

## תוכן העניינים:

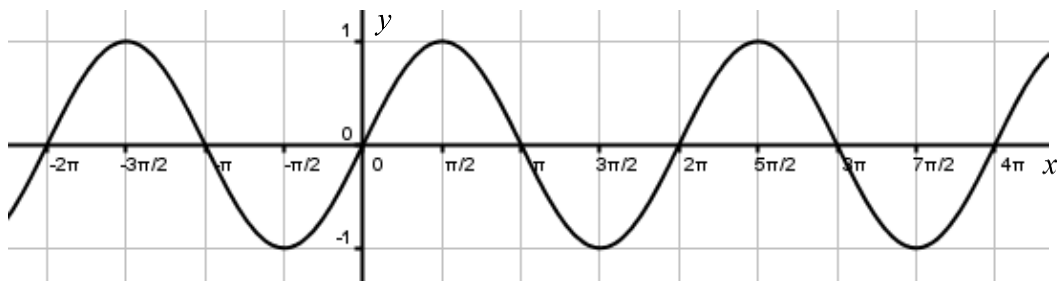
2	פרק 23
2	חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות טריגונומטריות
2	הגדרות כלליות:
3	הנגזרות הטריגונומטריות היסודיות:
3	זוגיות של פונקציות:
3	מחזוריות של פונקציות:
4	שאלות:
4	שאלות העוסקות בגזירה של פונקציות טריגונומטריות:
4	שאלות שונות עם משיקים:
6	שאלות עם מציאת תחום ההגדרה של פונקציות טריגונומטריות:
6	שאלות עם מציאת נקודות קיצון:
6	שאלות עם מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים:
7	מציאת נקודות פיתול ותחומי קעירות:
7	שאלות העוסקות בחקירת פונקציה טריגונומטרית:
12	תשובות סופיות:
16	תרגול נוסף:
16	שאלות העוסקות בהצבת ערכים ברדיאנים:
17	שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות:
19	שאלות העוסקות בשימושי הנגזרת:
22	שאלות עם פרמטרים:
23	שאלות העוסקות בחקירות פונקציה טריגונומטרית:
33	תשובות סופיות:

## פרק 23

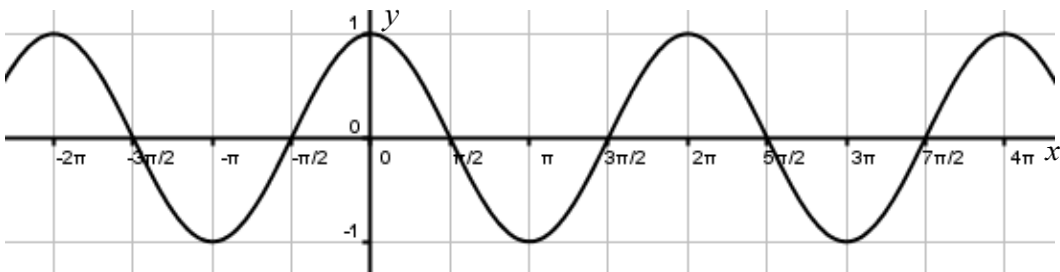
# חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות טריגונומטריות

### הגדרות כלליות:

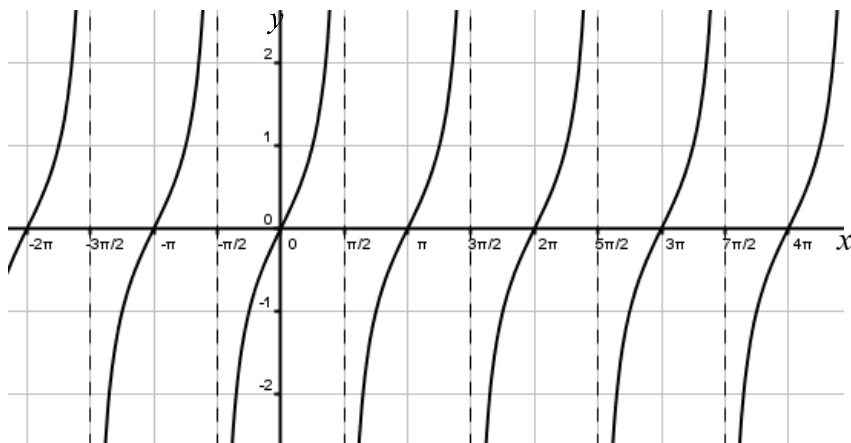
תיאור גרפי של פונקציית הסינוס  $y = \sin x$  :



תיאור גרפי של פונקציית הקוסינוס  $y = \cos x$  :



תיאור גרפי של פונקציית הטנגנס  $y = \tan x$  :



### הנגזרות הטריגונומטריות היסודיות:

הנגזרת	הפונקציה
$y' = \cos x$	$y = \sin x$
$y' = -\sin x$	$y = \cos x$
$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \tan x$
$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$y = \cot x$

### זוגיות של פונקציות:

- פונקציה  $f(x)$  תקרא זוגית אם היא מקיימת את התכונה הבאה:  $f(x) = f(-x)$ .
- פונקציה  $f(x)$  תקרא אי-זוגית אם היא מקיימת את התכונה הבאה:  $f(x) = -f(-x)$ .
- פונקציה אשר אינה מקיימת אף אחת מהתכונות הנ"ל אינה זוגית ואינה אי-זוגית.

### מחזוריות של פונקציות:

- (1) פונקציה  $f(x)$  תיקרא מחזורית במחזור  $T$  אם היא מקיימת:  $f(x+T) = f(x)$  לכל  $x$  בתחום הגדרתה.
- (2) מחזור של פונקציות טריגונומטריות:
  - הפונקציה  $f(x) = \sin x$  מחזורית במחזור  $T = 2\pi$  שכן:  $\sin(x+2\pi) = \sin x$ .
  - הפונקציה  $f(x) = \cos x$  מחזורית במחזור  $T = 2\pi$  שכן:  $\cos(x+2\pi) = \cos x$ .
  - הפונקציה  $f(x) = \tan x$  מחזורית במחזור  $T = \pi$  שכן:  $\tan(x+\pi) = \tan x$ .
  - הפונקציה  $f(x) = \cot x$  מחזורית במחזור  $T = \pi$  שכן:  $\cot(x+\pi) = \cot x$ .

## שאלות:

### שאלות העוסקות בגזירה של פונקציות טריגונומטריות:

(1) גזור את הפונקציות הבאות:

ב.  $f(x) = 2x \sin x + 4 \tan x$

א.  $f(x) = \sin x + 3 \cos x + x$

ג.  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$

(2) גזור את הפונקציות הבאות:

ב.  $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}$

א.  $f(x) = \sin 3x + 2 \cos 5x$

(3) גזור את הפונקציות הבאות:

ב.  $f(x) = 2 \cos^4 x$

א.  $f(x) = \sin^3 x$

ד.  $f(x) = \sin^3 2x$

ג.  $f(x) = \sin^2 x$

ו.  $f(x) = \tan^2 4x$

ה.  $f(x) = \cos^2 2x$

(4) גזור את הפונקציות הבאות:

ב.  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

א.  $f(x) = \sqrt{\sin 3x}$

(5) גזור את הפונקציות הבאות:

ב.  $f(x) = \sin^4 2x - \cos^4 2x$

א.  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$

ג.  $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$

### שאלות שונות עם משיקים:

(6) מצא את משוואת המשיק לפונקציה:  $f(x) = \cos x$  בנקודה  $A\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

(7) מצא את משוואת המשיק לפונקציה:  $f(x) = \sin 2x$  בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{2}$ .

8 מצא את משוואת המשיק לפונקציה:  $f(x) = \tan 3x$  בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{9}$ .

9 מצא את משוואות המשיקים לפונקציה:  $f(x) = 4 \sin^2 x$  בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר  $y = 1$  בתחום  $[0, \pi]$ .

10 שיפוע המשיק לפונקציה:  $f(x) = \sqrt{\sin x + a}$ ,  $a$  פרמטר) בנקודה שבה  $y = 1$  בתחום  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  הוא  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ . מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

11 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \sin^2 x - 5 \sin x + ax$ ,  $a$  פרמטר) בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

ידוע כי הישר:  $y = ax - 2$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{6}$ .

א. מצא את  $a$  וכתוב את הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה בתחום הנתון שבה שיפוע המשיק הוא:  $m = 2$ .

ג. האם קיימות נקודות נוספות בתחום הנתון ששיפוע המשיק דרכן הוא 2? נמק את תשובתך.

ד. כתוב את משוואת המשיק העובר דרך הנקודה שמצאת.

12 נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = x^2 + \cos^2 x$ ,  $g(x) = x^2 + \sin^2 x$ .

א. הוכח כי ההפרש:  $f(x) - g(x)$  שווה ל- $\cos 2x$ .

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות בתחום:  $-\pi < x < \pi$ .

ג. ישר  $x = t$ ,  $(0 < t < 1)$  חותך את הגרפים בנקודות A ו-B ומהן מעבירים משיקים

לפונקציות. ידוע כי ההפרש בין שיפוע המשיק של גרף הפונקציה  $g(x)$  לשיפוע

המשיק של גרף הפונקציה  $f(x)$  הוא 1.

מצא את כל הערכים האפשריים עבור  $t$ .

**שאלות עם מציאת תחום ההגדרה של פונקציות טריגונומטריות:**

**13** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות בתחום הנתון:

א.  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos 2x}$ ,  $[0, 2\pi]$   
 ב.  $f(x) = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ ,  $[-\pi, \pi]$   
 ג.  $f(x) = \tan x$ ,  $[0, 2\pi]$

**שאלות עם מציאת נקודות קיצון:**

**14** מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה:  $f(x) = \sin x + \cos x$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

**15** מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה:  $f(x) = \sin x - \frac{x}{2}$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

**16** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 1}$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

**17** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{1}{3} \sin^3 x - 2 \sin x$  בתחום:  $[0, 1.5\pi]$ .

**18** לפונקציה:  $f(x) = a \sin x + b \sin^3 x$  ( $a, b$  פרמטרים) יש נקודת קיצון ששיעוריה  $\left(\frac{7\pi}{6}, -1\right)$ . מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$ .

