

תוכן העניינים:

2	פרק 6
2	מנסרה ישרה
2	סיכום והגדרות:
2	מנסרה שבסיסה משולש שווה צלעות:
4	מנסרה שבסיסה משולש שווה שוקיים:
5	מנסרה שבסיסה משולש ישר זווית:
6	תשובות סופיות:
7	תרגול נוסף:
9	תשובות סופיות:

פרק 6

מנסרה ישרה

סיכום והגדרות:

גוף מרחבי הבנוי משני מצולעים זהים המקבילים זה לזה במרחב. המקצועות הצדדיים המחברים את קדקודי הבסיסים המתאימים נקראים גובהי המנסרה. כל גובה במנסרה ישרה מאונך למישורי הבסיס העליון והתחתון.

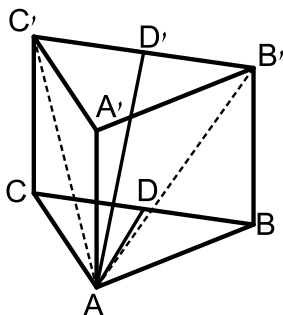


- במסגרת שאלון 807 נעסוק במנסרות הבאות:
- מנסרה שבסיסה משולש שווה צלעות.
 - מנסרה שבסיסה משולש שווה שוקיים.
 - מנסרה שבסיסה משולש ישר זווית.

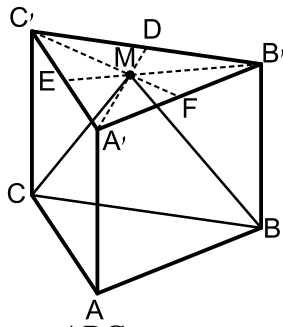
הערה:

התיבה וקובייה הן מקרים פרטיים של מנסרות ישרות שבסיסן מלבן וריבוע בהתאמה.

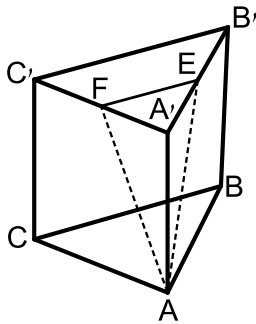
מנסרה שבסיסה משולש שווה צלעות:



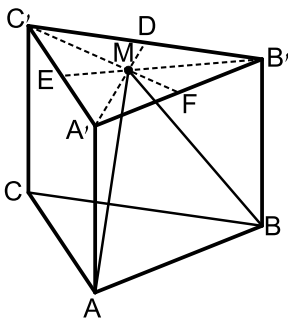
- 1) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים את האלכסונים AB' ו- AC' כך שנוצר המשולש $AB'C'$. הזווית שבין האנך לצלע BC במשולש ABC והאנך לצלע $B'C'$ במשולש $AB'C'$ היא 40° . אורך גובה המנסרה הוא 14 ס"מ.
- א. חשב את שטח המשולש $A'B'C'$.
- ב. חשב את נפח המנסרה.



- (2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים בבסיס העליון $A'B'C'$ את התיכונים $A'D$, $B'E$ ו- $C'F$ אשר נחתכים בנקודה M . מהנקודה M מעבירים את הקטעים MC ו- MB כך שנוצר המשולש MCB .
גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה. חשב את הזווית שבין האנך לצלע BC במשולש MCB למישור הבסיס ABC .

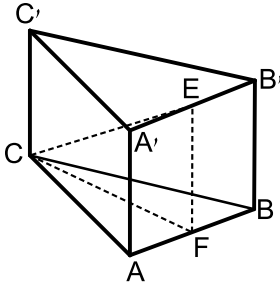


- (3) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות הנקודות E ו- F הן בהתאמה אמצעי המקצועות $A'B'$ ו- $A'C'$. מעבירים את הקטעים AE ו- AF , כך שנוצר המשולש AEF . אורך מקצוע הבסיס של המנסרה הוא 10 ס"מ וגובה המנסרה הוא 12 ס"מ.
א. חשב את אורכי הצלעות של המשולש AEF .
ב. חשב את הזווית שבין גובה המנסרה AA' למישור המשולש AEF .

