

תוכן העניינים:

2	פרק 22
2	חשבון דיפרנציאלי – הקשר שבין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת
2	כללי:
2	חוקים כלליים עבור נגזרת ראשונה:
2	חוקים כלליים עבור נגזרת שנייה:
3	שאלות:
6	תשובות סופיות:

פרק 22

חשבון דיפרנציאלי – הקשר שבין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

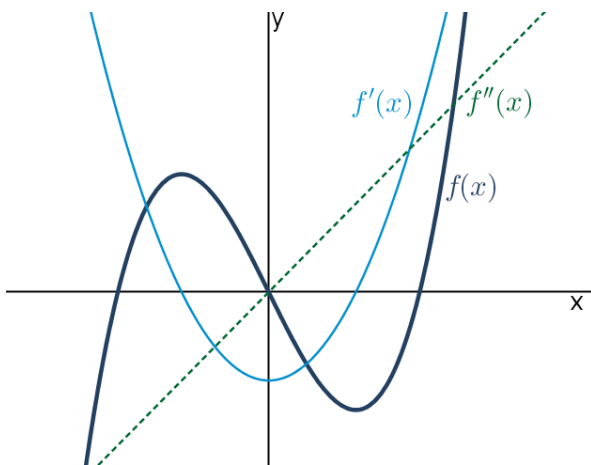
כללי:

חוקים כלליים עבור נגזרת ראשונה:

- כאשר $f(x)$ עולה, $f'(x)$ חיובית ולהיפך.
- כאשר $f(x)$ יורדת, $f'(x)$ שלילית ולהיפך.
- כאשר ל- $f(x)$ יש קיצון, $f'(x)$ מחליפה סימן (חותכת את ציר ה- x) ולהיפך.

חוקים כלליים עבור נגזרת שנייה:

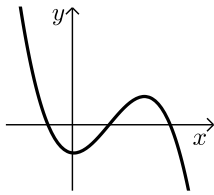
- כאשר $f'(x)$ עולה אז $f''(x)$ חיובית ו- $f(x)$ קעורה כלפי מעלה.
- כאשר $f'(x)$ יורדת אז $f''(x)$ שלילית ו- $f(x)$ קעורה כלפי מטה.
- כאשר ל- $f'(x)$ יש קיצון, אז $f''(x)$ מחליפה סימן (חותכת את ציר ה- x) ולהיפך.



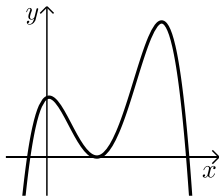
- דוגמא עבור הפונקציה: $f(x) = x^3 - 12x$.
- נגזרת הפונקציה היא: $f'(x) = 3x^2 - 12$.
- הנגזרת השנייה היא: $f''(x) = 6x$.

ניתן לראות את החוקים האמורים לעיל באיור הנ"ל:

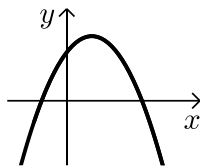
שאלות:



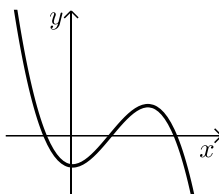
- (1) נתון גרף של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הנגזרת.
נמק את שיקוליך בסרטוט.



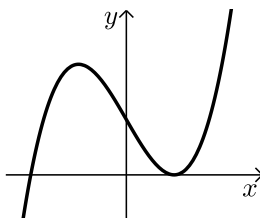
- (2) נתון גרף של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הנגזרת.
נמק את שיקוליך בסרטוט.



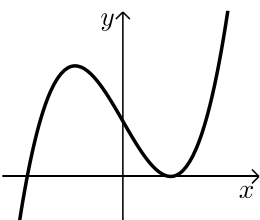
- (3) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה
אם ידוע שהיא עוברת בראשית הצירים.
נמק את שיקוליך בסרטוט.



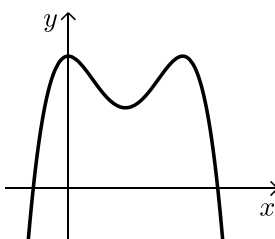
- (4) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה
אם ידוע שהיא עוברת בראשית הצירים.
נמק את שיקוליך בסרטוט.



- (5) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה
אם נתון: $f(0) = 0$.
נמק את שיקוליך בשרטוט.



- (6) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה
ואת גרף הנגזרת השנייה אם נתון: $f(0) = 0$.
נמק את שיקוליך בשרטוט.



- (7) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה
ואת גרף הנגזרת השנייה אם נתון: $f(0) = 0$.
נמק את שיקוליך בשרטוט.

8 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הנגזרת $f'(x)$.

9 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3x$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הנגזרת $f'(x)$.

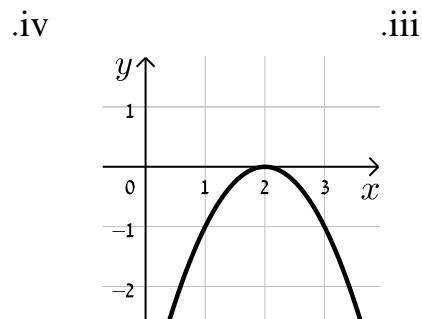
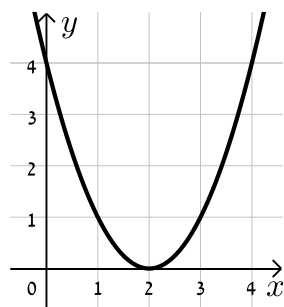
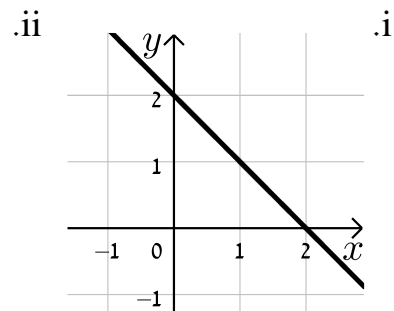
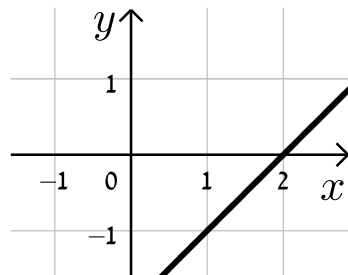
10 לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת.