**שאלות עם מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים:**

**19** מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{\sin 3x}$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**20** מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**21** מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה:  $f(x) = \tan x$  בתחום:  $[-\pi, \pi]$ .

**מציאת נקודות פיתול ותחומי קעירות:**

**(22)** מצא את נקודות הפיתול ואת תחומי הקעירות כלפי מעלה ומטה של הפונקציה:  $f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

**שאלות העוסקות בחקירת פונקציה טריגונומטרית:**

**(23)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + 2 \cos x$  בתחום  $[0, 2\pi]$ .  
חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של גרף הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. מציאת נקודות פיתול.
- ז. מציאת תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה.
- ח. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(24)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$  בתחום  $[0, \pi]$ .  
חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של גרף הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון.
- ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(25)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4 \sin 2x - 2$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. מעבירים את הישר  $y = k$  היעזר בסקיצה ומצא לאילו ערכי  $k$  הישר יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.
- ה. העבירו ישר המשיק לפונקציה בנקודת המקסימום המוחלט שלה. כמו כן העבירו מנקודה זו אנך לציר  $x$ . מצא את שטח המלבן הנוצר על ידי הצירים, המשיק והאנך.

**(26)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos^2 x - \cos x - 2$  בתחום:  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(27)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos x + \frac{1}{m} \sin mx$ ,  $1 < m < 3$ , ( $m$  פרמטר) בתחום:  $-2\pi \leq x \leq 0$ .

הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  מתאפסת עבור:  $x = -\frac{\pi}{2}$ .

- א. מצא את ערך הפרמטר  $m$ .
- ב. האם ישנן נקודות נוספות המקיימות:  $f'(x) = 0$  בתחום הנתון? אם כן, כתוב אותן. אם לא, נמק.
- ג. האם הנקודה שבה  $x = -\frac{\pi}{2}$  היא נקודת קיצון? נמק.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ה. מצא מתי  $f(x) < 0$  בתחום הנתון.

**(28)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \cos x \cdot (\sin x + 1)$  בתחום:  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה:  $\cos x \cdot (\sin x + 1) = 1$  בתחום הנתון?



**(29)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$ .

- א. מצא בתחום  $[0, \pi]$  את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה ואת נקודות הקיצון שלה.
- ב. הוכח שהפונקציה זוגית.
- ג. שרטט את הפונקציה בתחום  $[-\pi, \pi]$ .

**(30)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x - 3 \tan x$  בתחום  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ .

- חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:
- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - ב. מציאת נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
  - ג. תחומי עלייה וירידה של גרף הפונקציה.
  - ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
  - ה. מציאת אסימפטוטות אנכיות.
  - ו. מציאת נקודות פיתול.
  - ז. מציאת תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה.
  - ח. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(31)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \tan 2x - 8 \sin 2x$  בתחום:  $-0.25\pi \leq x \leq 0.25\pi$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- ב. כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

**(32)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \tan(x^2 - 4x)$  בתחום  $[0, 4]$ .

- חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:
- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - ב. מציאת נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
  - ג. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(33)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cos x - x$  בתחום:  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. הראה כי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  הנגזרת של הפונקציה מתאפסת.
- ii. ידוע גם כי:  $f'(-3.67) = 0, f'(3.67) = 0$  וכי אין נקודות נוספות בתחום הנתון שבהן הנגזרת מתאפסת. קבע אלו נקודות, מבין נקודות החיתוך שמצאת, הן נקודות קיצון ואלו אינן נקודות קיצון. מצא את סוג הקיצון בכל מקרה.

**(34)** נתונה הפונקציה:  $y = (\cos x + k)^2$ , פרמטר, בתחום:  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = \frac{2\pi}{3}$ .
- א. מצא את  $k$  וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת המקסימום שאיננה מוחלטת בתחום הנתון.
- ג. האם יש לגרף הפונקציה נקודות מינימום שאינן מוחלטות? אם כן מהן?

**(35)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = m \sin x + k \cos^2 x$ , (פרמטר  $m$ ).

- מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = \pi$  שמשוואתו:  $y = -6x + 6\pi + \sqrt{7}$ .
- א. מצא את ערכי הפרמטרים  $k$  ו- $m$ .
- ב. מצא את נקודות הקיצון בתחום:  $-0.5\pi \leq x \leq 1.5\pi$ .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע עפ"י הסקיצה בכמה נקודות גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בתחום הנ"ל.

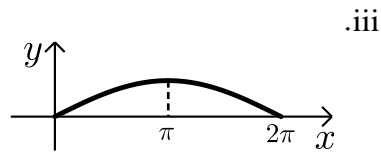
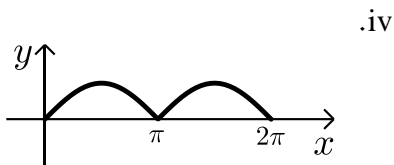
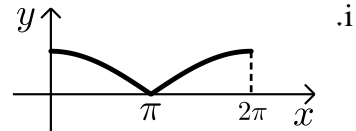
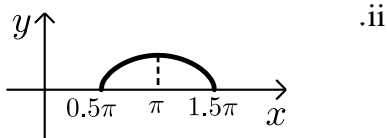
**(36)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \tan x + kx$ , (פרמטר  $k$ ), בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

- א. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה בתחום הנתון.
- הפונקציה:  $g(x) = \tan^2 x + kx$  חותכת את הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון.
- ב. מצא את ערך הפרמטר  $k$ , ( $k \neq 0$ ).
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

37) לפניך הפונקציות הבאות:  $f(x) = \sqrt{-\cos x}$ ,  $g(x) = \sqrt{\cos x + 1}$ .

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $0.5\pi \leq x \leq 1.5\pi$  והפונקציה  $g(x)$  מוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- א. האם הגרפים חותכים את ציר ה- $x$  בתחום הנתון? הראה חישוב מתאים.  
 ב. האם הגרפים חותכים זה את זה בתחום הנתון? אם כן מצא את נקודות החיתוך.  
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון וקבע את סוגה.  
 ד. לפניך ארבעה איורים: i, ii, iii, iv.  
 קבע על סמך הסעיפים הקודמים איזה איור מתאר את הגרף של  $f(x)$  ואיזה מתאר את הגרף של  $g(x)$ . נמק.



תשובות סופיות:

$$\frac{\cos x}{(1+\sin x)^2} \cdot \lambda \quad 2 \sin x + 2x \cos x + \frac{4}{\cos^2 x} \cdot \beta \quad \cos x - 3 \sin x + 1 \cdot \aleph \quad (1)$$

$$\cdot -\frac{2}{1+\sin 2x} \cdot \beta \quad 3 \cos 3x - 10 \sin 5x \cdot \aleph \quad (2)$$

$$\sin 2x \cdot \lambda \quad -8 \cos^3 x \sin x \cdot \beta \quad 3 \sin^2 x \cdot \cos x \cdot \aleph \quad (3)$$

$$\cdot \frac{8 \tan 4x}{\cos^2 4x} \cdot \lambda \quad -2 \sin 4x \cdot \eta \quad 6 \sin^2 2x \cos 2x \cdot \tau$$

$$\cdot \frac{\cos^2 2x + 1}{\cos 2x \sqrt{\cos 2x}} \cdot \beta \quad \frac{3 \cos 3x}{2 \sqrt{\sin 3x}} \cdot \aleph \quad (4)$$

$$\cdot -\sin 4x \cdot \lambda \quad 4 \sin 4x \cdot \beta \quad 2 \sin 2x \cdot \aleph \quad (5)$$

$$\cdot y = -\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (6)$$

$$\cdot y = -2x + \pi \quad (7)$$

$$\cdot y = 12x - \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3} \quad (8)$$

$$\cdot y = 2\sqrt{3}x - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + 1, y = -2\sqrt{3}x + \frac{5\pi\sqrt{3}}{3} + 1 \quad (9)$$

$$\cdot a = \frac{1}{2} \quad (10)$$

$$\cdot y = 2x - 3 \cdot \tau \quad \cdot \text{לא} \cdot \lambda \quad \left(\frac{\pi}{2}, \pi - 3\right) \cdot \beta \quad f(x) = 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2x, a = 2 \cdot \aleph \quad (11)$$

$$\cdot t = \frac{\pi}{12} \cdot \lambda \quad \left(-\frac{3\pi}{4}, 6.05\right), \left(-\frac{\pi}{4}, 1.11\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 6.05\right), \left(\frac{\pi}{4}, 1.11\right) \cdot \beta \quad (12)$$

$$\cdot x \neq \frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4} \text{ וגם } -\pi \leq x \leq \pi \cdot \beta \quad x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ וגם } 0 \leq x \leq 2\pi \cdot \aleph \quad (13)$$

$$\cdot x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ וגם } 0 \leq x \leq 2\pi \cdot \lambda$$

$$\cdot \text{קצה} \max(2\pi, 1), \min\left(\frac{5}{4}\pi, -\sqrt{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right), \text{קצה} \min(0, 1) \quad (14)$$

$$\cdot \text{קצה} \max(2\pi, -\pi), \min\left(\frac{5}{3}\pi, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5}{6}\pi\right), \max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}\right), \text{קצה} \min(0, 0) \quad (15)$$

$$\cdot \text{מוחלט} \max\left(\frac{3}{2}\pi, 0\right), \text{קצה} (0, -1), \text{קצה} \min(2\pi, -1) \quad (16)$$

$$\max\left(\frac{3}{2}\pi, 2\frac{2}{15}\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, -2\frac{2}{15}\right) \quad (17)$$

$b = -4, a = 3$  (18)

$x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$  (19)

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$  (20)

$x = \frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}$  (21)

נקודות פיתול:  $\left(\frac{7}{6}\pi, 1\frac{1}{4}\right), \left(\frac{11}{6}\pi, 1\frac{1}{4}\right)$ , קעור מעלה:  $0 < x < \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi < x < 2\pi$  (22)

קעור מטה:  $\frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$

א.  $0 \leq x \leq 2\pi$  (23)

ב.  $\max(2\pi, 2\pi + 2)$  קצה,  $\min\left(\frac{5}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi - \sqrt{3}\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\right)$ ,  $\min(0, 2)$  קצה.

