ m = 1, [\text{cis} 90^\circ]^m - 1 = 0$ , כלומר:  $90m = 360k \Leftrightarrow m = 4k$ .

4 א. (i) כל  $x$ . א. (ii)  $\min(0, 1)$  לפונקציה יש נקודת מינימום

מוחלט  $(0, 1)$ , לכן  $g(x) \geq 1$  לכל  $x$ , כלומר  $e^x - x \geq 1$  לכל  $x$ .

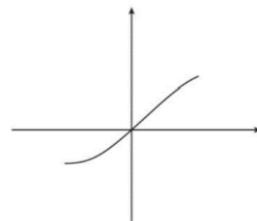
ב. (i) כל  $x$ . ב. (ii)  $x < 0: y = 0, x > 0: y = 1$

ב. (iii)  $(0, 0)$  ב. (iv) הוכחה. ג. (i)  $f(1) = 1, f(-1) = \frac{1-e}{1+e} = -0.46$

ג. (ii)  $f'(0) = 1, f'(-5) = -0.038$

כיוון ש- $f'(x) = 0$  רציפה, קיימת בין  $x = 0$  ל- $x = -5$  לפחות נקודה אחת

שבה  $f'(x) = 0$ , והיא נקודת המינימום של הפונקציה.

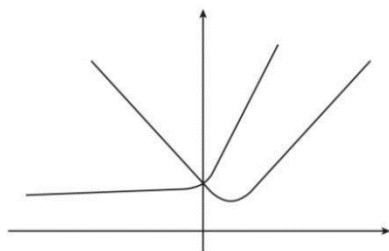


ד.  $S = \ln\left(1 + \frac{1}{e}\right)$  יח"ש

5 א. (i) כל  $x$ . א. (ii) עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. כל  $x$ . ג. (i) הוכחה. ג. (ii)  $(0, \ln(1+b))$

ד.  $b = 4$ . ה. להלן סרטוט:



בגרות חורף 2019:

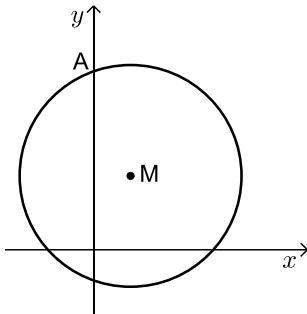
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה-y בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך. ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה-y,



החותך את הציר בנקודה E. נתון כי:  $AE = 6$ . נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

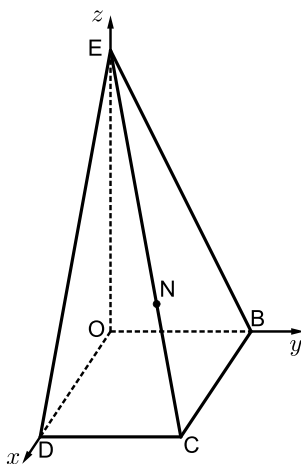
א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

ב. נסמן ב- $F_1$  וב- $F_2$  את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א. הנקודות  $D_1$  ו- $D_2$  הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה-y של  $D_1$  חיובי ושיעור ה-y של  $D_2$  שלילי.

i. מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע  $F_1D_1F_2D_2$ .

ii. האם קיים מרובע  $F_1D_1F_2D_2$  בעל היקף גדול יותר? נמק.



2) נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD היא ריבוע. המקצוע OE מאונך למישור הבסיס. נתון:  $OD = 4$ ,  $OE = 12$ .

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים והנקודות E, B, D נמצאות על הצירים x, y, z בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC. הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F. מרחק הנקודה F מציר ה-y הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD. K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה :  $z^3 = \bar{z}$  ,  $z \neq 0$  . הוא מספר מרוכב.

ב. ענה על הסעיפים הבאים :

i. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס

$$\text{המקיימות : } z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1 .$$

ii. הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום

הגאומטרי שמצאת בתת-סעיף ב(i).

ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i. את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א

מסובבים בזווית  $45^\circ$  (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות

המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה :  $z^4 = a$  .

מצא את  $a$  .

ii. את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א

מסובבים בזווית  $\alpha$  (נגד כיוון השעון). הוכח שסכום המספרים

המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$  , הוא פרמטר.  $a$

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית  $x = \ln 2$  .

א. מצא את  $a$  .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  והראה כי עבור כל  $x \neq 0$

$$\text{בתחום מתקיים : } f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2} .$$

ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  .

ii. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

$$h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$$

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $h(x)$ .
  - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ .
  - iii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $h(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \ln 8$  והישר  $x = \ln 16$ .  
נתון: הפונקציה  $h(x)$  סימטרית ביחס לישר  $x = \ln 2$ .
- הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ , והן סימטריות ביחס לישר  $x = \ln 2$ .  
שיעור ה- $x$  של הנקודה A הוא  $\ln 8$ .  
ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

5)  $f(x)$  היא פונקציה גזירה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

- א. הראה שלפונקציה  $f(x)$  ולפונקציה  $e^{f(x)}$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$ , ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).  
נתון כי:  $f(x) = x \ln(x^n)$ ,  $n$  הוא פרמטר טבעי.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ . התייחס לערכים שונים של  $n$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
התייחס לערכים שונים של  $n$ .
- נתון: גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.  
ד. ענה על הסעיפים הבאים:
  - i. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.
  - ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).
  - iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $n = 2$ .
- ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $e^{x \ln(x^n)}$  ( $n$  טבעי), וקבע את סוגן אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).