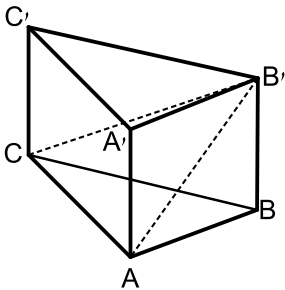


- (4) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים בבסיס העליון $A'B'C'$ את התיכונים $A'D$, $B'E$ ו- $C'F$ אשר נחתכים ב- M . מהנקודה M מעבירים את הקטעים MA ו- MB כך שנוצר המשולש MAB .
גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה ויסומן ב- $2a$.
א. הבע באמצעות a את אורך הקטע MA .
ב. חשב את הזווית שבין הקטע MA ומישור הבסיס ABC .
ג. חשב את הזווית שבין הגובה למקצוע AB במישור MAB לבין מישור הבסיס ABC .
ד. חשב את הזווית שבין MA והפאה $AA'B'B$.
ה. הבע באמצעות a את שטח הפנים של המנסרה.

מנסרה שבסיסה משולש שווה שוקיים:



- (5) נתונה מנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$). מאמצעי המקצועות $A'B'$ ו- AB מעבירים את הקטע EF . ידוע כי אורך מקצוע הבסיס AB הוא k ס"מ והוא קטן פי 2 מאורך שוק הבסיס AC . נסמן: $\angle FCE = \alpha$.
 א. הבע באמצעות k ו- α את נפח המנסרה.
 ב. חשב את נפח המנסרה אם ידוע כי: $2EF = CE$, וכי שטח הבסיס ABC הוא $\sqrt{15}$ סמ"ר.



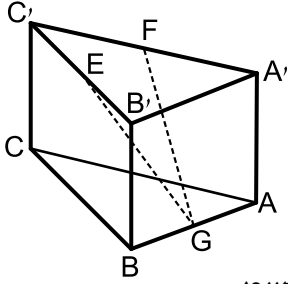
- (6) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$) מעבירים את האלכסונים AB' ו- CB' כך שנוצר המשולש $AB'C$. ידוע כי הזווית שבין אנך למקצוע AC במשולש ABC ואנך למקצוע AC במשולש $AB'C$ היא 45° (האנכים נפגשים על המקצוע AC בנקודה E).
 זוויות הבסיס ABC הן $\angle CAB = \angle ABC = 75^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$. גובה המנסרה הוא 5 ס"מ.
 א. מצא את אורך המקצוע AC .
 ב. חשב את הזווית שבין האלכסון CB' למישור הבסיס.

- (7) נתונה מנסרה $ABCA'B'C'$ שבה הבסיס הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$), אורך השוק היא k וזווית הראש היא γ . הזווית שבין המישור ABC למישור ABC' היא β . הבע באמצעות k , γ ו- β את נפח המנסרה.

מנסרה שבסיסה משולש ישר זווית:

8) במנסרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$),

הנקודות E, F ו-G הן בהתאמה אמצעי המקצועות $B'C'$, $A'C'$ ו-AB כמתואר באיור.



מסמנים את מידות הבסיס ABC : $AB = 5t$, $BC = 12t$.

הזווית שבין הקטע GE למישור הבסיס ABC היא 36.86° .

א. הבע באמצעות t את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין הקטע GF

ולמישור הבסיס ABC .

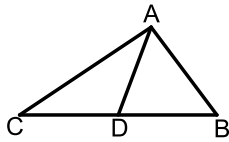
ג. מצא את t אם ידוע כי אורך הקטע GF הוא: $\sqrt{3825}$ ס"מ.

9) ענה על הסעיפים הבאים:

א. הוכח את הטענה: תיכון במשולש חוצה אותו

לשני משולשים שווי שטח. כלומר, הקטע AD

הוא תיכון במשולש ABC . הראה כי: $S_{ABD} = S_{ACD}$.



במנסרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש

ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) הנקודות F ו-G מחלקות

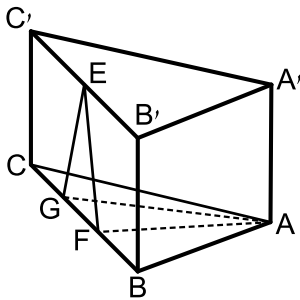
את מקצוע הבסיס BC לשלושה חלקים שווים.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $B'C'$.

ידוע כי אורך הקטע EF הוא 10 ס"מ ואורך

המקצוע BC הוא 24 ס"מ.

שטח המשולש AFG הוא 40 סמ"ר.



ב. איזה משולש הוא המשולש EFG? מצא את זוויותיו.