ג. תחומי עלייה:  $\frac{5\pi}{6} < x < 2\pi$  או  $0 < x < \frac{\pi}{6}$ , תחומי ירידה:  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$ .

ד.  $(0, 2)$ . ה. אין. ו.  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ .

ז. קעירות כלפי מעלה:  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi$ , קעירות כלפי מטה:  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$  או  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

א.  $0 < x < \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} < x < \pi$  (24) ב.  $\min\left(\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right)$ .

ג. תחומי עלייה:  $\frac{\pi}{2} < x < \pi, \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ , תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ .

ד.  $\left(\frac{3}{4}\pi, 0\right)$  ה. אנכית:  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$ .

א.  $(0, -2), \left(\frac{\pi}{12}, 0\right), \left(\frac{5}{12}\pi, 0\right)$  (25)

ב.  $\min(0, -2), \max\left(\frac{\pi}{4}, 2\right), \min\left(\frac{3\pi}{4}, -6\right), \max(\pi, -2)$ .

ד.  $-6 < k < 2$  וגם  $k \neq -2$  ה.  $\frac{\pi}{2}$ .

א.  $(\pi, 0), (0, -2)$  (26)

ב.  $\max(0, -2), \min\left(\frac{\pi}{3}, -2.25\right), \max(\pi, 0), \min\left(1\frac{2}{3}\pi, -2.25\right), \max(2\pi, -2)$ .

ג. עולה:  $\frac{\pi}{3} < x < \pi, 1\frac{2}{3}\pi < x < 2\pi$ , יורדת:  $0 < x < \frac{\pi}{3}, \pi < x < 1\frac{2}{3}\pi$ .

**(27)** א.  $m = 2$       ב. כן:  $\left(-\frac{7\pi}{6}, -1.3\right), \left(-\frac{11\pi}{6}, 1.3\right)$       ג. לא.

ד.  $(-0.5\pi, 0), (-1.5\pi, 0), (0, 1)$       ה. עבור:  $-1.5\pi < x < -0.5\pi$ .

**(28)** א.  $(0, 1), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$       ב.  $(1.5\pi, 0), \left(\frac{5}{6}\pi, -1.29\right), \left(\frac{\pi}{6}, 1.29\right), (0, 1)$

ד. 2 פתרונות.

**(29)** א. חיתוך:  $(0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ , קיצון:  $\min(\pi, -2)$  קצה,  $\max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right), \min(0, 0)$  קצה.

**(30)** א.  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$

ב.  $\min\left(\frac{2}{3}\pi, 13.57\right)$  קצה,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, 0.36\right), \min\left(-\frac{\pi}{6}, -0.36\right)$  קצה

ג. תחומי עלייה:  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ , תחומי ירידה:  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$ .

ד.  $(0, 0)$       ה. אנכית:  $x = \frac{\pi}{2}$       ו.  $(0, 0)$

ז. קעירות כלפי מעלה:  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  או  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq 0$ , קעירות כלפי מטה:  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

**(31)** א.  $(0, 0), (\pm 0.23\pi, 0)$       ב.  $x = \pm 0.25\pi$       ג.  $\min\left(\frac{\pi}{6}, -\sqrt{27}\right), \max\left(-\frac{\pi}{6}, \sqrt{27}\right)$ .

**(32)** א.  $0 \leq x \leq 4$  וגם  $x \neq 0.44, x \neq 3.56$

ב.  $\max(0, 0), \max(4, 0), \min(2, -1.16)$  קצה.

**(33)** א.  $(0, 0), (2\pi, 0), (-2\pi, 0)$

ב. ii.  $\min(-2\pi, 0), \max(2\pi, 0), (0, 0)$  פיתול.

**(34)** א.  $k = 0.5, y = (\cos x + 0.5)^2$       ב.  $(\pi, 0.25)$

ג. לא.

**(35)** א.  $m = 6, k = \sqrt{7}$       ב.  $(-0.5\pi, -6), (0.5\pi, 6), (1.5\pi, -6)$       ג. בשתי נקודות.

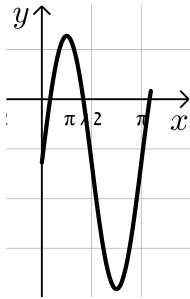
**(36)** א.  $x = 0.5\pi$       ב.  $k = -\frac{4}{\pi} \approx -1.27$

ג.  $\max(0, 0), \min(0.15\pi, -0.09), \max(0.84\pi, -3.9), \min(\pi, -4)$ .

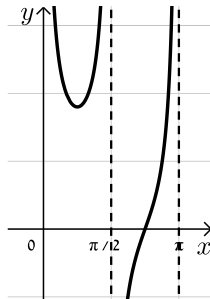
**(37)** א. כן.  $f(x): (0.5\pi, 0), (1.5\pi, 0), g(x): (\pi, 0)$       ב. כן,  $\left(\frac{2}{3}\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{4}{3}\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .

ג.  $\max(0.5\pi, 0), \min(1.5\pi, 0), \max(\pi, 1)$       ד. איור I -  $g(x)$ , איור II -  $f(x)$ .

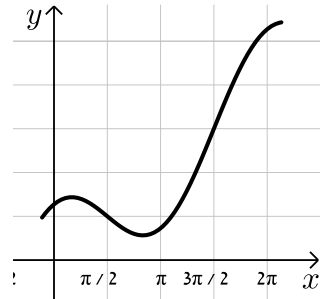
סקיצות לשאלות החקירה:



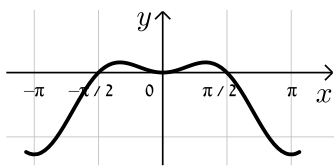
(25)



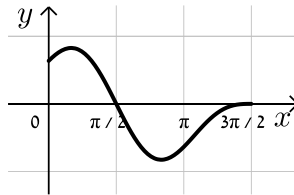
(24)



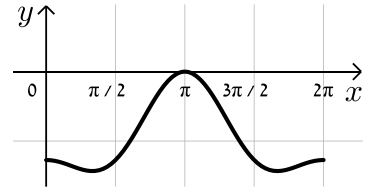
(23)



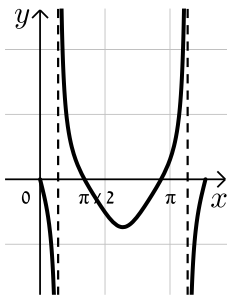
(29)



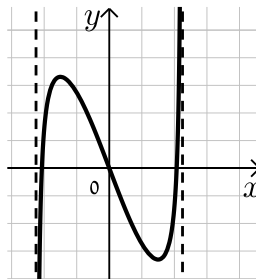
(28)



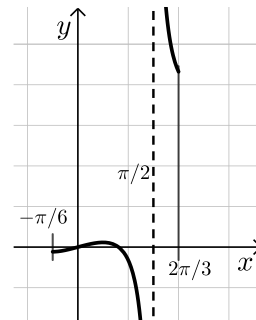
(26)



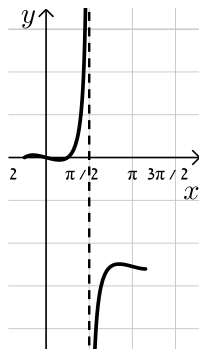
(32)



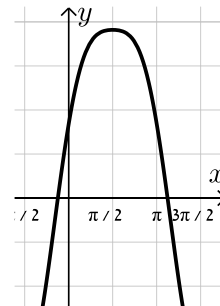
(31)



(30)



(36)



(35)

שאלות העוסקות בהצבת ערכים ברדיאנים:

(1) הצב בכל פונקציה את הערכים שלידה וחשב (הזווית נתונה ברדיאנים):

$$x = \pi, -\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{2} : y = 2 \sin x \quad \text{א.}$$

$$x = \pi, -\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{2} : y = 3 \cos x \quad \text{ב.}$$

$$x = -\pi, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{8} : y = \sin 2x \quad \text{ג.}$$

$$x = -\pi, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{8} : y = \cos 2x \quad \text{ד.}$$

$$x = \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} : y = 3 \sin x \quad \text{ה.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = 4 \cos x + \sin 4x \quad \text{ו.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \sin^2 x \quad \text{ז.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \cos^2 x \quad \text{ח.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \sin^2 2x \quad \text{ט.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \cos^2 2x \quad \text{י.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \tan x \quad \text{יא.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \tan 2x \quad \text{יב.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \tan^2 x \quad \text{יג.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \sin x + \tan x \quad \text{יד.}$$

$$x = \pi, -\pi, 0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} : y = \cos x + \tan x \quad \text{טו.}$$



**(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים (הזווית נתונה ברדיאנים):**

- |  |  |
|--|--|
| ב. $x = 1, 2, 3 : y = \cos x$                | א. $x = 1, 2, 3 : y = \sin x$            |
| ד. $x = -1, -2.5, -5 : y = \sin x$           | ג. $x = 1, 2, 3 : y = \tan x$            |
| ו. $x = -1, -2.5, -5 : y = \tan x$           | ה. $x = -1, -2.5, -5 : y = \cos x$       |
| ח. $x = -1, -0.5, 3 : y = \cos 2x + \sin 2x$ | ז. $x = 2, 4, 5 : y = \tan 2x - \sin 3x$ |