תשובות סופיות:

1) א.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$  . ב. (i)  $S_{F_1D_1F_2D_2} = 6\sqrt{3}$  . ב. (ii) לא. היקף המרובע קבוע והוא  $8\sqrt{3}$ .

2) א.  $EC: \underline{x} = (0, 0, 12) + t(1, 1, -3)$  . ב.  $N(3, 3, 3)$

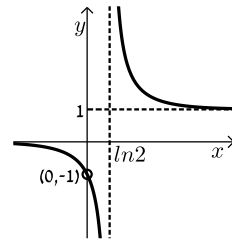
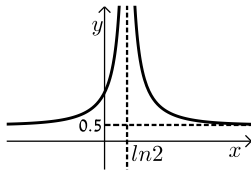
ג.  $71.565^\circ$  . ד.  $\underline{x} = (2, 2, 0) + s(0, 0, 1)$

3) א.  $1, i, -1, -i$  . ב. (i)  $x^2 + y^2 = 1$  . ב. (ii) הוכחה.

ג. (i)  $a = -1$  . ג. (ii) הוכחה.

4) א.  $a = 2$  . ב.  $x \neq \ln 2, x \neq 0$  . ג. (i)  $y = 0, y = 1, x = \ln 2$  . ג. (ii) עולה: אין, יורדת:  $x < 0, 0 < x < \ln 2, x > \ln 2$

ג. (iii) להלן סקיצה: ד. (i)  $x = \ln 2, y = \frac{1}{2}$  . ד. (ii) להלן סקיצה:

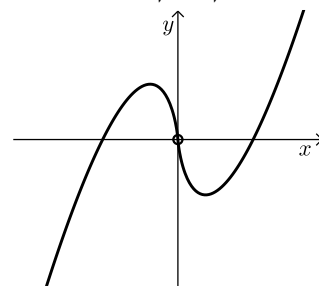


ד. (iii)  $0.500724$  . ה.  $B\left(-\ln 2, \frac{5}{6}\right)$

5) א. הוכחה. ב. עבור  $n$  אי-זוגי:  $x > 0$ , עבור  $n$  זוגי:  $x \neq 0$ .

ג. עבור  $n$  אי-זוגי:  $(1, 0)$ , עבור  $n$  זוגי:  $(-1, 0), (1, 0)$ .

ד. (i) הוכחה. (ii)  $\max\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right), \min\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right)$  . ד. (iii) להלן סקיצה:



ה.  $\max\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right), \min\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right)$

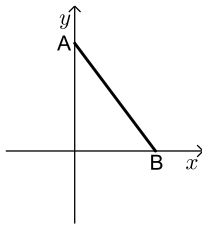
## בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1) אורך הקטע AB הוא 4.

נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה-y והנקודה B נמצאת על ציר ה-x (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

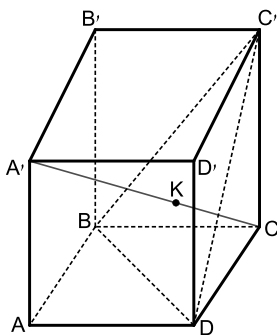
א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $t = \frac{AL}{LB}$ .  $t > 0$  הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות  $t$  את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של  $t$  המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים  $t > 0$  שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה-x בנקודה  $(5, 0)$ ? נמק.



2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור). הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע A'C' ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר A'C' מאונך למישור BC'D.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר A'C' עם המישור BC'D.

ג. מצא את היחס  $\frac{AK}{AC}$ .

הנקודה O היא נקודת החיתוך של אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע C'O.

- 3) א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הוכח כי לכל מספר מרוכב  $z$  מתקיים  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ .
  - ii. הוכח כי אם המספר המרוכב  $z$  נמצא על מעגל היחידה, אז גם המספר  $\frac{1}{z}$  נמצא על מעגל היחידה.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הראה כי בעבור כל מספר מרוכב  $z$  הנמצא על מעגל היחידה, הסכום  $z + \frac{1}{z}$  הוא מספר ממשי.
  - ii.  $z_1$  ו- $z_2$  הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה. נתון כי הרכיבים המדומים של  $z_1$  ו- $z_2$  הם חיוביים. הוכח כי אם:  $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$  אז  $z_1$  ו- $z_2$  נמצאים ברביע הראשון.
- $w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$  הוא מספר מרוכב. נתון:  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
- נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא  $\frac{1}{w}$  והאיבר השני הוא  $w$ . נתון כי סכום 5 איברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הבע באמצעות  $\alpha$  את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.
  - ii. מצא את  $\alpha$  (מצא את שתי האפשרויות).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות**

**ולוגריתמיות (  $33\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- iii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה לציר ה- $x$ .
- iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. הוכח כי  $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$ .
- ii. הסבר מדוע גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא כולו מתחת לישר  $y = x$ .

