

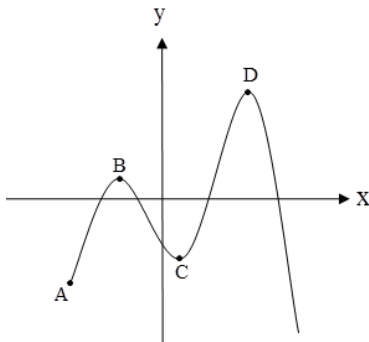
# תוכן העניינים:

2	פרק 20 .....
2	חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום .....
2	סיכום עיקרי הדברים : .....
2	נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום) : .....
2	נקודות קיצון מקומיות : .....
2	שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות : .....
3	שאלות : .....
3	שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון : .....
4	שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה : .....
6	תשובות סופיות : .....
8	תרגול נוסף : .....
8	שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות : .....
8	שאלות שונות עם משיקים : .....
11	שאלות עם פרמטרים : .....
12	שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת : .....
14	שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית : .....
16	שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית : .....
19	תשובות סופיות : .....
25	פונקציה זוגית ואי-זוגית : .....
25	הגדרות : .....
25	שאלות : .....
29	תשובות סופיות : .....

## פרק 20

# חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום

### סיכום עיקרי הדברים:



#### נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום):

- מינימום או מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D.
- מינימום או מקסימום קצה - A.
- מינימום או מקסימום מוחלט - D.

#### נקודות קיצון מקומיות:

- שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס.
- בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית. נקודה כזו נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

#### שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות:

- נגזור את הפונקציה.
- נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- $x$  של הנקודות החשודות כקיצון.
- נציב את ערכי ה- $x$  מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- $y$ .
- נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון על ידי טבלה.

## שאלות:

### שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון:

- (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x) = 10x - x^2$ .
- (2) נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 12x$ .  
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (3) נתונה הפונקציה  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ .  
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (4) נתונה הפונקציה  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$ .  
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (5) לפונקציה  $f(x) = ax - x^3 - 5$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = -1$ .  
 מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .
- (6) נתונה הפונקציה:  $f(x) = ax^3 + x^2$ . ידוע שהנקודה  $x = 1$  נקודת קיצון.  
 מצא את הקבוע  $a$ .
- (7) לפונקציה:  $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 1$  יש נקודת קיצון ששיעוריה:  $(2, 3)$ .  
 מצא את ערכי הפרמטרים  $B, A$ .
- (8) לפונקציה:  $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 4x$  יש נקודת קיצון ב- $x = -1$  ו- $x = 4$ .  
 מצא את הפרמטרים ואת שיעור ה- $y$  של שתי נקודות הקיצון.
- (9) נתונה הפונקציה:  $f(x) = ax^3 + bx^2$ . ידוע שהנקודה  $(1, 2)$  נקודת קיצון.  
 מצא את הפרמטרים  $a, b$ .

**10** לפונקציה:  $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$  יש נקודת קיצון ששיעוריה  $(2,3)$ . מצא את ערכי הפרמטרים  $a, b$ .

**שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה:**

**11** נתונה הפונקציה  $f(x) = 10x - x^2$ .

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**12** נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 12x$ .

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**13** נתונה הפונקציה  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ .

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**14** נתונה הפונקציה  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$  חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

15 נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3$  חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :

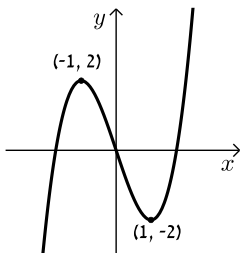
- מציאת תחום ההגדרה.
- מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 נתונה הפונקציה :  $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 54x - 50$ .

- לאילו ערכים של הפרמטר  $a$  עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?
- הצב בפונקציה  $a = 6$  וחקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :  
תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$ ,  
סרטוט.

17 נתונה הפונקציה :  $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$  (פרמטר).  
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה שבה :  $x = 2$ .

- מצא את  $d$ .
- האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



18 לפניך גרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x$  :

- מהו מספר הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 5$ .
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 2$ .
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0.5$ .
- עבור איזה ערך של  $k$  למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק פתרון אחד.
- עבור איזה ערך של  $k$  למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק שני פתרונות.
- עבור איזה ערך של  $k$  למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק שלושה פתרונות.
- האם קיים ערך של  $k$  עבורו למשוואה  $f(x) = k$  אין פתרון.

## תשובות סופיות:

1.  $\max(5, 25)$

2. א.  $\min(2, -16)$ ,  $\max(-2, 16)$  ב. עולה:  $x > 2$ ,  $x < -2$ , יורדת:  $-2 < x < 2$ .

3. א.  $\max(0, 9)$ ,  $\min(\sqrt{5}, -16)$ ,  $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ב. עולה:  $-\sqrt{5} < x < 0$ ,  $x > \sqrt{5}$  יורדת:  $0 < x < \sqrt{5}$ ,  $x < -\sqrt{5}$ .

4. א.  $\min(3, 5)$  ב. עולה:  $x > 3$  יורדת:  $x < 3$ .

5.  $a = 3$

6.  $a = -\frac{2}{3}$

7.  $A = -1$ ,  $B = 3$

8.  $A = \frac{1}{3}$ ,  $B = -\frac{3}{2}$ ,  $(-1, 2\frac{1}{6})$ ,  $(4, -18\frac{2}{3})$

9.  $b = 6$ ,  $a = -4$

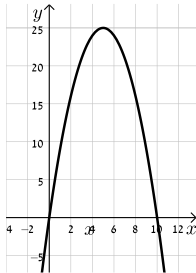
10.  $a = 2$ ,  $b = -16$

11. א. כל  $x$  ב.  $\max(5, 25)$

ג. עלייה:  $x < 5$ , ירידה:  $x > 5$

ד.  $(0, 0)$ ,  $(10, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

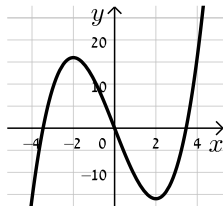


12. א. כל  $x$  ב.  $\min(2, -16)$ ,  $\max(-2, 16)$

ג. עלייה:  $x > 2$ ,  $x < -2$ , ירידה:  $-2 < x < 2$

ד.  $(0, 0)$ ,  $(\sqrt{12}, 0)$ ,  $(-\sqrt{12}, 0)$

ה. ראה גרף בצד.