**(3) הצב בפונקציות הבאות את ערכי הזוויות שלידן (הזוויות ברדיאנים):**

- |  |  |
|--|--|
| ב. $x = 0, 1, 2 : y = x + \cos x$              | א. $x = 0, 1, 2 : y = x + \sin x$              |
| ד. $x = 1.5, 2.5, -3 : y = x^2 - \cos x$       | ג. $x = 1.5, 2.5, -3 : y = x^2 - \sin x$       |
| ו. $x = -6, -0.3, 0.25 : y = (x - \sin x)^2$   | ה. $x = 1, -3, 0.5 : y = x^2 + \tan x + 1$     |
| ח. $x = 1, 2, 3 : y = x \sin x$                | ז. $x = -0.5, 1, 2.6 : y = (2x + \cos 2x)^2$   |
| י. $x = 1, -1, 2, -2, 3, -3 : y = x \tan x$    | ט. $x = 1, 2, 3 : y = x \cos x$                |
| יב. $x = 1, -1, 2, -2, 3, -3 : y = x^2 \cos x$ | יא. $x = 1, -1, 2, -2, 3, -3 : y = x^2 \sin x$ |

### שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות:

**(4) גזור את הפונקציות הבאות:**

- |                                |                              |
|--------------------------------|------------------------------|
| ב. $y = 2 \cos x$              | א. $y = 3 \sin x$            |
| ד. $y = \cos x + 5 \sin x$     | ג. $y = 2 \tan x$            |
| ו. $y = \tan x + 3 \sin x$     | ה. $y = 4 \sin x - 3 \cos x$ |
| ח. $y = x^2 - 2 \cos x$        | ז. $y = \sin x + 2x$         |
| י. $y = \sin x + 3 \cos x + x$ | ט. $y = 3x - 3 \tan x$       |

**(5) גזור את הפונקציות הבאות:**

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| ב. $y = \cos 4x$             | א. $y = \sin 3x$             |
| ד. $y = \sin 3x + 2 \cos 5x$ | ג. $y = \tan 2x$             |
| ו. $y = \tan 5x + \sin 3x$   | ה. $y = 4 \sin 3x - \cos 2x$ |
| ח. $y = 3x - 3 \cos 2x$      | ז. $y = \sin 3x + x^2 - 3x$  |
| י. $y = \cos(0.4\pi - 4x)$   | ט. $y = \sin(3x - \pi)$      |

6) גזור את הפונקציות הבאות:

א.  $y = x \cos x$  .ב.  
 ג.  $y = x^2 \cos x$  .ד.  
 ה.  $y = x(3 - \sin x)$  .ו.  
 ז.  $y = (\cos x + 1)(\sin x - 2)$  .ח.  
 ט.  $y = (\cos x - 1)(\tan x - 1)$  .י.  
 יא.  $y = (x^2 - 3) \tan 4x$  .יב.  
 יג.  $y = \frac{\sin x}{\cos x + 2}$  .יד.  
 יד.  $y = \frac{\sin x}{\sin x - 5}$  .טו.  
 יו.  $y = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}$  .יז.  
 יז.  $y = \frac{\sin x}{\sin x + 1}$  .כ.

א.  $y = x \sin x$  .ב.  
 ג.  $y = 2x \tan x$  .ג.  
 ה.  $y = 2x \sin x + 4 \tan x$  .ה.  
 ז.  $y = \cos x \sin x$  .ז.  
 ט.  $y = \cos x(\sin x + 1)$  .ט.  
 יא.  $y = \sin 3x(\cos 2x - 1)$  .יא.

יג.  $y = \frac{\sin x}{x}$

טו.  $y = \frac{\cos x}{\tan x - 3}$

יז.  $y = \frac{\cos x + 2}{\sin x}$

יט.  $y = \frac{\cos 3x + 1}{\sin x + 2}$

7) גזור את הפונקציות הבאות:

א.  $y = \cos^2 x$  .ב.  
 ג.  $y = \sin^3 x$  .ד.  
 ה.  $y = \tan^2 4x$  .ו.  
 ז.  $y = \cos^2 2x$  .ח.  
 ט.  $y = x \sin^2 x$  .י.  
 יא.  $y = \sin^2 x - \cos^2 x$  .יב.  
 יד.  $y = \sin^4 2x - \cos^4 2x$  .יד.  
 טז.  $y = x(3 - \sin x)^2$  .טז.  
 יח.  $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1}$  .יח.

א.  $y = \sin^2 x$  .ב.  
 ג.  $y = \tan^2 x$  .ג.  
 ה.  $y = 2 \cos^4 x$  .ה.  
 ז.  $y = \sin^3 2x$  .ז.  
 ט.  $y = (x \cos x)^2$  .ט.  
 יא.  $y = x^2 \sin x - \cos^2 x$  .יא.  
 יג.  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  .יג.  
 טו.  $y = (x + \sin x)^2$  .טו.  
 יז.  $y = \frac{\cos^2 x + 1}{\sin x}$  .יז.

**שאלות העוסקות בשימושי הנגזרת:**

**(8) מצא את שיפוע הפונקציה  $y = \sin x$  בנקודות הבאות:**

א.  $x = 0$       ב.  $x = \pi$       ג.  $x = -0.5\pi$

**(9) מצא את שיפוע הפונקציה  $y = 3 \cos 2x$  בנקודות הבאות:**

א.  $x = 0$       ב.  $x = 0.5\pi$       ג.  $x = \pi$

**(10) מצא את שיפוע הפונקציה  $y = \tan x - \cos x$  בנקודות הבאות:**

א.  $x = 0$       ב.  $x = \frac{\pi}{3}$       ג.  $x = \frac{\pi}{4}$

**(11) מצא את שיפוע הפונקציה  $y = x + \sin 3x$  בנקודות הבאות:**

א.  $x = \frac{\pi}{6}$       ב.  $x = -\frac{2\pi}{3}$       ג.  $x = \frac{\pi}{4}$

**(12) חשב את הזווית הנוצרת בין שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $y = \frac{x}{2} - \cos 2x$**

בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{3}$  וציר ה- $x$ .

**(13) חשב את הזווית הנוצרת בין שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $y = \sin x - \tan x$**

בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$  והכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

**(14) מצא את הזווית הנוצרת בין המשיק לגרף הפונקציה  $y = \sin x - \cos x$  בנקודות הבאות והכיוון החיובי של ציר ה- $x$ :**

א.  $x = 0$       ב.  $x = \frac{\pi}{2}$       ג.  $x = \frac{\pi}{4}$       ד.  $x = \frac{\pi}{6}$

**(15) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $y = \cos x$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{6}$ .**

**(16) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $y = \sin 2x$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{2}$ .**

17) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \tan 3x$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{9}$ .

18) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{\sin x + 1}{2}$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .

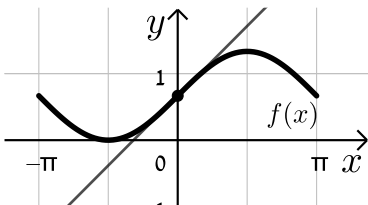
19) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \tan 3x - x$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .

20) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = x^2 \cos x$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{2}$ .

21) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = (\sin x + \cos x)^2$  בנקודה שבה:  $x = \pi$ .

22) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{\sin x}{\sin x + 1}$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .

23) באיור שלפניך נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2 \sin x + 2}{3}$  בתחום:  $[-\pi, \pi]$ .



מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$

מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ .

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של

הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ב. כתוב את משוואת המשיק.

ג. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- $x$ .

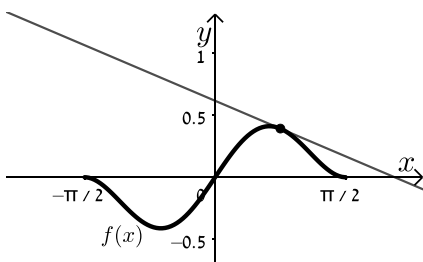
24) נתונה הפונקציה:  $y = x \cos^2 x$  בתחום:  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  מהנקודה

שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .

א. כתוב את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם הצירים.



**(25)** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = 4\sin^2 x$  בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר  $y = 1$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**(26)** נתונות הפונקציות:  $f(x) = 4\cos x$ ,  $g(x) = \sin 2x$  בתחום:  $0 \leq x \leq 2\pi$ .  
 א. מצא את נקודות החיתוך שלהן בתחום הנתון.  
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  העוברים דרך נקודות החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.

**(27)** נתונות הפונקציות:  $f(x) = 2\sin^2 x$ ,  $g(x) = \sin x + 1$  בתחום:  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .  
 א. מצא את נקודות החיתוך שלהן בתחום הנתון.  
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  העוברים דרך נקודות החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.

**(28)** מצא את משוואות המשיקים לגרפים של הפונקציות הבאות בעלי השיפוע הנתון:

- א.  $f(x) = 2\sin x$ ,  $m = 2$  בתחום:  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .
- ב.  $f(x) = \sin 4x$ ,  $m = 2$  בתחום:  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ .
- ג.  $f(x) = 3x - \cos x$ ,  $m = 2$  בתחום:  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .
- ד.  $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ ,  $m = 1.5\sqrt{3}$  בתחום:  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

**(29)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 1 - \sin 2x$ . מצא עבורו ערכים של  $x$  בתחום:  $[0, 2\pi]$  שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא  $-1$ .

**(30)** מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \cos 2x + 3$  המקביל לישר:  $y = x\sqrt{3} + \pi$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**(31)** מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 3\tan x - 2$  המקביל לישר:  $y = 3x + 2\pi$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**32** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{4} \sin 4x - \frac{3}{2} \cos 2x$  בתחום:  $[0, \pi]$  בעלי השיפוע -1.

**שאלות עם פרמטרים:**

**33** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \sin x + \cos 3x$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{3}$  הוא 2. מצא את  $a$ .

**34** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cos 2x + \cos 3x$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{3}$  הוא  $\sqrt{3}$ . מצא את  $a$ .

**35** שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = a \tan x$  בנקודה שבה  $x = \pi$  הוא 3.

א. מצא את  $a$ .

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = \pi$ .