ד. נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- i. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה)?
- ii.  $a > 1$  הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה  $f(x)$  והראה כי נפח גוף הסיבוב של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי הצירים ועל ידי

הישר  $x = \ln a$  שווה ל- $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$ .

פרט את חישוביך.



5 נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$  .  $m$  הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור  $m \geq 0$  .  
א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציות  $f(x)$  ?

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות  $f(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

iii. נתון כי כל הפונקציות  $f(x)$  מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. בעבור  $m \geq 0$  , מצא את הערכים של  $m$  שבעבורם הנגזרת  $f'(x)$  :

1. אינה מתאפסת בשום נקודה.

2. מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

3. מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

ii. בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I-III) של פונקציות מן המשפחה  $f(x)$

בעבור  $m \geq 0$  . ידוע כי  $m \neq 1$  וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך

או לטווח ערכים אחר של  $m$  .

התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של  $m$  המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I-III.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(-x)$  בעבור  $0 < m < 1$  .

תשובות סופיות:

1 א.  $x^2 + y^2 = 4$ , מעגל קנוני ורדיוסו 2.

ב.  $\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16$  או  $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$ , אליפסה.

ג.  $t = 1$  ד. לא.

2 א.  $\angle(A'C, BC') = 90^\circ$  ב. הוכחה. ג.  $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$  ד. הוכחה.

3 א. (i) הוכחה. א. (ii) הוכחה. ב. עבור  $z = \operatorname{rcis} \theta$

ב. (i)  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$  ב. (ii) הוכחה. ג. (i)  $q = \operatorname{cis} 2\alpha$

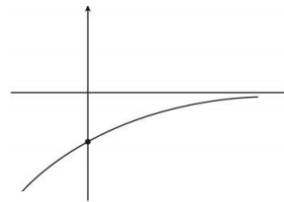
ג. (ii)  $\alpha = \frac{\pi}{5}$  או  $\alpha = \frac{2\pi}{5}$

4 א. (i) אין חיתוך עם ציר  $x$ . חיתוך עם ציר  $y$ :  $(0, -\ln 2)$

א. (ii)  $f(x)$  שלילית לכל  $x$ , חיובית לאף  $x$ .

א. (iii)  $y = 0$  א. (iv)  $f(x)$  עולה לכל  $x$ , יורדת לאף  $x$ .

ב. סקיצה: ג. (i) הוכחה.



ג. (ii) הוכחה. ד. (i)  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית לאף  $x$ .

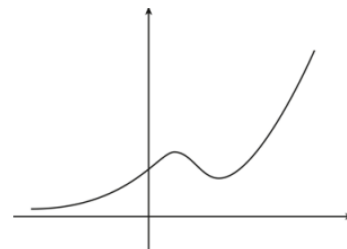
ד. (ii) הוכחה.

5 א. (i) כל  $x$ . א. (ii)  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית עבור אף  $x$ .

א. (iii)  $(0, 1)$  ב. (i) (1). (ii)  $m > 1$ . (iii)  $m = 0$ . (iv)  $0 < m < 1$ .

ב. (ii) גרף I:  $0 < m < 1$ . גרף II:  $m > 1$ . גרף III:  $m = 0$ .

ג. סקיצה:



## בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מעגל שמשוואתו היא  $x^2 + y^2 = a^2$ , הוא פרמטר חיובי. הזיזו את

המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך ששיק לציר ה- $y$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המעגל שהתקבל.

ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- $y$ .

שיעור ה- $x$  של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך

(אם יש צורך, השתמש ב- $a$ ).

הישר  $y = x + 3$  משיק בנקודה  $M$  למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

ג. מצא את  $a$ .

ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:

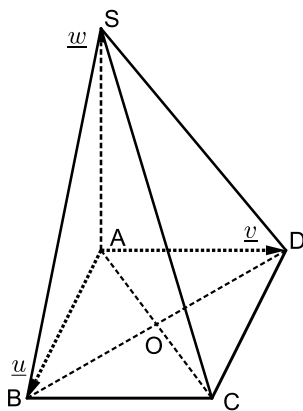
i. המעגל שהתקבל בסעיף א.

ii. המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה  $M$ .

(2) נתונה פירמידה  $SABCD$ , שבסיסה  $ABCD$ , הוא ריבוע (ראה ציור).

הנקודה  $O$  היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס. הנקודה  $P$  היא נקודה על הקטע  $SD$ ,

והיא מקיימת:  $\overrightarrow{SP} = t \cdot \overrightarrow{SD}$ ,  $t > 0$ . נסמן:  $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ .