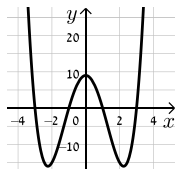
א. כל  $x$  13

ב.  $\max(0, 9)$ ,  $\min(\sqrt{5}, -16)$ ,  $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ג. עלייה:  $-\sqrt{5} < x < 0$ ,  $x > \sqrt{5}$ , ירידה:  $x < -\sqrt{5}$ ,  $0 < x < \sqrt{5}$

ד.  $(0, 9)$ ,  $(\pm 1, 0)$ ,  $(\pm 3, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

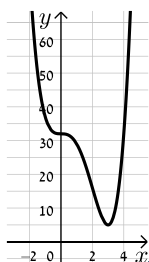


א. כל  $x$  14

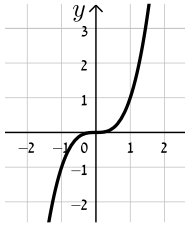
ב.  $\min(3, 5)$

ג. תחומי עלייה:  $x > 3$ , תחומי ירידה:  $x < 3$

ד.  $(0, 32)$



ה. ראה גרף בצד.



15) א. כל  $x$  ב. אין.

ג. עולה לכל  $x$

ד.  $(0,0)$ .

ה. ראה גרף בצד.

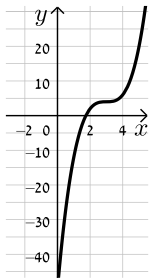
16) א.  $-6 < a < 6$  ב. תחום הגדרה: כל  $x$ .

נקודות קיצון: אין. תחומי עלייה: כל  $x$ .

תחומי ירידה: אין.

נקודת חיתוך עם הצירים:  $(0, -50)$ .

ראה גרף בצד.



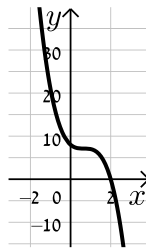
17) א.  $d = 8$

ב. לא

ג. יורדת לכל  $x$

ד.  $(0,8)$ .

ה. להלן גרף:



ד.  $k > 2, k < -2$

ג. 3

ב. 2

18) א. 1

ז. לא

ו.  $-2 < k < 2$

ה.  $k = \pm 2$

## תרגול נוסף:

\*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.

### שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = x^3 - 4x^2 + 4x + 3$ (3)	$y = (x-1)^2$ (2)	$y = x^2$ (1)
$y = x^2(2x+1)^2$ (6)	$y = (x^2-1)(x^2+3)$ (5)	$y = 3x^3 - 3x$ (4)
$y = \frac{4x^2 - 2x + 6}{2}$ (9)	$y = \frac{5}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{2}x$ (8)	$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$ (7)
$y = \frac{x(x+7)^2}{2}$ (12)	$y = x^4 + 1 + \frac{x^3 + 9x}{3}$ (11)	$y = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x - 9}{5}$ (10)
$y = (4x-5)^4$ (15)	$y = (3x+2)^8$ (14)	$y = (x-1)^6$ (13)

### שאלות שונות עם משיקים:

שאלות העוסקות במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל:  $f'(x_0) = m$ .

16) חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א. $x = 1, f(x) = 2x^2 - x$	ב. $x = 7, f(x) = x^3 + 5x^2 - 5x$
ג. $x = -1, f(x) = x(4x-3)^3$	ד. $x = 2, f(x) = \frac{x^5 - 15x^3 + 20x + 4}{5}$
ה. $x = 0, f(x) = \frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4}$	ו. $x = -1, f(x) = x(x-3)(x^2+1)$

17) לפניך מספר פונקציות. לכל פונקציה מצא את שיעורי הנקודות עבורם שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

א. $m = 13, f(x) = 5x^2 + 3x$	ב. $m = 0, f(x) = x(x-2)^2$
ג. $m = 20, f(x) = 2x^3 + 14x$	ד. $m = 6, f(x) = (x^2 + 6)(x-2)$

18) ענה על הסעיפים הבאים:



א. מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $y = 3x^2 - x - 2$  אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר:  $y = 5x + 2$ .

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $y = x^3 + 3x^2 + 2x$  אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר:  $y + x = 3$ .

**(19)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 3x^2 - 12x$ .

הראה כי שיפוע המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  הם מספרים נגדיים ומצא את הזוויות שכל משיק יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

**שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה:**  $y - y_1 = m(x - x_1)$ ,

**כאשר:**  $(x_1, y_1)$  - נקודת ההשקה ו- $m$  שיפוע המשיק.

**(20)** מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א.  $x = 3, y = x^2 - 4x - 5$       ב.  $x = -1, y = x^3 - 4x$

ג.  $x = 0, y = x(x + 5)^2$       ד.  $x = 1, y = 3x^4 + 4x^5 + 5x$

ה.  $x = -3, y = \frac{x^3 + 6x^2 - 9x}{3}$       ו.  $x = 1, y = \frac{4x^7}{7} - \frac{2x^{10}}{5}$

ז.  $x = 0, y = (3x^2 - 4)(6 - x)$       ח.  $x = 2, y = x(x - 1)(3x + 8)$

**(21)** נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - 3x + 12$ . מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ .

**(22)** נתונה הפונקציה:  $y = x^2 - 7x + 10$ . מצא את משוואת המשיקים לגרף הפונקציה העוברים דרך נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**(23)** נתונה הפונקציה:  $y = 2x^2 + 5x + 3$  ונתון הישר:  $y = 4x + 4$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

**(24)** נתונה הפונקציה:  $y = 4x^3$  ונתון הישר:  $y = 4x$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.  
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

**(25)** נתונות הפונקציות:  $f(x) = x^2 + 3x - 4$ ,  $g(x) = 5x - x^2$ .

- א. מצא את משוואות המשיקים לכל הפונקציה העוברים דרך הנקודה שבה  $x = 1$   
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף הקודם.

**(26)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$ .

הישר  $y = 3$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשלוש נקודות.

- א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.  
 ב. מצא את משוואות המשיקים בנקודות החיתוך.

**שאלות העוסקות במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:**

**(27)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x^2 + x + 3$ .

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו:  $m = 9$ .

ב. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + 2x^2$ .

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם:  $m = -1$ .

ג. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x(x+4)^2$ .

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם:  $m = 0$ .

**(28)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^4 + 12x + 4$ .

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר:  $y = 44x + 1$ .

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$ .

המקבילים לישר:  $3y - 12x = 5$ .

**(29)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 4x + 1$ .

בעלי שיפוע 2.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $y = -2x^3 - 3x^2 + 10x + 3$ .

ששיפועם הוא:  $m = -2$ .