**36** לגרף הפונקציה:  $f(x) = \sin x + a \cos x$  (פרמטר חיובי  $a$ ) מעבירים משיק מנקודת

החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המשיק.

ב. מצא את  $a$  אם ידוע כי שטח המשולש שנוצר בין המשיק וצירים

הוא 2 יחידות שטח וכתוב את משוואת המשיק.

**37** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{1}{\sin x + k}$  (פרמטר חיובי  $k$ ).

ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{6}$  הוא:  $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ .

א. מצא את  $k$  וכתוב את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

ג. חשב את שטח המשולש שהמשיק יוצר עם הצירים.

**38** נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = \frac{k}{\cos x} + 2 \sin 2x$  (פרמטר חיובי).

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה :  $x = \frac{2\pi}{3}$ .

א. הבע באמצעות  $k$  את שיפוע המשיק.

ב. המשיק מאונך לישר :  $8y = x + 4$ . מצא את  $k$ .

ג. כתוב את משוואת המשיק.

**39** נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = \frac{2}{a \tan x}$  (פרמטר).

א. הראה כי נגזרת הפונקציה היא :  $f'(x) = -\frac{2}{a \sin^2 x}$ .

ב. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה :  $x = -\frac{\pi}{6}$  הוא  $-4$ .

מצא את  $a$ .

### שאלות העוסקות בחקירות פונקציה טריגונומטרית:

תחומי הגדרה:

**40** כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות בתחום  $[0, 2\pi]$  :

א.  $y = \sin 2x - 5$       ב.  $y = \sqrt{3} \cos x$

ג.  $y = \tan x$       ד.  $y = \tan x + \sin x$

ה.  $y = \tan 2x - 2 \cos x$       ו.  $y = \tan^2 x + \tan x$

ז.  $y = \frac{1}{\sin 2x}$       ח.  $y = \frac{3}{\cos x}$

ט.  $y = \frac{x}{\sin x - 1}$       י.  $y = \frac{\sin x}{\sin 2x + 0.5}$

יא.  $y = \frac{\cos x}{4 \sin^2 x - 3}$       יב.  $y = \frac{\cos x + 2}{\cos^2 x - 1}$

יג.  $y = \frac{x^2 - 4 \sin x + \cos x}{\sin^2 x + 1}$       יד.  $y = \frac{6}{\cos^2 x + 4}$

טו.  $y = \frac{12}{\tan x}$       טז.  $y = \frac{7}{\tan 2x}$

יז.  $y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$       יח.  $y = \frac{1}{\sin x \cos x}$

**(41)** הפונקציה:  $y = \tan(ax) + 3$  (פרמטר  $a$  אינה מוגדרת עבור:  $x = \frac{\pi}{4}$ ). מצא את  $a$ .

**(42)** הפונקציה:  $y = \frac{2}{\sin x + a}$  (פרמטר  $a$  אינה מוגדרת עבור:  $x = \frac{\pi}{6}$ ). מצא את  $a$ .

**(43)** הפונקציה:  $y = \frac{\sin x}{a^2 - \cos^2 x}$  (פרמטר חיובי) אינה מוגדרת עבור:  $x = 0$ . מצא את  $a$ .

### נקודות קיצון:

**(44)** מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציות הבאות בתחום הנתון:

א.  $[0, 2\pi]$ ,  $y = \sin x$       ב.  $[0, 2\pi]$ ,  $y = \cos x$

ג.  $[-\pi, \pi]$ ,  $y = \tan x$       ד.  $[0, \pi]$ ,  $y = 2 \sin 2x$

ה.  $[0, 0.5\pi]$ ,  $y = 2 \cos 3x - 3x$       ו.  $[0, \pi]$ ,  $y = 2 \sin x - x\sqrt{3}$

**(45)** מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה:  $y = \frac{2}{\sin x}$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

**(46)** מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה:  $y = \frac{4}{\cos x}$  בתחום:  $[-\pi, \pi]$ .

**(47)** מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה:  $y = \sin^2 x$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**(48)** מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה:  $y = \cos^2 x + 2$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

**(49)** מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה:  $y = \sin x + \cos x$  בתחום:  $[0, 2\pi]$  וקבע את סוגן.

**(50)** מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה:  $y = \sin x - \frac{x}{2}$  בתחום:  $[0, 2\pi]$  וקבע את סוגן.



**51** מצא את נקודות הקיצון המקומיות וקיצון הקצה של הפונקציות הבאות בתחום הנתון:

- א.  $[0, \pi] : y = 3 \sin 2x$       ב.  $[0, \pi] : y = 2 \cos x + x$   
 ג.  $[0, \pi] : y = \sin^2 x - 5$       ד.  $[0, \pi] : y = \cos^2 x - \cos x$

**52** מצא את נקודות הקיצון המקומיות וקיצון הקצה של הפונקציות הבאות בתחום הנתון וקבע את סוגן.

- א.  $[0, 0.5\pi] : y = \cos 4x + 3$       ב.  $[0, \pi] : y = \sin x + \cos x$   
 ג.  $[0, \pi] : y = \sin^2 x - 2 \cos x$       ד.  $[0, 0.5\pi] : y = \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x$

**53** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה  $f(x) = \sin^2 2x - x$  בתחום  $\left[0, \frac{2}{3}\pi\right]$ .

**54** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{1}{3} \sin^3 x - 2 \sin x$  בתחום  $[0, 1.5\pi]$ .

**55** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה  $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 1}$  בתחום  $[0, 2\pi]$ .

**56** מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x$  בתחום  $[0, \pi]$ .

**57** מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{3}$  בתחום  $[0, \pi]$ .

**58** מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x) = \tan x - \sin x$  בתחום  $0 < x < \pi$ .

**59** מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x) = \cos^2 x$  בתחום  $[-\pi, \pi]$ .

**60** הוכח כי הפונקציה  $f(x) = \tan x - \sin x$  אינה יורדת כלל.

**61** הוכח כי הפונקציה  $f(x) = \sin x - 2x$  יורדת לכל  $x$ .

**62** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin x + ax$  ( $a$  פרמטר).

- א. מצא תחום ערכים של  $a$  עבורם הפונקציה תמיד עולה.  
 ב. מצא תחום ערכים של  $a$  עבורם הפונקציה תמיד יורדת.  
 ג. האם בקצוות התחומים שמצאת עבור  $a$  בסעיפים הקודמים, הנקודות שמקיימות:  $f'(x) = 0$  הן נקודות קיצון?

**63** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cos x + x\sqrt{3}$  ( $a$  פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = \frac{2}{3}\pi$ . מצא את  $a$ .

**64** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \sin 2x - \cos x$  ( $a$  פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = \frac{\pi}{6}$ . מצא את  $a$ .

**65** לפונקציה:  $f(x) = a \sin x + b \sin^3 x$  יש נקודת קיצון ששיעוריה הם:  $\left(\frac{7}{6}\pi, -1\right)$ .

מצא את ערכי הפרמטרים  $a, b$ .

### אסימפטוטות אנכיות:

**66** מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציות הבאות בתחום המצוין לידן:

א.  $[0, \pi]$ :  $f(x) = \frac{1}{\sin 3x}$ .

ב.  $[0, \pi]$ :  $f(x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$ .

ג.  $[-\pi, \pi]$ :  $f(x) = \tan x$ .

**67** לפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{\sin ax - 0.5}$  ( $a$  פרמטר בתחום:  $[0, 3]$ ) אסימפטוטה אנכית:  $x = \frac{\pi}{6}$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. הראה כי אם האסימפטוטה הייתה:  $x = \frac{\pi}{18}$  אז היה מתקבל ערך  $a$  הגדול

פי 3 מזה שמצאת בסעיף הקודם.

68 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3}{\cos 2x + a}$  (פרמטר  $a$ ).

- א. הסבר מדוע עבור:  $a > 1$  הפונקציה מוגדרת לכל  $x$ .  
 ב. האם הפונקציה מוגדרת לכל  $x$  עבור תחום ערכים נוסף של  $a$ ? אם כן – מהו? אם לא – נמק.  
 ג. מצא את  $a$  אם ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית:  $x = 0.5\pi$ .

69 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\cos x}{a \sin^2 x - 3}$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ .

- א. מצא את  $a$  אם ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית:  $x = \frac{\pi}{3}$ .  
 ב. הראה כי לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית הנגדית ל- $x = \frac{\pi}{3}$  בתחום הנתון.

#### חקירות חלקיות שונות ללא פרמטרים:

70 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x\sqrt{3} - 2\sin^2 x$  בתחום:  $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ .

- א. הוכח כי נגזרת הפונקציה היא:  $f'(x) = \sqrt{3} - 2\sin 2x$ .  
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיות וקצה) וקבע את סוגן.  
 ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

71 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cos x - x$  בתחום:  $[-3\pi, 3\pi]$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ב. הראה כי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  מאפסות את הנגזרת של הפונקציה.  
 ג. קבע אלו נקודות מנקודות החיתוך הן קיצון ואלו אינן קיצון.  
 מצא את סוג הקיצון בכל מקרה.

72 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sin^2 2x - \sin 4x$  בתחום:  $[0, \pi]$ .

- א. בכמה נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר ה- $x$  בתחום הנתון?  
 ב. כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? מצא אותן וקבע את סוגן.

**(73)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sin 2x + 1}{2}$  בתחום:  $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ .

א. מצא את כל הנקודות על גרף הפונקציה בתחום הנתון ששיפוע המשיק העובר דרכן הוא  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

ב. הראה כי הערך המקסימלי של הפונקציה בתחום הנתון הוא 1.

ג. כתוב את משוואת המשיק העובר דרך נקודת המקסימום המוחלטת של הפונקציה בתחום הנתון ודרך הנקודה שמצאת בסעיף א' הנמצאת ברביע השני.

**(74)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ .

א. הראה כי הנגזרת של הפונקציה היא:  $f'(x) = 2 \cos 2x$ .