א. הבע את הווקטור  $\overrightarrow{OP}$  באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$  ו- $t$ .

ב. מצא בעבור איזה ערך של  $t$ ,  $OP$  מקביל

למישור הפאה  $SAB$ .

נתון: אורך צלע הריבוע  $ABCD$  הוא 4,  $AS$  מאונך לבסיס

הפירמידה,  $AS = 4\sqrt{2}$ . הנקודה  $A$  היא ראשית הצירים.

הנקודות  $B$ ,  $D$  ו- $S$  נמצאות על החלק החיובי של

הצירים  $x$ ,  $y$  ו- $z$  בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של  $t$ , הישר  $OP$  יוצר זווית

של  $45^\circ$  עם מישור הפאה  $SAD$ .

הנקודה  $T$  נמצאת על הקטע  $SC$  כך ש- $TABCD$  היא פירמידה ישרה.

ד. מצא את נפח הפירמידה  $TABCD$ .

3 נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא  $iz$  ( $z$  מספר מרוכב). נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות  $z$ ).

ii. הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-  $\frac{z^5 + i}{z + i}$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $z^5 = -i$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

ii. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$

( $z$  הוא הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא

מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (ii).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,**

**פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (  $\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$ .

$a$  הוא פרמטר,  $-2 < a < 2$ .

- א. הראה שהפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).
- ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה  $f(x)$  כתלות בפרמטר  $a$ . כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של  $a$ :

(1)  $0 < a < 2$

(2)  $-2 < a < 0$

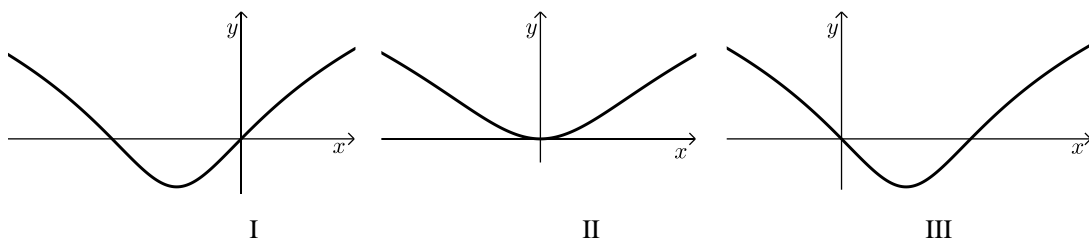
(3)  $a = 0$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

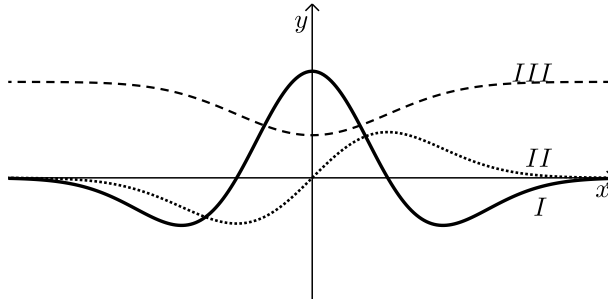
ענה על סעיף ה בעבור  $a$  המקיים  $-2 < a < 0$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ה. הבע באמצעות  $a$  ו- $S$  את האינטגרל:  $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$ .



- 5) לפי סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f, f', f''$  המוגדרות לכל  $x$ .  
הגרף III נמצא כולו מעל לגרף II.



- א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות  $f, f', f''$ . נמק את קביעתך.  
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $f'(x)$ , כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .  
נתון כי:  $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$ .
- ב. מצא בעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.  
נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1 + \frac{1}{2e}$ .
- ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $(x-a)^2 + y^2 = a^2$     ב.  $x \neq 0, y^2 = 4ax$     ג.  $a = 3$     ד.  $(3,3)$

(2) א.  $\vec{OP} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \left(t - \frac{1}{2}\right)\underline{v} + (1-t)\underline{w}$     ב.  $t = \frac{1}{2}$

ג.  $t = 1, t = \frac{2}{3}$     ד.  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

(3) א. (i).  $z^4, -iz^3, -z^2, iz, 1$     א. (ii). הוכחה.

ב. (i).  $\text{cis } 54^\circ, \text{cis } 126^\circ, \text{cis } 198^\circ, \text{cis } 270^\circ, \text{cis } 342^\circ$

ג.  $\text{cis } 138^\circ, \text{cis } 258^\circ$

ב. (ii).  $\text{cis } 54^\circ, \text{cis } 126^\circ, \text{cis } 198^\circ, \text{cis } 342^\circ$

(4) א. הוכחה.    ב.  $(-a,0), (0,0)$

ג.  $\min\left(-\frac{a}{2}, \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\right)$     ד. I (1)    ד. III (2)    ד. II (3)

ה.  $-a \ln 4 - S$

(5) א. I:  $f''$     II:  $f'$     III:  $f$

ב.  $x = -1$  אורך מקסימלי.  $x = \frac{1}{2}$  אורך מינימלי.

## בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) הנקודה A נמצאת על האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ברביע הראשון.

a ו-b הם פרמטרים חיוביים.

נתון:  $a > b$ , אורך הציר הגדול של האליפסה הוא  $F_1$  ו- $F_2$  הם מוקדי האליפסה.

היקף המשולש  $F_1AF_2$  הוא 25 ושטחו 12.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שמשוואתה היא  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$  אינו שלם).

דרך הנקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה L.

ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות מפגשי

התיכונים במשולשים ALD.

(2) הישר  $\ell$  עובר דרך ראשית הצירים, O, ומאונך למישור  $\pi$ .

הנקודה  $P(-1, -1, 2)$  היא נקודת החיתוך של הישר  $\ell$  והמישור  $\pi$ .

א. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .

OABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD, הוא מלבן הנמצא על המישור

$\pi$  (הנקודה O היא ראשית הצירים). הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של

המישור  $\pi$  עם ציר ה-x ועם ציר ה-y בהתאמה.

ב. (1) מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.

(2) מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.

ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדדית AOB בפירמידה OABCD ובין

בסיס הפירמידה.



הנקודות  $F(-4, -2, 0)$  ו- $G(-2, -4, 0)$  נמצאות על הקטע AB.

ד. (1) הראה כי  $|FG| = \frac{1}{3}|AB|$ .

(2) מצא שיעורים של שתי נקודות, H ו-I, כך שנפח הפירמידה OFGHI

הוא  $\frac{1}{3}$  מנפח הפירמידה OABCD. נמק את תשובתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים:

א. פתור את המשוואה  $z^3 = -1$  (הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.

$a_n$  היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $2i$ .

ב. הראה כי לכל  $n$  טבעי  $a_{n+4} = 16a_n$ .

הנקודות A, B, C ו-D במישור גאוס מייצגות את איברי הסדרה  $a_1, a_2, a_3$

ו- $a_4$  בהתאמה.  $a_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה  $z^3 = -1$ .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ג. (1) סרטט סקיצה של המרובע ABCD.

(2) מצא את שטח המרובע ABCD.

ד. הנקודות A', B', C' ו-D' מייצגות את איברי הסדרה  $a_5, a_6, a_7$  ו- $a_8$

בהתאמה. מצא את היחס בין שטח המרובע A'B'C'D' ובין שטח

המרובע ABCD  $\left( \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} \right)$ . נמק.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה,

#### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות $\left( \frac{1}{3} \right)^{33}$ (נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{\frac{a}{x-1}} + c$ .

$a$  ו- $c$  הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$  היא  $y = 1$ ,

הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודות  $(0, e^{-4})$ .

- ב. מצא את הערך של  $c$  ואת הערך של  $a$ .
- ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה)?  
 לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול יחידה בנקודה שבה  $x = -1$ .
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) לאילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הפיתול שלה.  
 המשיק עובר בראשית הצירים. הסבר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$  קטן מ- $\frac{1}{2}e^{-2}$ .

(5) נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  :  $f'(x) = \frac{\ln(-x)+2}{x}$ .

- לפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  יש אותו תחום הגדרה.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  והקעירות כלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ?
- (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .
- נתון :  $f(-e^{-2}) = 0$ .
- ג. (1) מצא ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

תשובות סופיות:

(1) א.  $\frac{x^2}{42.25} + \frac{y^2}{6.25} = 1$  (אפשר גם:  $\frac{4x^2}{169} + \frac{4y^2}{25} = 1$ )

ב.  $A(3.9, 2)$  ג.  $x_L = -3.9$  ד.  $x = 1.3$

(2) א.  $x + y - 2z + 6 = 0$  ב.  $A(-6, 0, 0), B(0, -6, 0)$  (1)

ב.  $C(4, -2, 4), D(-2, 4, 4)$  (2) ג.  $35.26^\circ$

ד. (1) הוכחה ד. (2) למשל:  $H(2, 0, 4), I(0, 2, 4)$

(3) א.  $\text{cis}60^\circ, \text{cis}180^\circ, \text{cis}300^\circ$  (אפשר גם:  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -1, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ )

ב. הוכחה ג. (1) להלן סקיצה:

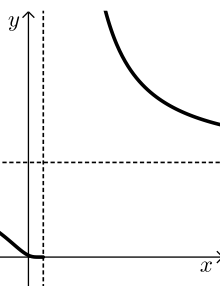
ד. היחס הוא 256

(4) א.  $x \neq 1$  ב.  $a = 4, c = 0$

ג. (1) עלייה: אין, ירידה:  $x < 1, x > 1$

ג. (2) הפונקציה חיובית בכל ת.ה.