**שאלות עם פרמטרים:**

**(30)** נתונה הפונקציה:  $y = ax^2 + 4x + 5$ . ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 2$  הוא 8. מצא את  $a$ .

**(31)** נתונה הפונקציה:  $y = x^2 + a$ . ידוע כי לגרף הפונקציה יש משיק שמשוואתו:  $y = 2x - 2$ .  
א. מצא את נקודת ההשקה.  
ב. מצא את  $a$ .

**(32)** נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + 6x^2 + ax$ . ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $y$  הוא 5. מצא את  $a$  וכתוב את הפונקציה.

**(33)** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^2}{A} + 8x + 20$ . ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  היא:  $y = 12x + 24$ .  
א. מצא את  $A$ .

ב. מצא את משוואת המשיק העובר דרך נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ג. מצא את הזווית החדה שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם ציר ה- $x$ .

**(34)** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = (x-1)(x^2 + a)$ . ידוע כי:  $f'(1) = 2$ . מצא את  $a$ .

**(35)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^4}{A} + 2x^3 + 4x^2 + 4$ .  
א. ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -2$  מקביל לציר ה- $x$ . מצא את  $A$ .  
ב. האם יש לגרף הפונקציה משיקים נוספים המקבילים לציר ה- $x$ ? אם כן, מצא את המשוואות שלהם.

**(36)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^5 + Bx^3 + 4x$ . המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$  מקביל לישר:  $y = 24x$ .  
א. מצא את  $B$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק.  
ג. האם יש משיק נוסף לגרף הפונקציה המקביל לישר  $y = 24x$ ? במידה וכן מצא את משוואתו.

**37** נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^2 + Bx + 5$ . ידוע כי:  $f(1) = 12$  וגם:  $f'(1) = 8$ . מצא את A ו-B.

**38** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + Ax + C$ . ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-y בנקודה שבה:  $y = 5$ . שיפוע המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודה זו הוא 4. מצא את A ו-C.

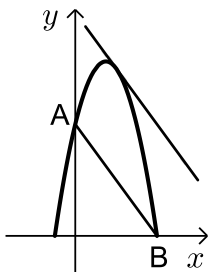
**39** נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + 8$ . משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה  $x = -2$  היא:  $y = 12x + 28$ . מצא את A ו-B.

**40** נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^4 + Bx^2 + 10$ . שיפוע הפונקציה בנקודה  $(1, 18)$  הוא 18. א. מצא את A ו-B. ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה-x.

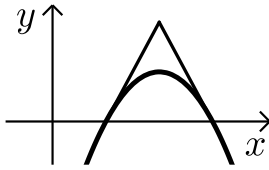
**41** נתונות הפונקציות:  $f(x) = 3x^2 + Ax$  ו-  $g(x) = x^2 + B$ . ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה:  $x = 1$  ולשתיהן יש את אותו השיפוע בנקודה שבה  $x = -0.25$ . מצא את A ו-B.

**42** נתונות הפונקציות:  $f(x) = Ax^2 + 10x$  ו-  $g(x) = x^2 + Bx - 16$ . ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה:  $x = -1$ . כמו כן לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע בעבור  $x = -8.5$ . מצא את A ו-B.

### שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת:



**43** באיור שלפניך נתונה הפונקציה:  $y = -x^2 + 6x + 16$ . הנקודה A היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y והנקודה B היא נקודת החיתוך החיובית של הפונקציה עם ציר ה-x. א. מצא את משוואת המיתר העובר דרך הנקודות A ו-B. ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם. ג. מצא את הזווית שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.



44 נתונה הפרבולה:  $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ .

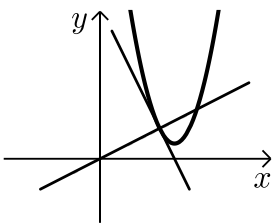
- מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $x$ .
- דרך נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- $x$  מעבירים משיקים.  
מצא את משוואות המשיקים הללו.
- מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.
- חשב את שטח המשולש הנוצר בין שני המשיקים וציר ה- $x$ .
- חשב את זוויות המשולש הנוצר בין המשיקים וציר ה- $x$ , איזה משולש זה?

45 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 27x$ .

- מצא את שיעורי הנקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה- $x$ .
- כתוב את משוואות המשיקים העוברים דרך הנקודות שמצאת.
- חשב את שטח המלבן הנוצר בין שני המשיקים שמצאת והאנכים לציר ה- $x$  היוצאים מנקודות ההשקה.

46 נתונות הפונקציות:  $f(x) = 8 - x^2$  ו-  $g(x) = Ax^2 + 15.5x - 1$ .

- ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה:  $x = 1$ .  
מצא את  $A$ .
- הראה כי המשיקים לכל פונקציה בנקודת החיתוך שבה  $x = 1$  מאונכים זה לזה. (תזכורת: השיפועים  $m_1, m_2$  של שני ישרים מאונכים מקיימים:  $m_1 \cdot m_2 = -1$  - מכפלתם שווה ל-1).



47 באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה:  $f(x) = 2x^2 - 10x + 13$ .

- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה  $x = 2$ .
- מצא את משוואת הנורמל לפונקציה העובר דרך נקודת ההשקה של המשיק שמצאת.
- חשב את שטח המשולש הנוצר בין הנורמל, המשיק והצירים. (היעזר באיור).

48 נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^2 - 6x + 9$ .

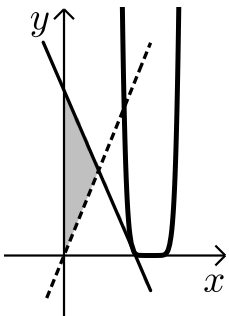
שיפוע הפונקציה בנקודה שבה  $x = 3$  הוא אפס.

א. מצא את A.

ב. הראה כי הפונקציה משיקה לציר ה-x.

ג. מעבירים את הישר  $y = 1$  החותך את הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם הישר.



49 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2x - 5)^8$ .

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$

בנקודה שבה  $x = 2$ .

ב. מצא את נקודת החיתוך של משיק זה עם הישר  $y = 17x$ .

ג. חשב את שטח המשולש שנוצר בין המשיק, הישר

וציר ה-y (ראה איור).

ד. חשב את זוויות המשולש הנ"ל (היעזר בשיפועי הישר והמשיק).

50 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a(x - b)^2$ ,  $a, b \neq 0$ .

ידוע כי ערך הנגזרת הוא אפס כאשר  $x = 1$ .

כמו כן הישר  $y = 6x - 9$  משיק לפונקציה בנקודה שבה:  $x = 2$ .

א. מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$ .

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לגרף הפונקציה  $f(x)$

ולגרף הפונקציה:  $g(x) = 7.5(x - 1)^3 + \frac{16}{225}$ .

### שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית:

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון לפי הכלל:  $f'(x) = 0$ ,

סיווג ומציאת תחומי עלייה וירידה:

51 מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

א.  $y = x^2 - 6x + 8$

ב.  $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 8$

ג.  $y = x(x + 3)^2$

ד.  $y = x^5 + 80x$

ה.  $y = \frac{x^5}{5} - \frac{26x^3}{3} + 25x$

**52** לפניך מספר פונקציות. רשום בעבור כל פונקציה את תחומי העלייה והירידה שלה:

א. $y = x^2 - 7x + 10$	ב. $y = x^3 - 12x$
ג. $y = x^2(x-1)$	ד. $y = 16 - x^2 + 2x^4$
ה. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$	ו. $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 15x}{3}$
ז. $y = (2x-5)^6$	ח. $y = (4-x)^7$

**53** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = x^4 - 3x^3 + 4x$ .

- א. הראה כי הנקודה שבה:  $x = 2$  היא נקודת קיצון.
- ב. כתוב את הנגזרת השנייה של הפונקציה.
- ג. קבע על פי הנגזרת השנייה את סוג הקיצון של נקודה זו.

**54** נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + 6x^2$ .

- א. הראה כי יש לפונקציה נקודת קיצון על ציר ה- $x$  וקבע את סוגה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וכתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

**55** ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מצא את הערך הגדול ביותר של הפונקציה:  $y = 27 - x^2$ .
- ב. מצא את הערך הקטן ביותר של הפונקציה:  $y = x^4 - 8x^2 + 10$ .

**56** נתונה הפונקציה:  $y = 4x^3 + x$ .

- א. הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.
- ב. הראה כי הפונקציה עולה תמיד.
- ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

**שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון מוחלטות כאשר נתונה פונקציה בקטע מסוים:**

**57** מצא את נקודות הקיצון המוחלטות בעבור כל פונקציה בתחום הנתון לידה:

א. $1 \leq x \leq 7, y = x^2 - 2x$	ב. $-4 \leq x \leq 4, y = 16 - x^2$
ג. $-2 \leq x \leq 4, y = x^3 - 3x^2 - 9x$	ד. $-1 \leq x \leq 5, y = -x^3 + 7.5x^2 - 12x$
ה. $-6 \leq x \leq 6, y = x^4 - 50x^2 + 3$	

**58** נתונה הפונקציה:  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 6$  בתחום הסגור:  $[0, 5]$ .

- א. מצא את נקודות קיצון הקצה בתחום הסגור הנ"ל.
- ב. מצא את נקודות הקיצון המקומיות בתחום הנ"ל.
- ג. קבע אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות.

**59** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 36x$  בתחום:  $[-8, 6]$ .

- א. מצא את שיעורי נקודות קיצון הקצה בתחום הנתון.
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון המקומיות.
- ג. מצא אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות בתחום הנתון.

### שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית:

**60** חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- i. תחום הגדרה.
- ii. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- iii. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א.  $y = x^2 - 8x + 12$       ב.  $y = x^3 - 12x$

ג.  $y = x(x+8)^2$       ד.  $y = x(x-12)(2x-9)$

ה.  $y = x^4 - 4x$       ו.  $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$

ז.  $y = (3x-1)^6$       ח.  $y = (6-x)^8$

**61** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 3$ .

הישר  $y = 5$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 2$ .

- א. מצא את הפרמטר  $a$ .
- ב. מצא את הנקודות המקיימות  $f'(x) = 0$ .
- ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.



**62** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + a$ . ידוע כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.

- א. מצא את הפרמטר  $a$ .
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

**63** נתונה הפונקציה:  $y = (x-2)(x+1)^2$ .

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

**64** נתונה הפונקציה:  $y = (x-3)(2-x)^2$ .

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**65** נתונה הפונקציה:  $y = 2x^2(x+a)^2$ ,  $a > -6$ .

ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון שבה  $x = 4$ .

- א. מצא את הפרמטר  $a$  וכתוב את הפונקציה.
- ב. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון? אם כן, מצא אותן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה וכתוב את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

**66** לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 4x^2 + kx$  מעבירים משיק  $y = 31x + 6$  החותך אותו

בנקודה שבה  $x = 6$ .

- א. מצא את  $k$ .
- ב. מצא את נקודת ההשקה של המשיק עם הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון?
- ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

- 67 נתונה הפונקציה:  $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$ .  
ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = 2$ .
- מצא את  $d$ .
  - האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
  - כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
  - מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
  - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 68 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3(3x - 5)^4$ .
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
  - כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
  - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
  - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