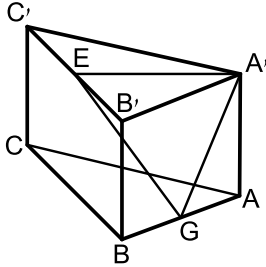
ג. מצא את גובה המנסרה.

ד. היעזר בטענה שהוכחת בסעיף א' ומצא את אורך המקצוע AB.

(רמז: התבונן במשולש ABF ומצא את הצלע AB באמצעות שטחו).

ה. חשב את שטח המעטפת של המנסרה.

10) לפניך מנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$). ידוע כי הפאה הצדדית AA'B'B היא ריבוע וכי אורך המקצוע BC גדול פי 3 מ-AB.

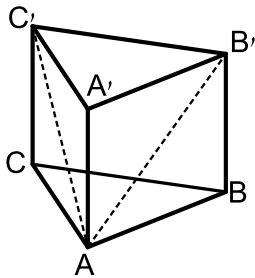


- הנקודות E ו-G נמצאות על אמצעי המקצועות AB ו-B'C' בהתאמה. מעבירים את הקטעים A'E, A'G ו-GE.
- א. חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע GE ומישור הבסיס.
- ב. חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע GE ומישור הפאה AA'B'B.
- ג. חשב את זווית EA'G.

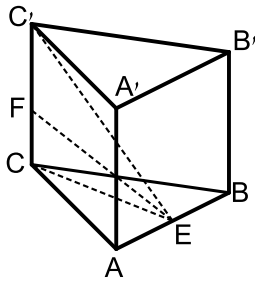
תשובות סופיות:

- 1) א. 160.68 סמ"ר. ב. 2250 סמ"ק.
- 2) 73.89° .
- 3) א. 13 ס"מ, 13 ס"מ, 5 ס"מ. ב. 19.84° .
- 4) א. $MA = 2.3a$. ב. 60° . ג. 73.9° . ד. 14.47° . ה. $P = 15.46a^2$.
- 5) א. $V = \frac{15k^3 \tan \alpha}{8}$. ב. $\frac{15}{\sqrt{3}}$ סמ"ק.
- 6) א. 10 ס"מ. ב. 26.56° .
- 7) $V = \frac{1}{2}k^3 \sin \gamma \cos \frac{\gamma}{2} \tan \beta$.
- 8) א. $4.875t$. ב. 39.1° . ג. $t = 8$.
- 9) ב. משולש שווה שוקיים. $66.42^\circ, 47.15^\circ$. ג. $\sqrt{84}$ ס"מ. ד. 10 ס"מ. ה. $60\sqrt{84}$ סמ"ר.
- 10) א. $\angle EGH = 32.31^\circ$. ב. $\angle B'GE = 53.3^\circ$. ג. $\angle GA'E = 75.62^\circ$.

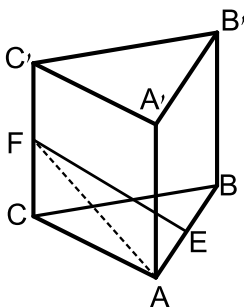
תרגול נוסף:



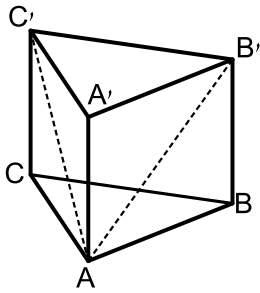
- (1) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים את האלכסונים AB' ו- AC' ואת הקטע AD (D אמצע $B'C'$). הזווית שבין AD למישור הבסיס ABC היא 40° . אורך גובה המנסרה הוא 14 ס"מ.
- חשב את אורך מקצוע בסיס המנסרה.
 - חשב את הזווית הנוצרת בין האלכסון AB' למישור הבסיס ABC .
 - חשב את שטח המשולש $AB'C'$.
 - חשב את נפח המנסרה.



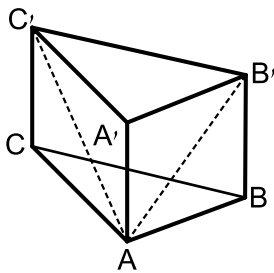
- (2) במנסרה ישרה ומשולשת $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מסמנים את אמצע מקצוע הבסיס AB בנקודה E וממנה מעבירים את הקטעים FE ו- $C'E$, כך ש- FE הוא חוצה זווית במשולש CEC' . זווית FEC' תסומן ב- α .
- מקצוע הבסיס של המנסרה הוא k .
- הבע באמצעות k ו- α את גובה המנסרה.
 - הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש FEC' .
 - נתון: $\alpha = 30^\circ$, $k = 6$. חשב את נפח המנסרה.