ד. (1) להלן סקיצה:



ד. (2)  $0 < k < 1, k > 1$

ה. הוכחה

(5) א. (1)  $x < 0$  א. (2) עלייה:  $-\frac{1}{e^2} < x < 0$ , ירידה:  $x < -\frac{1}{e^2}$

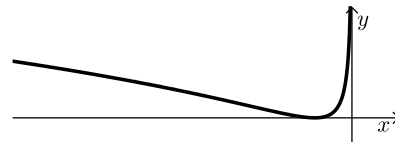
א. (3) הקעירות כלפי מעלה:  $-\frac{1}{e^2} < x < 0$ , קעירות כלפי מטה:  $x < -\frac{1}{e^2}$



ב. (1)  $x = 0, y = 0$  ב. (2) להלן סקיצה:

ג. (1)  $F(x) = \frac{\ln^2(-x)}{2} + 2\ln(-x) + 2$

ג. (2) להלן סקיצה:





(3)  $z_1$  ו- $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים שונים.

נתון:  $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$ ,  $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$

הוא מספר ממשי.  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$

א. (1) מצא את  $\alpha$  ואת  $\frac{z_1}{z_2}$ .

(2) הראה כי  $z_1 \cdot z_2$  הוא מספר מדומה.

נתון:  $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$ .

ב. מצא את כל פתרונות המשוואה  $z^3 = w^6$ .

ג. (1) האם הפתרונות שמצאת בסעיף ב יכולים להתאים לקודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס?

אם כן, מצא את שיעוריהם של שאר קודקודי המשושה.

(2) תן דוגמה למספר טבעי  $n > 6$  שבעבורו הפתרונות שמצאת בסעיף ב מהווים קודקודים של מצולע משוכלל בעל  $n$  קודקודים.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה,

#### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$ ,  $b$  הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות  $b$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) נמק מדוע  $f(x) \geq 0$  בכל תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצא את המשוואה של האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) קבע בעבור אילו ערכים של  $b$  יש לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון,

ואם יש כזאת, מצא את שיעוריה, והראה שהיא נקודת מינימום.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $b = 2$ .

ב. מצא את כל הערכים של  $b$  שבעבורם הישר  $y = \ln 5$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ג. נתון כי בעבור אחד מן הערכים של  $b$  שמצאת בסעיף ב, אין לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון.

בעבור הערך הזה של  $b$ , קבע אם הפונקציה  $f(x)$  עולה או יורדת. נמק.

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x(x-5)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. הראה כי:  $f'(x) = e^x(x-4)$  וכי  $f''(x) = e^x(x-3)$ .

$f^{(n)}(x)$  היא נגזרת מסדר  $n$  של  $f(x)$  (למשל  $f^{(3)}(x) = f'''(x)$ ).

נתונה החוקיות:  $f^{(n)}(x) = e^x(x-5+n)$  בעבור כל  $n$  טבעי.

ב. מצא את  $f'''(x)$  והראה כי החוקיות הנתונה מתקיימת בעבורה.

ענה על סעיף ג. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות  $n$ .

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) הראה כי הגרפים של הפונקציה  $f^{(m)}(x)$  ו- $f^{(k)}(x)$  אינם נחתכים בעבור שני מספרים טבעיים שונים  $m$  ו- $k$ .

(5) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות

$f(x)$ ,  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת

מן הפונקציות.

ד. הסתמך על החוקיות הנתונה ומצא לפונקציה  $f(x)$  פונקציה קדומה,  $F(x)$ ,

אם נתון כי הגרף של הפונקציה  $F(x)$  עובר בראשית הצירים.

אמת את תשובתך על ידי גזירה.

תשובות סופיות:

א. (1)  $y = -\frac{3}{4}x, y = 0$       ב. (1)  $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 36$

א. (2)  $(-1.6, 1.2), (2, 0)$       ב. (2)  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$

א. (2)  $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{3}w + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v$       ב. (2)  $\alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{1}{5}$

א. (1) ראה הסבר בפתרון הוידאו.      ב. (2)  $x + 2y + 3z - 26 = 0$

ג. (3)  $K(-3, 4, 7)$

א. (1)  $\alpha = \frac{3\pi}{4}, \frac{z_1}{z_2} = \text{cis}(-\pi) = -1$       א. (2)  $z_1 \cdot z_2 = i$

א. (1)  $2\text{cis}\frac{1}{6}\pi, 2\text{cis}\frac{5}{6}\pi, 2\text{cis}\frac{3}{2}\pi$       ב. (1)  $(0, 2), (-\sqrt{3}, -1), (\sqrt{3}, -1)$

ג. (2)  $n = 9$

א. (1) כל  $x$       א. (2) הוכחה      א. (3)  $y = \ln(b^2 + 1)$

א. (4)  $b > 0, \min(\ln b, 0)$

ב.  $b = 2, b = -2$

ג. עבור  $b = -2$  אין נקודות קיצון

והפונקציה  $f(x)$  בכל תחום הגדרתה.