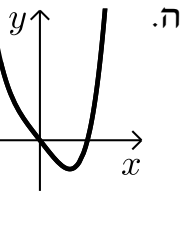
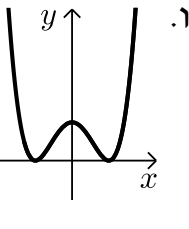
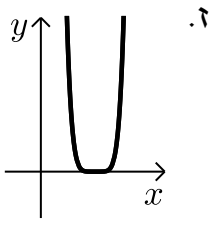
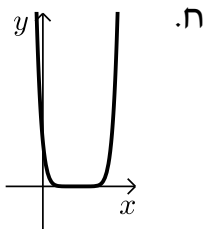
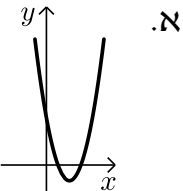
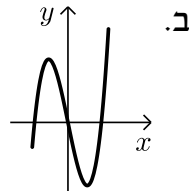
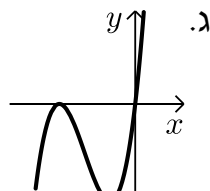
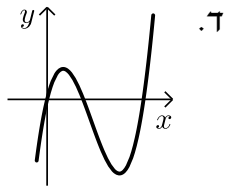
- $y' = 3x^2 - 8x + 4$  (3)       $y' = 2x - 2$  (2)       $y' = 2x$  (1)  
 $y' = 16x^3 + 12x^2 + 2x$  (6)       $y' = 4x^3 + 4x$  (5)       $y' = 9x^2 - 3$  (4)  
 $y' = 4x - 1$  (9)       $y' = 5x^6 - 4x^4 + \frac{1}{2}$  (8)       $y' = x + \frac{1}{3}$  (7)  
 $y' = \frac{3x^2 + 28x + 49}{2}$  (12)       $y' = 4x^3 + x^2 + 3$  (11)       $y' = \frac{3x^2 - 6x - 6}{5}$  (10)  
 $y' = 16(4x - 5)^3$  (15)       $y' = 24(3x + 2)^7$  (14)       $y' = 6(x - 1)^5$  (13)  
 -16 .ט      -931 .ג      212 .ב      3 .א (16)  
 -18 .ג      0 .ה  
 $(0, -12) \left( \frac{4}{3}, -5\frac{5}{27} \right)$  .ט       $(1, 16)(-1, -16)$  .ג       $(2, 0) \left( \frac{2}{3}, 1\frac{5}{27} \right)$  .ב       $(1, 8)$  .א (17)  
 $(-1, 0)$  .ב       $(1, 0)$  .א (18)  
 $m = \pm 12, 94.76^\circ, 85.24^\circ$  (19)  
 $y = 29x - 17$  .ט       $y = 25x$  .ג       $y = -x + 2$  .ב       $y = 2x - 14$  .א (20)  
 $y = 48x - 68$  .פ       $y = 4x - 24$  .ד       $y = \frac{6}{35}$  .ג       $y = -6x$  .ה  
 $y = -3x + 12$  (21)  
 $y = -3x + 6, y = 3x - 15$  (22)  
 $y = x + 1, y = 7x + 2.5$  .ב       $(-1, 0), (0.5, 6)$  .א (23)  
 $y = 0, y = 12x + 8, y = 12x - 8$  .ב       $(0, 0), (1, 4), (-1, -4)$  .א (24)  
 $(3, 10)$  .ב       $y = 5x - 5, y = 3x + 1$  .א (25)  
 $y = 3x + 3, y = -2x + 5, y = 6x - 15$  .ב       $(0, 3), (1, 3), (3, 3)$  .א (26)  
 $y = -x, y = -x - \frac{4}{27}$  .ב       $y = 9x - 1$  .א (27)  
 $y = 0, y = -9\frac{13}{27}$  .ג  
 $y = 4x - 4, y = 4x + 5\frac{13}{27}$  .ב       $y = 44x - 44$  .א (28)  
 $y = -2x + 10, y = -2x - 17$  .ב       $y = 2x - 9, y = 2x + 4.5$  .א (29)  
 -1 .ב       $a = 1$  (30)  
 $(1, 0)$  .א (31)  
 $a = 5, y = x^3 + 6x^2 + 5x$  (32)  
 $85.24^\circ$  .ג       $y = -12x + 120$  .ב      -1 .א (33)

- 34 (א)  $a=1$
- 35 (א)  $A=4$
- 36 (א)  $B=5$
- 37 (א)  $A=1, B=6$
- 38 (א)  $A=4, C=5$
- 39 (א)  $A=2, B=3$
- 40 (א)  $A=1, B=7$
- 41 (א)  $A=1, B=3$
- 42 (א)  $A=2, B=-7$
- 43 (א)  $y=-2x+16$
- 44 (א)  $(2,0), (6,0)$
- 45 (א)  $(3,-54), (-3,54)$
- 46 (א)  $A=-7.5$
- 47 (א)  $y=-2x+5$
- 48 (א)  $A=1$
- 49 (א)  $y=-16x+33$
- 50 (א)  $a=3, b=1$
- 51 (א)  $(3,-1)$
- 52 (א) עולה:  $x > 3.5$  יורד:  $x < 3.5$
- ב. עולה:  $x < -2, x > 2$  יורד:  $-2 < x < 2$
- ג. עולה:  $x < 0, x > \frac{2}{3}$  יורד:  $0 < x < \frac{2}{3}$
- ד. עולה:  $x > 0.5, -0.5 < x < 0$  יורד:  $0 < x < 0.5, x < -0.5$
- ה. עולה:  $x > 2, x < -1$  יורד:  $-1 < x < 2$
- ז. עולה:  $x > 2.5$  יורד:  $x < 2.5$
- 53 (ב)  $f''(x) = 12x^2 - 18x$  ג. מינימום.
- 54 (א)  $\min(0,0)$  ב.  $\max(-4,32)$  עולה:  $x < -4, x > 0$  יורד:  $-4 < x < 0$
- ג. חיובית:  $x > 0, -6 < x < 0$ , שלילית:  $x < -6$ .
- ב. כן:  $y=4$
- ג. כן:  $y=24x+14$
- ב.  $y=24x-14$
- ג.  $116.57^\circ$
- ב.  $y=-2x+32$
- ב.  $y=-4x+24, y=4x-8$
- ד. 16
- ג.  $y=\pm 54$
- ג. 648
- ב.  $y=0.5x$
- ג. 1.25
- ג.  $y=-2x+5, y=2x-7$
- ד.  $3.58^\circ, 3.37^\circ, 173.06^\circ$
- ג. 16.5
- ב.  $(1,17)$
- א.  $y = \frac{8}{5}x - \frac{136}{75} = 1.6x - 1.813$
- ג.  $(-3,0), (-1,-4)$
- ב.  $(3,-10), \left(-\frac{1}{3}, 8\frac{14}{27}\right)$
- ד. אין קיצון.
- ה.  $\left(5, -333\frac{1}{3}\right), \left(-5, 333\frac{1}{3}\right), \left(1, 16\frac{8}{15}\right), \left(-1, -16\frac{8}{15}\right)$