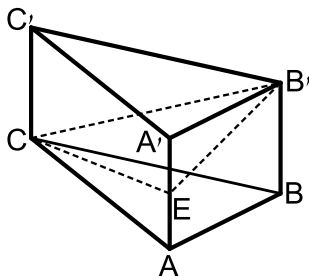
- (3) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מסמנים את אמצעי המקצועות AB ו- CC' בנקודות E ו- F בהתאמה. ידוע כי גובה המנסרה שווה למקצוע הבסיס ומסומן ב- $2x$. אורך הקטע FE הוא 16 ס"מ והזווית EAF היא 63.434° .
- הבע באמצעות x את אורך הקטע AF ממשולש AFE .
 - מצא את x (עגל למספר שלם).
 - (רמז: השתמש במשפט פיתגורס במשולש ACF).
 - חשב את נפח המנסרה.



- (4) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים את אלכסוני הפאות AB' ו- AC' ומסמנים: $\angle B'AC' = 2\alpha$. אורך כל אלכסון הוא k .
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הבע באמצעות k ו- α את אורך מקצוע הבסיס של המנסרה.
- ii. הבע באמצעות k ו- α את אורך גובה המנסרה.
- iii. הבע באמצעות k ו- α את נפח המנסרה.
- ב. חשב את נפח המנסרה כאשר: $k = 5$, $\alpha = 15^\circ$.

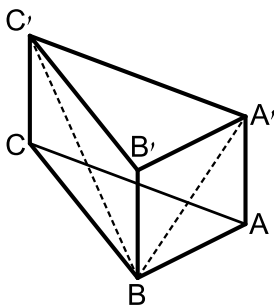


- (5) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$) אורך המקצוע AC הוא 8 ס"מ. ידוע כי זווית הראש ACB היא בת 20° וכי גובה המנסרה הוא 4 ס"מ. מעבירים את האלכסונים AC' ו- AB' .
- א. חשב את אורכי האלכסונים AC' ו- AB' .
- ב. חשב את הזווית שבין האלכסונים AB' ו- AC' למישור הבסיס ABC .
- ג. חשב את נפח המנסרה.



- (6) נתונה מנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$). מאמצע הגובה AA' מעבירים את הקטעים CE ו- $B'E$, כך שנוצר המשולש CEB' .
- נתון: $\angle ACB = 40^\circ$, $AC = 5t$, $BB' = 2t$.
- א. חשב את הזוויות הנוצרות בין כל אחת מצלעות המשולש CEB' למישור הבסיס ABC .
- ב. חשב את היקף המשולש CEB' .

- (7) במנסרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$) מעבירים את האלכסונים $A'B'$ ו- BC' כך שנוצר המשולש $A'BC'$.



- ידוע כי: $BC' = 15.6$ ס"מ, $AB = 10$ ס"מ, וכי: $AB + BC = 22.4$ ס"מ.
- א. מצא את גובה המנסרה AA' .
- ב. חשב את הזווית שבין האלכסון BC' למישור הבסיס ABC .
- ג. חשב את נפח המנסרה.

תשובות סופיות:

- (1) א. 19.26 ס"מ. ב. 36° . ג. 209.7 סמ"ר. ד. 2250 סמ"ק.
- (2) א. $0.5k\sqrt{3} \tan 2\alpha$. ב. $\frac{3k^2}{8} (\tan 2\alpha - \tan \alpha)$. ג. $81\sqrt{3}$ סמ"ק.
- (3) א. $\sqrt{x^2 + 256}$. ב. $x = 8$. ג. $1024\sqrt{3}$ סמ"ק.
- (4) א. i. $2k \sin \alpha$. ii. $k\sqrt{1 - 4\sin^2 \alpha}$. iii. $k^3 \sin^2 \alpha \sqrt{3}\sqrt{1 - 4\sin^2 \alpha}$. ב. 12.4 סמ"ק.
- (5) א. $\sqrt{80}$, 4.87. ב. 26.56° , 55.21° . ג. 43.77 סמ"ק.
- (6) א. 11.3° , 16.29° , 21.8° . ב. $14.04t$.
- (7) א. 6 ס"מ. ב. 22.61° . ג. 345.6 סמ"ק.