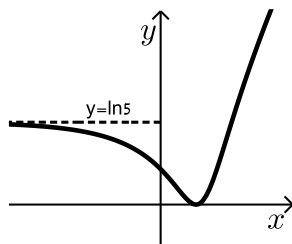
א. הוכחה.      (5)

ב.  $f'''(x) = e^x(x-2)$

ג. (1)  $(0, n-5), (5-n, 0)$

ג. (3)  $\min(4-n, -e^{4-n})$

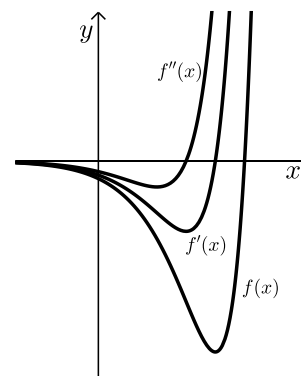
ג. (5) להלן סקיצה:



ג. (2)  $y = 0$

ג. (4) הוכחה.

ד.  $F(x) = e^x(x-6) + 6$



## בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) הישר  $4x - 3y = 0$  משיק למעגל שמרכזו  $(5a, 0)$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את משוואת המעגל באמצעות  $a$ .

ב. הנקודה  $G$ , הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר, המשיק למעגל בנקודה  $K$ .

ג. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $G$

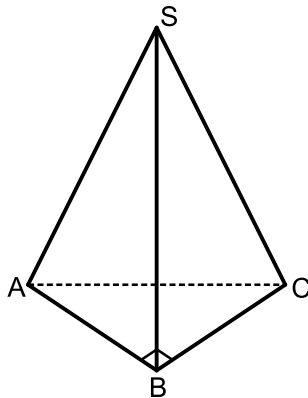
שבעבורן המרחק  $GK$  שווה למרחק שלהן מן הישר  $x = -3a$  וצייר

סקיצה שלו.

נתון: אורך הקטע  $GK$  הקצר ביותר האפשרי הוא 7.5.

ג. 1) מה הם שיעורי הנקודה  $G$  שבעבורה אורך הקטע  $GK$  הוא 7.5? נמק.

2) מצא תא ערכו של הפרמטר  $a$ . נמק.



2) נתונים שני ישרים:

$$l_1: \underline{x} = (6, 10, -7) + k(3, 5, -4)$$

$$l_2: \underline{x} = (15, 0, 6) + t(9, 0, 13)$$

ונתון הווקטור:  $\underline{u} = (6, 0, -8)$ .

הנקודה  $A$  נמצאת על הישר  $l_1$  והנקודה  $C$

נמצאת על הישר  $l_2$  כך ש-  $\overline{AC} = \underline{u}$ .

א. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $C$ .

$SABC$  היא פירמידה ישרה שבסיסה  $ABC$ , הוא משולש ישר זווית ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ).

הנקודה  $S$  נמצאת על הישר  $l_2$  והנקודה  $B$  נמצאת על הישר  $l_1$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .

ג. מצא את משוואת המישור  $ABC$ .

ד. מן הנקודה  $C$  העלו אנך למישור  $ABC$ .

חשב את הזווית שבין האנך ובין הישר  $l_2$ .



3)  $z$  הוא מספר מרוכב.

א. פתור את המשוואה  $z^5 = 2^5$ .

הנקודות  $A_n, \dots, A_2, A_1$  במישור גאוס מתאימות לפתרונות המשוואה  $z^n = 2^n$  ( $n \geq 3$  הוא מספר טבעי).

חיברו את הנקודות  $A_n, \dots, A_2, A_1$  ויצרו מצולע משוכלל קמור. נתון כי שטח המצולע שהתקבל שווה ל- $n$ .  
ב. מצא את  $n$ .

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור הערך של  $n$  שמצאת בסעיף ב.  
 $w = a + bi$  הוא פתרון של המשוואה  $z^n = 2^n$  כך ש- $a \cdot b > 0$  [כלומר:  $\text{Re}(w) \cdot \text{Im}(w) > 0$ ].

ג. באילו רביעים נמצאים פתרונות  $w$  כאלה?

ארבע הנקודות הנמצאות ברביעים שמצאת בסעיף ג הן קודקודיו של מלבן. אם מכפילים כל אחד מן המספרים המתאימים לארבע הנקודות הללו במספר  $z_0 = \cos \theta + i \sin \theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ), מתקבל מלבן חדש, שצלעותיו מקבילות לצירים.

ד. מצא את הזווית  $\theta$ . נמק.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה,

#### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

הפונקציה  $f(x)$  אינה מוגדרת בעבור  $x = 0$ .