- 55 א. 27. ב. -6.
- 56 ג. חיובית:  $x > 0$ , שלילית:  $x < 0$ .
- 57 א.  $\min(1, -1)$  מוחלט.  $\max(7, 35)$  מוחלט.
- ב.  $\min(\pm 4, 0)$  מוחלט.  $\max(0, 16)$  מוחלט.
- ג.  $\min(3, -27)$  מוחלט.  $\max(-1, 5)$  מוחלט.
- ד.  $\min(1, -5.5)$  מוחלט.  $\max(-1, 20.5)$  מוחלט.
- ה.  $\min(\pm 5, -622)$  מוחלט.  $\max(0, 3)$  מוחלט.
- 58 א.  $\max(0, -6)$ ,  $\min(5, -26)$  ב.  $\max(3, -6)$ ,  $\min(1, -10)$
- ג.  $\min(5, -26)$  מוחלט,  $\max(0, -6)$ ,  $\max(3, -6)$  מוחלטים.
- 59 א.  $\max(6, 0)$ ,  $\min(-8, -224)$  ב.  $\max(3.464, -83.13)$ ,  $\min(-3.464, 83.13)$
- ג.  $\min(-8, -224)$ ,  $\max(-3.464, 83.13)$
- 60 תשובות עבור סעיפים i-iv:
- א. i. כל  $x$  ii.  $\min(4, -4)$  iii. עולה:  $x > 4$ , יורד:  $x < 4$
- iv.  $(0, 12)$ ,  $(6, 0)$ ,  $(2, 0)$
- ב. i. כל  $x$  ii.  $\max(-2, 16)$ ,  $\min(2, -16)$
- iii. עולה:  $x < -2$ ,  $x > 2$  יורד:  $-2 < x < 2$
- iv.  $(0, 0)$ ,  $(\pm 3.464, 0)$
- ג. i. כל  $x$  ii.  $\max(-8, 0)$ ,  $\min\left(-2\frac{2}{3}, -75\frac{23}{27}\right)$
- iii. עולה:  $x > -2\frac{2}{3}$ ,  $x < -8$ , יורד:  $-8 < x < -2\frac{2}{3}$
- iv.  $(0, 0)$ ,  $(-8, 0)$
- ד. i. כל  $x$  ii.  $\max(2, 100)$ ,  $\min(9, -243)$
- iii. עולה:  $x < 2$ ,  $x > 9$  יורד:  $2 < x < 9$
- iv.  $(0, 0)$ ,  $(12, 0)$ ,  $(4.5, 0)$
- ה. i. כל  $x$  ii.  $\min(1, -3)$  iii. עולה:  $x > 1$  יורד:  $x < 1$
- iv.  $(0, 0)$ ,  $(1.587, 0)$
- ו. i. כל  $x$  ii.  $\min(\pm 1, 0)$ ,  $\max(0, 0.25)$
- iii. עולה:  $-1 < x < 0$ ,  $x > 1$  יורד:  $0 < x < 1$ ,  $x < -1$
- iv.  $\min(\pm 1, 0)$ ,  $\max(0, 0.25)$
- ז. i. כל  $x$  ii.  $\min\left(\frac{1}{3}, 0\right)$  iii. עולה:  $x > \frac{1}{3}$  יורד:  $x < \frac{1}{3}$
- iv.  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ ,  $(0, 1)$
- ח. i. כל  $x$  ii.  $\min(6, 0)$  iii. עולה:  $x > 6$  יורד:  $x < 6$
- iv.  $(6, 0)$ ,  $(0, 6)$



סקיצות עבור שאלה 60:



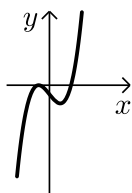
61 א.  $a = -3$  . ב.  $(1, 4)$  . ג. לא.

ד. עולה בכל תחום הגדרתה חוץ מ- $x = 1$ .

62 א.  $a = 0$  . ב.  $\min(0, 0)$ ,  $\max\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{256}\right)$ ,  $\min(-2, -4)$ .

ג. עולה:  $x > 0$ ,  $-2 < x < -\frac{1}{4}$ , יורדת:  $x < -2$ ,  $-\frac{1}{4} < x < 0$ .

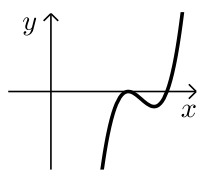
63 א.  $\max(-1, 0)$ ,  $\min(1, -4)$  . ב. עולה:  $x < -1$ ,  $x > 1$ , יורדת:  $-1 < x < 1$ .



ג.  $(-1, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, -2)$  . ד. להלן גרף:

ה. חיובית:  $x > 2$ , שלילית:  $-1 < x < 2$ ,  $x < -1$ .

64 א.  $\max(2, 0)$ ,  $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{4}{27}\right)$  . ב. עולה:  $x > 2\frac{2}{3}$ ,  $x < 2$ , יורדת:  $2 < x < 2\frac{2}{3}$ .

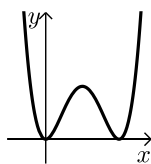


ג.  $(3, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, -12)$  . ד. להלן גרף:

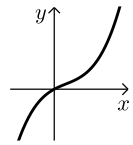
65 א.  $y = 2x^2(x - 4)^2$ ,  $a = -4$  . ב.  $(0, 0)$ ,  $(2, 32)$ ,  $(4, 0)$ .

ג. עולה:  $x > 4$ ,  $0 < x < 2$ , יורדת:  $x < 0$ ,  $2 < x < 4$ .

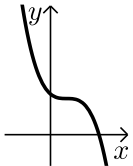
ד.  $(4, 0)$ ,  $(0, 0)$  . ה. חיובית:  $x \neq 0, 4$ . להלן גרף:




66 א.  $k = 20$  ב.  $(-1, -25)$  ג.  $(0, 0)$  ד. לא.  
 ה. עולה בכל תחום הגדרתה. ו. להלן גרף:



67 א.  $d = 8$  ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה.  
 ד.  $(0, 8)$  ה. להלן גרף:



68 א.  $\min\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$  ב. עולה בתחום:  $x > 1\frac{2}{3}$  יורדת בתחום:  $x < 1\frac{2}{3}$ .  
 ג.  $\left(1\frac{2}{3}, 0\right), (0, 1875)$  ד. להלן גרף:





## פונקציה זוגית ואי-זוגית:

### הגדרות:

- פונקציה  $f(x)$  תיקרא זוגית אם לכל  $x$  בתחום הגדרתה מתקיים:  $f(x) = f(-x)$ .
- פונקציה  $f(x)$  תיקרא אי-זוגית אם לכל  $x$  בתחום הגדרתה מתקיים:  $f(-x) = -f(x)$ .

### שאלות:

1) קבע אלו מהפונקציות הבאות הן זוגיות/אי-זוגיות לא זו ולא זו:

ב.  $f(x) = 3x^2$

א.  $f(x) = 3x - 5$

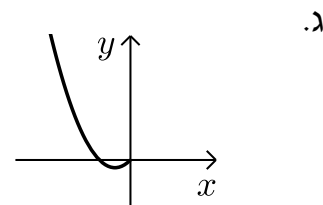
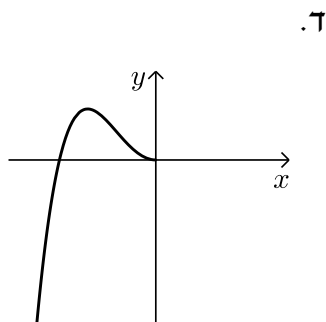
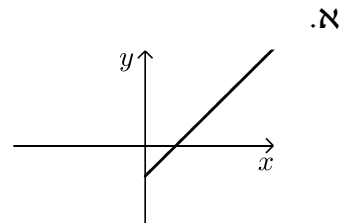
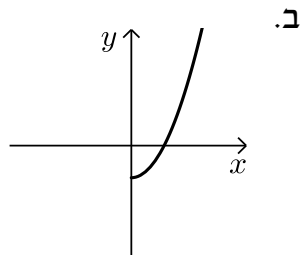
ד.  $f(x) = x^3 - 2x^2$