ב. הוכח כי גרף הפונקציה לא יורד מתחת לציר ה- $x$ .

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  בתחום:  $[-2\pi, 2\pi]$ .

**(75)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = (x + \sin x)(x - \sin x)$ .

א. הראה כי הנגזרת של הפונקציה היא:  $f'(x) = 2x - \sin 2x$ .

ב. הראה כי הנקודה שבה  $x = 0$  היא נקודת מינימום של הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף הפרבולה:  $g(x) = x^2$  בתחום:  $[-1.2\pi, 1.2\pi]$ .

**(76)** נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = x^2 + \cos^2 x$ ,  $g(x) = x^2 + \sin^2 x$ .

א. הוכח כי ההפרש:  $f(x) - g(x)$  שווה ל- $\cos 2x$ .

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות בתחום:  $[-\pi, \pi]$ .

ג. ישר  $x = t$  (פרמטר בתחום:  $-2 < t < 0$ ) חותך את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$

ו- $g(x)$  בנקודות A ו-B בהתאמה. דרך הנקודות A ו-B מעבירים משיקים

לפונקציות. ידוע כי ההפרש בין שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  ושיפוע

המשיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  הוא 1. מצא את כל הערכים האפשריים עבור  $t$ .

**חקירות חלקיות שונות עם פרמטרים:**

**(77)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cos 2x + 2 \sin x$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $[0, \pi]$ .

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$  הוא:  $m = \sqrt{2} - 2$ .

- א. מצא את  $a$ .
- ב. מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

**(78)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin^2 x + a \sin x$  ( $a$  פרמטר) בתחום:  $[0, \pi]$ .

ידוע כי לגרף הפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .

- א. מצא את  $a$  וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את שאר נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון.

**(79)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -\frac{1}{a} \sin x + \cos ax$  ( $a$  פרמטר שלם ושונה מ-0).

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \pi$  הוא 0.5.

- א. מצא את  $a$ .
- ב. כתוב את משוואת המשיק.
- ג. מצא את נקודת הקיצון המקומית של גרף הפונקציה בתחום:  $0 < x < \pi$ .

**(80)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin^3 x + k \sin x$  ( $k$  פרמטר) בתחום:  $[-\pi, \pi]$ .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{3}$  הוא  $-\frac{3}{8}$ .

- א. מצא את  $k$ .
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. היעזר בסעיפים הקודמים וקבע האם יש למשוואה:  $\sin^3 x - 3 \sin x = 3$  יש פתרון. אם כן מהו?

**81** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cos(ax)$ ,  $a$  הוא מספר שלם זוגי וחיובי.

הנגזרת של הפונקציה היא -4 כאשר  $x = \frac{\pi}{4}$ .

- א. האם  $a$  הוא כפולה של 4? נמק.  
 ב. מצא את  $a$ .  
 ג. מצא כמה נקודות קיצון מקומיות יש לגרף הפונקציה בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .  
 ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

**82** נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \sin^2 x - 5 \sin x + ax$  ( $a$  פרמטר) בתחום:  $[0, \pi]$ .

ידוע כי הישר:  $y = ax - 2$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{6}$ .

- א. מצא את  $a$  וכתוב את הפונקציה.  
 ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה בתחום הנתון שבה שיפוע המשיק הוא 2.  
 ג. האם קיימות נקודות נוספות בתחום הנתון ששיפוע המשיק העובר דרכן הוא 2? נמק את תשובתך.  
 ד. כתוב את משוואת המשיק העובר דרך הנקודה שמצאת.

### חקירת מלאות:

**83** חקור את הפונקציות הבאות בתחום המצוין לידן לפי הסעיפים הבאים:

1. תחום הגדרה.
2. נקודות קיצון (מקומיות וקצה).
3. תחומי עלייה וירידה.
4. נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).
5. אסימפטוטות אנכיות.
6. שרטוט.

\* הערה: אין צורך למצוא נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  במקרים א' ו-ג'.

א.  $[0, 2\pi] : f(x) = x + 2 \cos x$       ב.  $[-\pi, \pi] : f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$

ג.  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right] : f(x) = 4x - 3 \tan x$       ד.  $[0, \pi] : f(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

**84** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + 1 - 2 \sin x$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

- א. מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**85** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 \sin^2 x + \sin x - 1$  בתחום:  $[0, 1.5\pi]$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- ב. מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**86** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos^2 x - \cos x - 2$  בתחום:  $[0, 2\pi]$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**87** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$  בתחום:  $\left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right]$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ב. מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**88** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2}{3} \sin 3x + x\sqrt{2}$  בתחום:  $0 < x < \pi$ .

- א. מצא את נקודות הקיצון המקומיות של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- ג. האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בתחום הנתון?
- ד. היעזר בסעיפים הקודמים וקבע כמה פתרונות יש למשוואה:  $\frac{2}{3} \sin 3x + x\sqrt{2} = 1$ ?

- 89** נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\sin x + 1)\cos x$  בתחום:  $[0, 1.5\pi]$ .
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - מצא את נקודות הקיצון (מקומיות וקצה) של גרף הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
  - כמה פתרונות יש למשוואה:  $(\sin x + 1)\cos x = 1$  עבור  $x$  בתחום הנתון?

- 90** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + 2}$  בתחום:  $-\pi < x < \pi$ .
- מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה בתחום הנתון.
  - מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 91** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x}$  בתחום:  $-0.5\pi < x < 0.5\pi$ .
- מצא את האסימפטוטה אנכית של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
  - הראה כי גרף הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתו בתחום הנתון.
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



תשובות סופיות:

- (1) א.  $0, 0, \sqrt{3}, 2$     ב.  $-3, -3, -1.5, 0$     ג.  $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ד.  $1, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$     ה.  $1, -1, -1.59, 3, -3$     ו.  $-4, -4, 4, 0, 0, 0, 0$
- ז.  $0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1$     ח.  $1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0, 0, 0$
- ט.  $0, 0, 0, 1, 1, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0, 0, 0, 0$     י.  $1, 1, 1, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0, 0, 0$
- יא.  $0, 0, 0, 1, -1, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset$     יב.  $0, 0, 0, \emptyset, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, 0, 0, 0, 0$
- יג.  $0, 0, 0, 1, 1, 3, 3, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset$
- יד.  $0, 0, 0, 1.707, -1.707, 2.59, -2.59, -1.23, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset$
- טו.  $-1, -1, 1, 1, 1.707, -0.2928, 2.23, -1.23, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset$
- (2) א.  $0.841, 0.9, 0.141$     ב.  $0.54, -0.416, -0.989$     ג.  $1.55, -2.18, -0.142$
- ד.  $-0.841, -0.598, 0.958$     ה.  $0.54, -0.801, 0.283$     ו.  $-1.55, 0.747, 3.38$
- ז.  $1.43, -6.26, 0$     ח.  $-1.325, -0.301, 0.68$
- (3) א.  $0, 1.84, 2.909$     ב.  $1, 1.54, 1.583$     ג.  $1.252, 5.654, 9.14$
- ד.  $2.179, 7.05, 9.989$     ה.  $3.55, 10.14, 1.796$     ו.  $39.43, 0, 0$
- ז.  $0.211, 2.5, 32.132$     ח.  $0.841, 1.818, 0.423$     ט.  $0.54, -0.832, -2.969$
- י.  $1.577, 1.577, -4.37, -4.37, -0.427, -0.427$
- יא.  $0.84, -0.84, 3.63, -3.63, 1.27, -1.27$
- יב.  $0.54, 0.54, -1.66, -1.66, -8.9, -8.9$
- (4) א.  $y' = 3 \cos x$     ב.  $y' = -2 \sin x$     ג.  $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$
- ד.  $y' = -\sin x + 5 \cos x$     ה.  $y' = 4 \cos x + 3 \sin x$     ו.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + 3 \cos x$
- ז.  $y' = \cos x + 2$     ח.  $y' = 2x + 2 \sin x$     ט.  $y' = 3 - \frac{3}{\cos^2 x}$
- י.  $y' = \cos x + 3 \sin x + 1$
- (5) א.  $y' = 3 \cos 3x$     ב.  $y' = -4 \sin 4x$     ג.  $y' = \frac{2}{\cos^2 2x}$
- ד.  $y' = 3 \cos 3x - 10 \sin 5x$     ה.  $y' = 12 \cos 3x + 2 \sin 2x$     ו.  $y' = \frac{5}{\cos^2 5x} + 3 \cos 3x$
- ז.  $y' = 3 \cos 3x + 2x - 3$     ח.  $y' = 3 + 6 \sin 2x$     ט.  $y' = 3 \cos(3x - \pi)$
- י.  $y' = 4 \sin(0.4\pi - 4x)$

$$y' = 2 \tan x + \frac{2x}{\cos^2 x} \cdot \lambda \quad y' = \cos x - x \sin x \cdot \beth \quad y' = \sin x + x \cos x \cdot \aleph \quad (6)$$

$$y' = 2(\sin x + x \cos x) + \frac{4}{\cos^2 x} \cdot \daleth \quad y' = 2x \cos x - x^2 \sin x \cdot \daleq$$

$$y' = \cos 2x \cdot \aleph \quad y' = 3 - \sin x - x \cos x \cdot \beth$$

$$y' = \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \cdot \beth$$

$$y' = \cos 2x - \sin x \cdot \beth \quad y' = \cos 2x + \cos x + 2 \sin x \cdot \beth$$

$$y' = 3 \cos 3x (\cos 2x - 1) - 2 \sin 3x \sin 2x \cdot \aleph$$

$$y' = \frac{1 + 2 \cos x}{(\cos x + 2)^2} \cdot \daleq$$

$$y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} \cdot \beth \quad y' = 2x \tan 4x + \frac{4(x^2 - 3)}{\cos^2(4x)} \cdot \beth$$