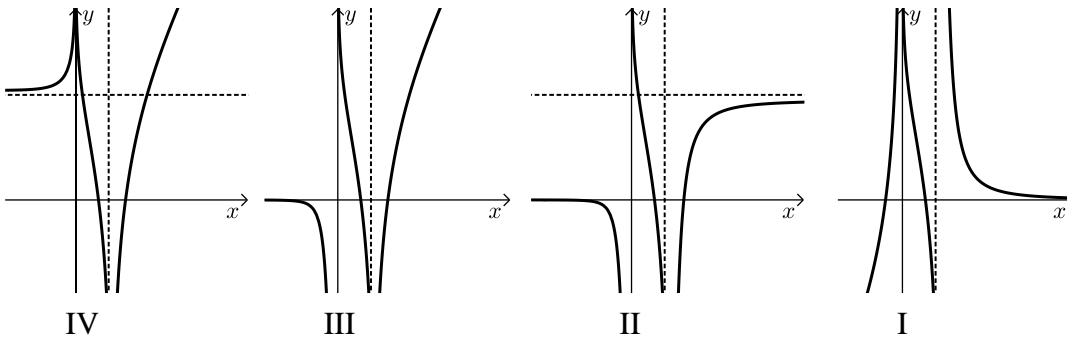
א. (1) מצא את  $a$  ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

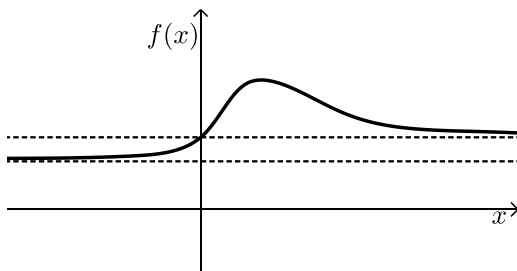
- ג. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר פונקציה קדומה לפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת בתחום ההגדרה של  $f(x)$ . איזה מהם מתאר אותה? נמק.
- ד. נתונה הפונקציה:  $h(x) = f(x+k)$ . עבור איזה ערך של  $k \neq 0$  יש לפונקציה  $h(x)$  אסימפטוטה שמשוואתה היא  $x=0$ ? נמק.



5 הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x) = \ln(f(x))$  מוגדרות וגזירות לכל  $x$ .

- א. הראה כי לפונקציה  $f(x)$  ולפונקציה  $\ln(f(x))$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$  ושנקודות הקיצון הללו הן מאותו הסוג (מינימום/מקסימום).

בציור שלפניך מתואר גרף של פונקציה  $f(x)$ , כך ש- $f(x)$  ו- $g(x) = \ln(f(x))$  מוגדרות וגזירות לכל  $x$ . לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון יחידה ששיעוריה הם  $(1, 2)$ , ושתי אסימפטוטות:



אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y=1$ ,

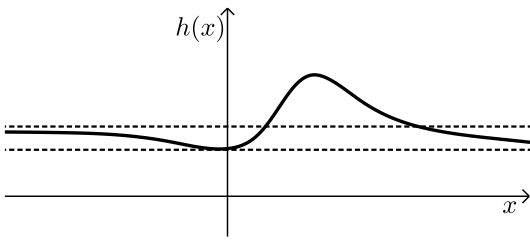
ואסימפטוטה נוספת שמשוואתה היא  $y = \frac{2}{3}$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$

כאשר  $y=1$ .

ענה על סעיף ב בהסתמך על הגרף המתואר בציור.

- ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.  
 (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?  
 (3) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות צירים?  
 (4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ . נמק.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .



נגדיר:  $h(x) = f(x) - g(x)$ .

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה  $h(x)$ .

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון

של הפונקציה  $h(x)$ .

קבע את סוגן בעזרת הגרף.

(2) הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על

גרף הפונקציה  $g(x)$  כך שהקטע AB מאונך לציר ה- $x$ .

מהו שיעור ה- $x$  שבעבורו אורך הקטע AB הוא 1? נמק.

### תשובות סופיות:

(1) א.  $(x-5a)^2 + y^2 = 16a^2$  ב.  $y^2 = 16ax$  ג. (1)  $G(0,0)$  ד.  $a = 2.5$

(2) א.  $A(0,0,1), C(6,0,-7)$  ב.  $B(3,5,-3)$  ג.  $4x+3z-3=0$  ד.  $18.43^\circ$

(3) א.  $2, 2\text{cis}72^\circ, 2\text{cis}144^\circ, 2\text{cis}216^\circ, 2\text{cis}288^\circ$  ב.  $n=12$

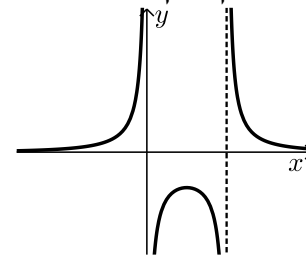
ג. רביעים I, III ד.  $\theta = 45^\circ$

(4) א. (1)  $a = 4$ , תחום הגדרה:  $x \neq 0, x \neq \ln 3$

א. (2)  $x = 0, x = \ln 3, y = 2, y = 0$

א. (3) עולה:  $0 < x < \ln 1.5$ , יורדת:  $x < 0, x > \ln 3$

ב. להלן סקיצה: ג. גרף IV ד.  $k = \ln 3$



(5) א. הוכחה. ב. (1) כל  $x$  ב. (2)  $\max(1, \ln 2)$

ב. (3)  $y = 0, y = \ln \frac{2}{3}$  ב. (4) חיובית:  $x > 0$ , שלילית:  $x < 0$

ב. (5) להלן סקיצה: ג. (1)  $\min(0,1), \max(1,1.306)$  ג. (2)  $x = 0$