ג.  $f(x) = 2x^3$

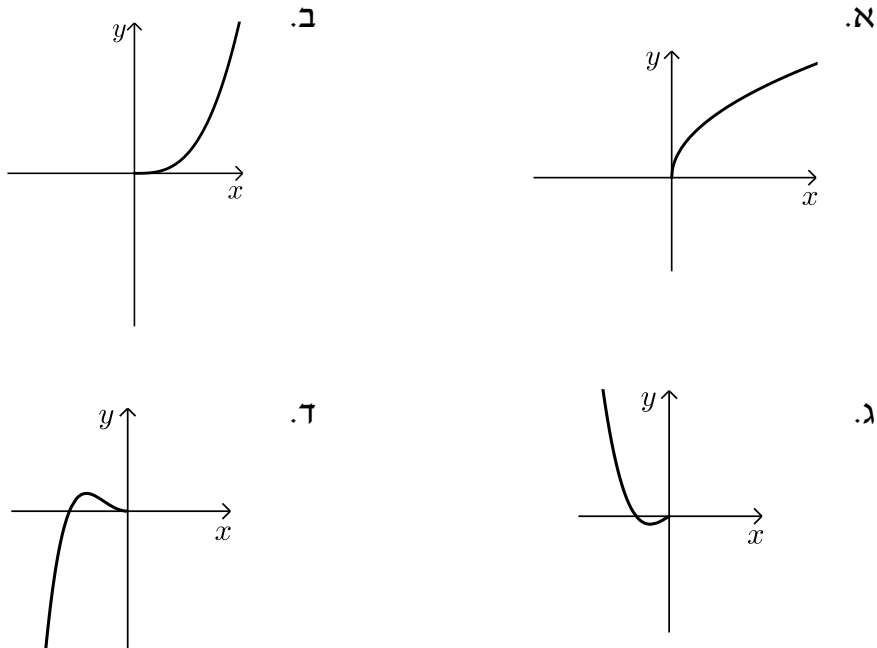
ו.  $f(x) = 4x^5 - 3x^3 - 1$

ה.  $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$

2) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל  $x$ . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה זוגית:



3 הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל  $x$ . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה אי-זוגית:



- 4 נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = x^4 - 4x^2$  בתחום:  $[0:3]$ .
- א. חקור את הפונקציה בתחום הנ"ל לפי הסעיפים הבאים:
- i. תחום הגדרה.
  - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
  - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
  - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
  - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את הפונקציה בתחום:  $[-3:3]$  (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום  $[-3:0]$  לגרף שסרטטת בסעיף הקודם).

5) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = x^6 - 3x^2 + 3$ .

- א. חקור את הפונקציה בתחום :  $[0:4]$  לפי הסעיפים הבאים :  
תחום הגדרה, מציאת חיתוך עם ציר ה- $y$ , מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה בתחום הנ"ל.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זו ולא זו?  
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה ששרטטת בסעיף א', את עקום הפונקציה בתחום  $[-4:0]$ .
- ד. הוכח כי הפונקציה חיובית לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

6) לפניך הפונקציה :  $f(x) = -2x^6 + 3x^4 + a$ , פרמטר  $a$ .

ידוע כי לפונקציה ערך מירבי של 1.

- א. מצא את  $a$  וכתוב את הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. חקור את הפונקציה בתחום :  $[-2:0]$  לפי הסעיפים הבאים :  
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ג. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זה ולא זה?  
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את גרף הפונקציה בתחום :  $[-2:2]$ .

7) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = 3x^3 - 9x$ .

- א. חקור את הפונקציה בתחום :  $[0:5]$  לפי הסעיפים הבאים :  
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ב. הוכח כי הפונקציה היא אי-זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את הפונקציה בתחום :  $[-5:5]$  (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום  $[-5:0]$  לגרף ששרטטת בסעיף הקודם).

- 8** לפניך הפונקציה הבאה:  $f(x) = 5x^3 - 3x^5 + b$ , פרמטר  $b$ . ידוע כי הישר  $y = 2x$  עובר דרך כל הנקודות על גרף הפונקציה שמקיימות:  $f'(x) = 0$ .
- א. מצא את  $b$  וכתוב את הפונקציה  $f(x)$ .
  - ב. חקור את הפונקציה בתחום:  $[0:2]$  לפי הסעיפים הבאים:
    - i. תחום הגדרה.
    - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
    - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
    - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
    - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
  - ג. בדוק האם הפונקציה היא זוגית/אי-זוגית או לא זו ולא זו. נמק את קביעתך באמצעות חישוב מתאים.
  - ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה של גרף הפונקציה את הגרף בתחום  $[-2:0]$ .

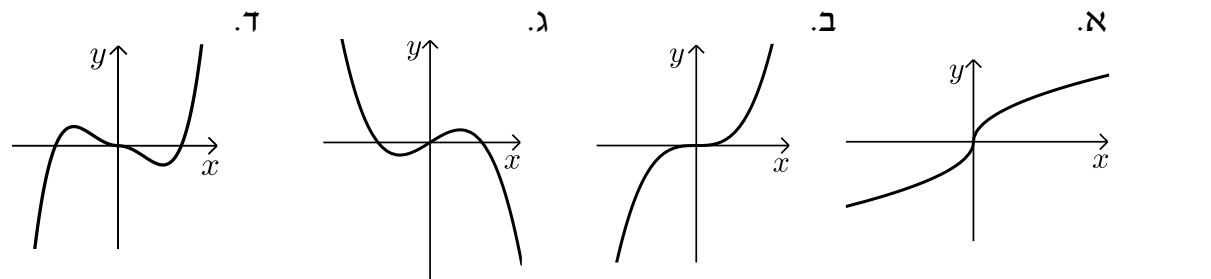
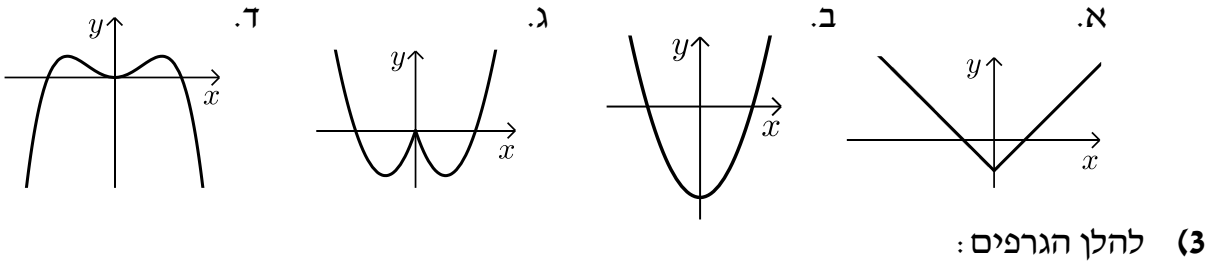
**9** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^7 - x}{3}$ .