$$y' = \frac{1 + 2 \cos x}{\sin^2 x} \cdot \beth$$

$$y' = \frac{-5 \cos x}{(\sin x - 5)^2} \cdot \beth \quad y' = \frac{3 \sin x \cos x - \sin^2 x - 1}{\cos x (\tan x - 3)^2} \cdot \beth$$

$$y' = -\frac{3 \sin 3x \sin x + 6 \sin 3x + \cos x \cos 3x + \cos x}{(\sin x + 2)^2} \cdot \beth$$

$$y' = \frac{-2(\sin 2x + 1)}{(1 + \sin 2x)^2} \cdot \beth$$

$$y' = \frac{\cos x}{(\sin x + 1)^2} \cdot \beth$$

$$y' = 3 \sin^2 x \cos x \cdot \daleq$$

$$y' = \frac{2 \sin x}{\cos^2 x} \cdot \lambda$$

$$y' = -\sin 2x \cdot \beth$$

$$y' = \sin 2x \cdot \aleph \quad (7)$$

$$y' = 6 \sin^2 2x \cos 2x \cdot \beth$$

$$y' = \frac{8 \sin 4x}{\cos^3 4x} \cdot \beth$$

$$y' = -8 \cos^3 x \sin x \cdot \beth$$

$$y' = 2(x \cos x)(\cos x - x \sin x) \cdot \beth$$

$$y' = -2 \sin 4x \cdot \beth$$

$$y' = 2 \sin 2x \cdot \beth$$

$$2x \sin x + x^2 \cos x + \sin 2x \cdot \aleph$$

$$y' = x \sin 2x + \sin^2 x \cdot \beth$$

$$y' = 2(x + \sin x)(1 + \cos x) \cdot \beth$$

$$y' = 4 \sin 4x \cdot \daleq$$

$$y' = -\sin 4x \cdot \beth$$

$$y' = \frac{\sin 2x \sin x + \cos^3 x + \cos x}{\sin^2 x} \cdot \beth$$

$$y' = (3 - \sin x)^2 - 2x(3 - \sin x) \cos x \cdot \beth$$

$$y' = \frac{\cos^3 x + \cos x + \sin 2x \sin x}{(\cos^2 x + 1)^2} \cdot \beth$$

$$0 \cdot \lambda \quad -1 \cdot \beth \quad 1 \cdot \aleph \quad (8)$$

$$0 \cdot \lambda \quad 0 \cdot \beth \quad 0 \cdot \aleph \quad (9)$$

$$2.7 \cdot \lambda \quad 4.866 \cdot \beth \quad 1 \cdot \aleph \quad (10)$$

$$-1.12 \cdot \lambda \quad 4 \cdot \beth \quad 1 \cdot \aleph \quad (11)$$

$$65.86^\circ \quad (12)$$

$$127.72^\circ \quad (13)$$

$$53.8^\circ \cdot \daleq \quad 54.73^\circ \cdot \lambda \quad 45^\circ \cdot \beth \quad 45^\circ \cdot \aleph \quad (14)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{(15)}$$

$$y = -2x + \pi \quad \text{(16)}$$

$$y = 12x + \sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi \quad \text{(17)}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + 0.603 \quad \text{(18)}$$

$$y = 5x - 1 - 1.5\pi \quad \text{(19)}$$

$$y = -\frac{\pi^2}{4}x + \frac{\pi^2}{8} \quad \text{(20)}$$

$$y = 2x + 1 - 2\pi \quad \text{(21)}$$

$$y = 0.2426x + 0.2236 \quad \text{(22)}$$

$$(-1, 0) \text{ .} \lambda \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \text{ .} \beth \quad \left(0, \frac{2}{3}\right) \text{ .} \aleph \quad \text{(23)}$$

$$(2.164, 0) , (0, 0.6168) \text{ .} \beth \quad y = -0.285x + 0.6168 \text{ .} \aleph \quad \text{(24)}$$

$$y = 2\sqrt{3}x - 0.813 , y = -2\sqrt{3}x + 10.06 \quad \text{(25)}$$

$$y = 4x - 6\pi , y = -4x + 2\pi \text{ .} \beth \quad \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) , \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right) \text{ .} \aleph \quad \text{(26)}$$

$$y = 2 , y = x\sqrt{3} - 5.848 \text{ .} \beth \quad \left(\frac{3\pi}{2}, 2\right) , \left(\frac{7\pi}{6}, \frac{1}{2}\right) \text{ .} \aleph \quad \text{(27)}$$

$$y = 2x - 0.5\pi \text{ .} \lambda \quad y = 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \text{ .} \beth \quad y = 2x \text{ .} \aleph \quad \text{(28)}$$

$$y = 1.5\sqrt{3}x + 3.97 , y = 1.5\sqrt{3}x - 1.51.7$$

$$x = \frac{\pi}{6} , \frac{5\pi}{6} \quad \text{(29)}$$

$$y = \sqrt{3}x - 1.034 , y = \sqrt{3}x + 2.5 - \frac{2}{\sqrt{3}}\pi \quad \text{(30)}$$

$$y = 3x - 2 , y = 3x - 3\pi - 2 \quad \text{(31)}$$

$$y = -x - 0.009 , y = -x + 1.657 \quad \text{(32)}$$

$$a = 4 \quad \text{(33)}$$

$$a = -1 \quad \text{(34)}$$

$$y = 3x - 3\pi \text{ .} \beth \quad a = 3 \text{ .} \aleph \quad \text{(35)}$$

$$a = 2 , y = x + 2 \text{ .} \beth \quad y = x + a \text{ .} \aleph \quad \text{(36)}$$

$$S = 0.868 \text{ .} \lambda \quad (0, 0.613) , (2.83, 0) \text{ .} \beth \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{48}\pi , k = 1.5 \text{ .} \aleph \quad \text{(37)}$$

$$y = -8x + \frac{16}{3}\pi - 3\sqrt{3}. \text{ג.}$$

$$k = \sqrt{3}. \text{ב. } -2(k\sqrt{3}+1). \text{א. (38)}$$

$$a = 2. \text{ב. (39)}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi. \text{ד.} \quad x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi. \text{ג.}$$

$$x \text{ כל } x. \text{ב. כל } x. \text{א. (40)}$$

$$x \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi. \text{ו.} \quad x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi. \text{ה.}$$

$$x \neq \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi. \text{ה.}$$

$$x \neq \frac{19}{12}\pi, \frac{7}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi. \text{ז.}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2}. \text{ט.} \quad x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi. \text{ח.}$$

$$x \text{ כל } x. \text{יג. כל } x. \text{יב. } x \neq 0, \pi, 2\pi.$$

$$x \neq \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi. \text{יא.}$$

$$x \neq 0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi, 2\pi. \text{טז.}$$

$$x \neq 0, \pi, 2\pi. \text{טו. כל } x. \text{יד.}$$

$$x \neq 0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi, 2\pi. \text{יח.}$$

$$x \neq 0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi, 2\pi. \text{יז.}$$

$$a = 2. \text{(41)}$$

$$a = -\frac{1}{2}. \text{(42)}$$

$$a = 1. \text{(43)}$$

$$\text{ג. אין} \quad (0,1), (2\pi,1), (\pi,-1). \text{ב.}$$

$$\left(\frac{3}{2}\pi, -1\right), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right). \text{א. (44)}$$

$$\left(\frac{\pi}{6}, 0.09\right). \text{ו.} \quad \left(\frac{7}{18}\pi, -5.39\right). \text{ה.}$$

$$\left(\frac{\pi}{4}, 2\right), \left(\frac{3}{4}\pi, -2\right). \text{ד.}$$

$$\left(\frac{3}{2}\pi, -2\right), \left(\frac{\pi}{2}, 2\right). \text{(45)}$$

$$(-\pi, -4), (\pi, -4), (0, 4). \text{(46)}$$

$$(\pi, 0), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right). \text{(47)}$$

$$\left(\frac{\pi}{2}, 2\right), (\pi, 3), (0, 3). \text{(48)}$$

$$\max(2\pi, 1), \min\left(\frac{5}{4}\pi, -\sqrt{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right), \min(0, 1). \text{קצה. (49)}$$

$$\max(2\pi, -\pi), \min\left(\frac{5}{3}\pi, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5}{6}\pi\right), \max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}\right), \min(0, 0). \text{קצה. (50)}$$

$$\min(0, 0), \max\left(\frac{\pi}{4}, 3\right), \min\left(\frac{3}{4}\pi, -3\right), \max(\pi, 0). \text{א. (51)}$$

$$\min(0, 2), \max\left(\frac{\pi}{6}, 2.25\right), \min\left(\frac{5}{6}\pi, 0.886\right), \max(\pi, \pi - 2). \text{ב.}$$

ג. קצה  $\min(0, -5)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{2}, -4\right)$ , קצה  $\min(\pi, -5)$ .

ד. קצה  $\max(0, 0)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{3}, -0.25\right)$ , קצה  $\max(\pi, 2)$ .

א. (52) קצה  $\max\left(\frac{\pi}{2}, 4\right)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$ , קצה  $\max(0, 4)$ .

ב. קצה  $\min(\pi, -1)$ , קצה  $\min(0, 1)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$ .

ג. קצה  $\max(\pi, 2)$ , קצה  $\min(0, -2)$ .

ד. קצה  $\min(0, 1)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{4}, 1.5\right)$ , קצה  $\min\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{2}\right)$ .

מחלט  $\min\left(\frac{13}{24}\pi, -1.63\right)$ , מחלט  $\max\left(\frac{5}{24}\pi, 0.28\right)$  (53)

מחלט  $\max\left(\frac{3}{2}\pi, 2\frac{2}{15}\right)$ , מחלט  $\min\left(\frac{\pi}{2}, -2\frac{2}{15}\right)$  (54)

מחלט  $\max\left(\frac{3}{2}\pi, 0\right)$  (55)

עולה:  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3}{4}\pi < x < \pi$ , יורדת:  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3}{4}\pi$  (56)

יורדת בכל התחום. (57)

עולה בכל התחום. (58)

עולה:  $\frac{3}{4}\pi < x < \pi$ ,  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ ,  $-\frac{3}{4} < x < -\frac{\pi}{2}$  (59)

יורדת:  $-\pi < x < -\frac{3}{4}\pi$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{4}\pi$ .