- א. חקור את הפונקציה בתחום:  $[-4:0]$  לפי הסעיפים הבאים:
  - i. תחום הגדרה.
  - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
  - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן (בתשובתך השאר עד 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית).
  - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
  - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? או לא זו ולא זו? נמק ע"י חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שעשית את גרף הפונקציה בתחום  $[0:4]$ .

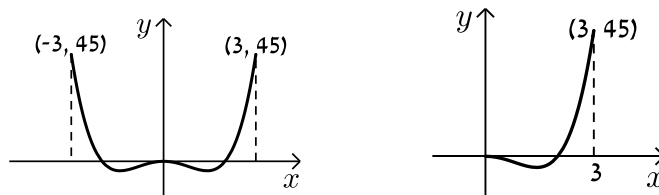
## תשובות סופיות:

הערה: בסוף התשובות מופיעים כל הסרטוטים לשאלות החקירה במרוכז.

- (1) זוגית: ב', ה'.  
 אי-זוגית: ג',  
 לא זו ולא זו: א', ד', ו'.  
 (2) להלן הגרפים:

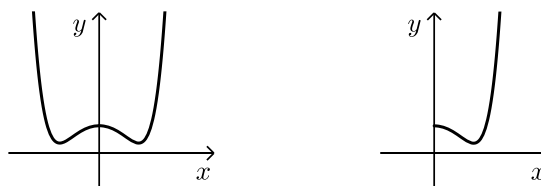


- (4) א.  $0 \leq x \leq 3$ . ii.  $(0,0), (2,0)$ . iii.  $\max(3,45)$  קצה,  $\min(\sqrt{2}, -4)$  קצה,  $\max(0,0)$  קצה.  
 iv. עולה:  $\sqrt{2} < x < 3$ , יורדת:  $0 < x < \sqrt{2}$ .  
 סרטוט עבור חלק v: סרטוט עבור סעיף ג:



- (5) א. תחום הגדרה:  $0 \leq x \leq 4$ , חיתוך עם ציר ה- $y$ :  $(0,3)$ ,  
 נקודות קיצון:  $\max(4,4051)$  קצה,  $\min(1,1)$  קצה,  $\max(0,3)$  קצה,  
 עולה:  $1 < x < 4$ , יורדת:  $0 < x < 1$ , ב. זוגית.  
 ד. הוכחה עפ"י הסרטוט.

סרטוט עבור סעיף א: סרטוט עבור סעיף ג:

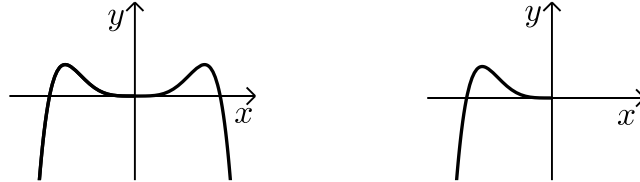


6 א.  $a = 0$  ב. תחום הגדרה:  $-2 \leq x \leq 0$ , חיתוך עם הצירים:  $(-1.225, 0), (0, 0)$ ,

נקודות קיצון:  $\min(-2, -80)$  קצה,  $\max(-1, 1)$  קצה,  $\min(0, 0)$  קצה,

עולה:  $-2 < x < -1$ , יורדת:  $-1 < x < 0$ . ג. זוגית.

**סרטוט עבור סעיף א:**      **סרטוט עבור סעיף ד:**

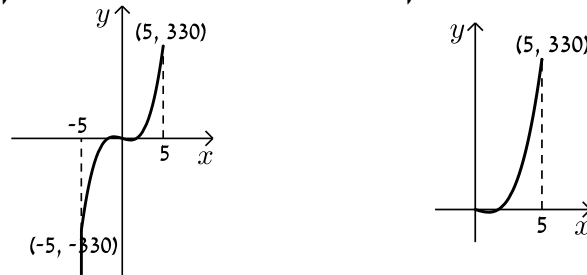


7 א. תחום הגדרה:  $0 \leq x \leq 5$ , חיתוך עם הצירים:  $(0, 0), (\sqrt{3}, 0)$ ,

נקודות קיצון:  $\max(5, 330)$  קצה,  $\min(1, -6)$  קצה,  $\max(0, 0)$  קצה,

עולה:  $1 < x < 5$ , יורדת:  $0 < x < 1$ . ב. אי-זוגית.

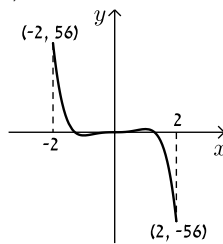
**סרטוט עבור סעיף א:**      **סרטוט עבור סעיף ג:**



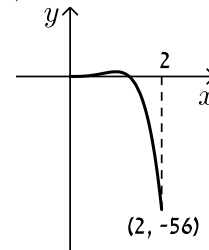
8 א.  $b = 0$  ב. i  $0 \leq x \leq 2$ , ii  $(0, 0), (1.29, 0)$ , iii  $\min(2, -56)$  קצה,  $\max(1, 2)$  קצה,

iv  $\min(0, 0)$  קצה. עולה:  $0 < x < 1$ , יורדת:  $1 < x < 2$ . ג. אי-זוגית.

**סרטוט עבור סעיף ד:**



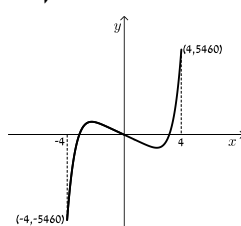
**סרטוט עבור חלק v:**



9 א. i  $-4 \leq x \leq 0$ , ii  $(-1, 0), (0, 0)$ , iii  $\min(0, 0)$  קצה,  $\max(-0.723, 0.207)$  קצה,

iv  $\min(-4, -5460)$  קצה. עולה:  $-4 < x < -0.723$ , יורדת:  $-0.723 < x < 0$ .

**סרטוט עבור סעיף ד:**



**סרטוט עבור חלק v:**      ג. אי-זוגית.