שאלת הוכחה. (60)

שאלת הוכחה. (61)

א.  $a > 1$       ב.  $a < -1$       ג. לא. (62)

$a = 2$  (63)

$a = -\frac{1}{2}$  (64)

$b = -4, a = 3$  (65)

א.  $x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi$       ב.  $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$       ג.  $x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$  (66)

א.  $a = 1$       ב.  $a = 3$  (67)

א. היותו  $|\cos x| \leq 1$  - כן      ב.  $a < -1$       ג.  $a = 1$  (68)

א.  $a = 4$  (69)

70 ב.  $\min\left(-\frac{\pi}{2}, -4.72\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, 0.4\right), \min\left(\frac{\pi}{3}, 0.314\right), \max\left(\frac{\pi}{2}, 0.72\right)$

ג. עולה:  $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$ ; יורדת:  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{6}$

71 א.  $(0,0), (2\pi,0), (-2\pi,0)$  ג.  $(0,0), (2\pi,0), (-2\pi,0)$  פיתול.  $(0,0)$

72 א. 5 נקודות שונות.

ב.  $\min\left(\frac{\pi}{16}, -0.414\right), \max\left(\frac{5\pi}{16}, 2.41\right), \min\left(\frac{9\pi}{16}, -0.414\right), \max\left(\frac{13\pi}{16}, 2.41\right)$

73 א.  $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{\pi}{12}, \frac{3}{4}\right)$  ג.  $y = \frac{9}{7\pi} + \frac{5}{14}$

74 ג.  $(-1.25\pi, 0), (-0.25\pi, 0), (0.75\pi, 0), (1.75\pi, 0)$

75 ג.  $(\pi, \pi^2), (-\pi, \pi^2)$

76 ב.  $\left(\frac{\pi}{4}, 1.11\right), \left(-\frac{3}{4}\pi, 6.05\right)$  ג.  $t = -\frac{5}{12}\pi, -\frac{\pi}{12}$

77 א.  $a = 1$

ב.  $\min(0,1), \max\left(\frac{\pi}{6}, 1.5\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), \max\left(\frac{5\pi}{6}, 1.5\right), \min(\pi, 1)$

ג. עולה:  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5}{6}\pi$ ; יורדת:  $\frac{5}{6}\pi < x < \pi$ ;  $0 < x < \frac{\pi}{6}$

78 א.  $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x, a = -\sqrt{2}$

ב.  $\max(0,0), \min\left(\frac{\pi}{4}, -0.5\right), \max\left(\frac{\pi}{2}, -0.414\right), \min\left(\frac{3\pi}{4}, -0.5\right), \max(\pi, 0)$

ג.  $(0,0), (\pi, 0)$

79 א.  $a = 2$  ב.  $y = 0.5x - 0.57$  ג.  $(0.5\pi, -1.5)$

80 א.  $k = -3$  ב.  $\max(\pi, 0)$  ג.  $\min(-\pi, 0)$  ד.  $\max(-0.5\pi, 2)$  ה.  $\min(0.5\pi, -2)$  ו.  $\max(\pi, 0)$  ז.  $\min(-\pi, 0)$

81 א. לא, כי אז הנגזרת תתאפס כאשר  $x = \frac{\pi}{4}$  בניגוד לנתון השאלה.

ב.  $a = 2$  ג. נקודה אחת. ד.  $(0.25\pi, 0), (0.75\pi, 0)$

82 א.  $f(x) = 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2x, a = 2$  ב.  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi - 3\right)$  ג. לא. ד.  $y = 2x - 3$

83 א. i.  $0 < x < 2\pi$

ii. קצה  $\max(2\pi, 2\pi + 2)$  קצה  $\min(0, 2), \max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\right), \min\left(\frac{5}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi - \sqrt{3}\right)$

iii. עולה:  $\frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$ ; יורדת:  $0 < x < \frac{\pi}{6}$ ;  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$  iv.  $(0, 2)$  v. אין.

ב. i.  $-\pi < x < \pi$

ii קצה  $\min(-\pi, -2)$ ,  $\max\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right)$ ,  $\min(0, 0)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right)$ , קצה  $\min(\pi, -2)$

iii עולה:  $0 < x < \frac{\pi}{3}$ ,  $-\pi < x < -\frac{\pi}{3}$ , יורדת:  $\frac{\pi}{3} < x < \pi$ ,  $-\frac{\pi}{3} < x < 0$

iv.  $(0, 0)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ . v אין.

ג. i.  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$

ii קצה  $\min\left(-\frac{\pi}{6}, -0.36\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, 0.36\right)$ , קצה  $\min\left(\frac{2}{3}\pi, 13.57\right)$

iii עולה:  $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ , יורדת:  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$ . iv  $(0, 0)$ . v  $x = \frac{\pi}{2}$

ד. i.  $0 < x < \pi$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$ . ii  $\min\left(\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right)$

iii עולה:  $\frac{\pi}{4} < x < \pi$  וגם  $x \neq \frac{\pi}{2}$ . יורדת:  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ . iv  $\left(\frac{3}{4}\pi, 0\right)$ . v  $x = \frac{\pi}{2}$

84 א.  $\max\left(\frac{5}{3}\pi, 7.96\right)$ ,  $\min(2\pi, 7.28)$ ,  $\max(0, 1)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{3}, 0.315\right)$

ב. עולה:  $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5}{3}\pi$ , יורדת:  $\frac{5}{3}\pi < x < 2\pi$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{3}$

85 א.  $(0, -1)$ ,  $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{5}{6}\pi, 0\right)$ ,  $(1.5\pi, 0)$

ב.  $\min(0, -1)$ ,  $\max(0.5\pi, 2)$ ,  $\min(1.08\pi, -1.24)$ ,  $\max(1.5\pi, 0)$

ג. עולה:  $0.5\pi < x < 1.08\pi$ ,  $0 < x < 0.5\pi$ ,  $1.08\pi < x < 1.5\pi$ , יורדת:  $0 < x < 0.5\pi$

86 א.  $(\pi, 0)$ ,  $(0, -2)$

ב.  $\max(\pi, 0)$ ,  $\min\left(\frac{3}{2}\pi, -2.25\right)$ ,  $\max(2\pi, -2)$ ,  $\max(0, -2)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{3}, -2.25\right)$

ג. עולה:  $\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$ ,  $\frac{\pi}{3} < x < \pi$ , יורדת:  $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{3}$

87 א.  $\left(-\frac{3}{8}\pi, 0\right)$ ,  $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{5}{8}\pi, 0\right)$ . ב.  $\min\left(-\frac{\pi}{8}, -1.41\right)$ ,  $\max\left(\frac{3}{8}\pi, 1.41\right)$

88 א.  $\max\left(\frac{\pi}{4}, 1.58\right)$ ,  $\min\left(\frac{5\pi}{12}, 1.38\right)$ ,  $\max\left(\frac{11\pi}{12}, 4.54\right)$ . ג. לא. ד. פתרון אחד.

89 א.  $(0.5\pi, 0)$ ,  $(1.5\pi, 0)$ . ב.  $\max(1.5\pi, 0)$ ,  $\min\left(\frac{5}{6\pi}, -1.29\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, 1.29\right)$ ,  $\min(0, 1)$

ד. 2 פתרונות.

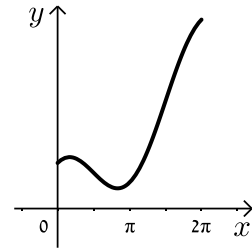
$$(0,0) \text{ ב} \min(-0.5\pi, -1) , \max\left(0.5\pi, \frac{1}{3}\right) \text{ נ} \quad \mathbf{(90)}$$

$$x=0 \text{ נ} \quad \mathbf{(91)}$$

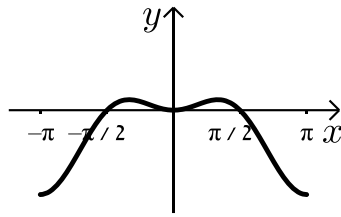


סרטטים עבור שאלות 83-91:

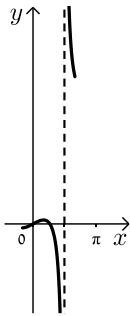
83 א.



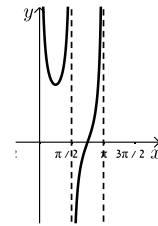
ב.



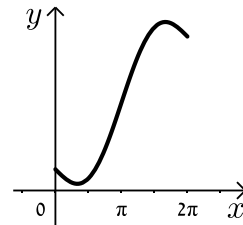
ג.



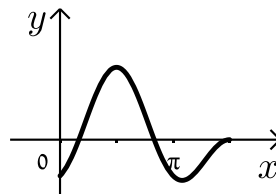
ד.



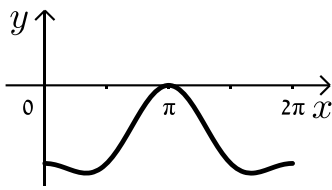
84



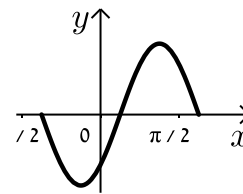
85



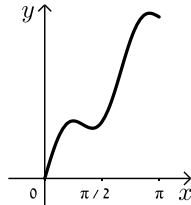
86



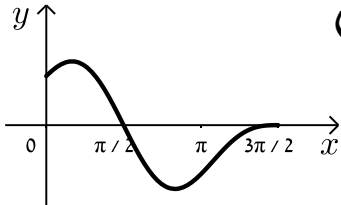
87



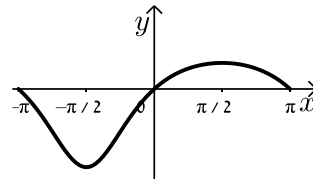
88



89



90



91