הערך המקסימלי שלה מתקבל בנקודה שבה: $x = 2$.

א. מהו סימן הנגזרת עבור: $x < 2$?

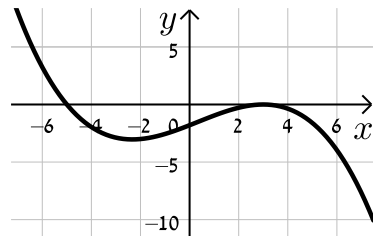
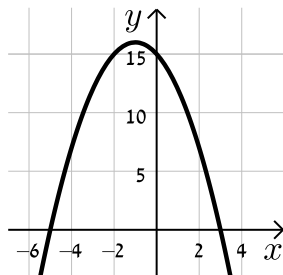
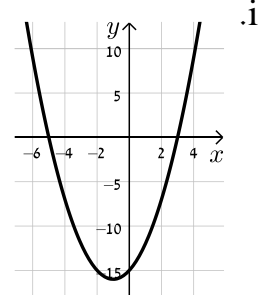
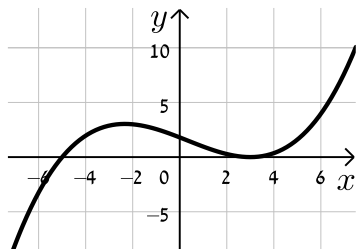
ב. מהו סימן הנגזרת עבור: $x > 2$?

ג. איזה מבין הגרפים הנ"ל יכול לתאר את גרף הנגזרת:



11 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 15x$.

- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ב. איזה מבין הגרפים הבאים מתאר סקיצה של הנגזרת $f'(x)$? נמק.



12 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 4x^3$.

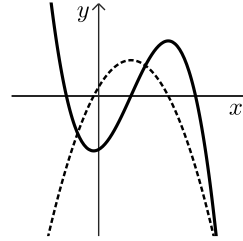
- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ב. סרטט באמצעות נתונים אלו את הגרף של נגזרת הפונקציה.

13 ענה על הסעיפים הבאים:

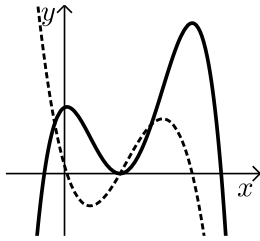
- א. סרטט את גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, של $f(x)$, אם ידוע כי ל- $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון: מקסימום כאשר $x = -1$ ומינימום כאשר $x = 3$.
 ב. נתונה הפונקציה $f(x)$ ולה 3 נקודות קיצון: מקסימום כאשר $x = 0, 5$ ומינימום כאשר $x = 2$. סרטט את גרף הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
 ג. סרטט את גרף הנגזרת, $f'(x)$, של $f(x)$, אם ידוע כי היא יורדת לכל x והנגזרת שלה מתאפסת בנקודה שבה: $x = 3$.

תשובות סופיות:

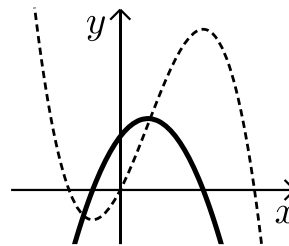
(1)



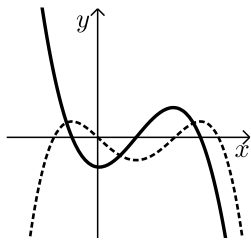
(2)



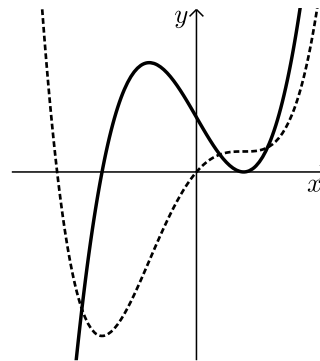
(3)



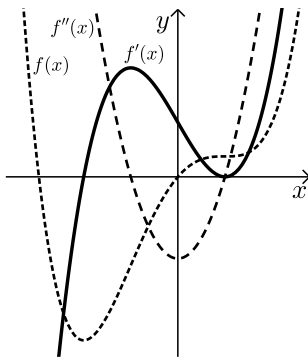
(4)



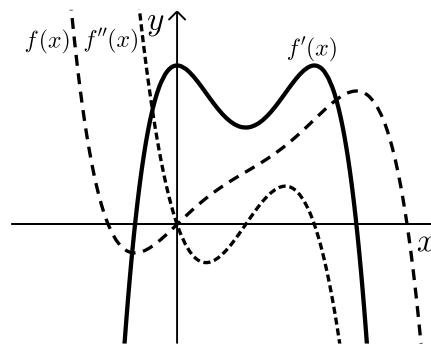
(5)



(6)

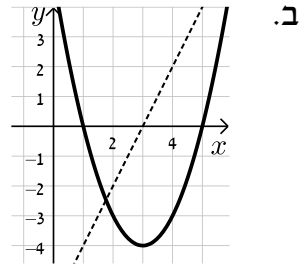


(7)



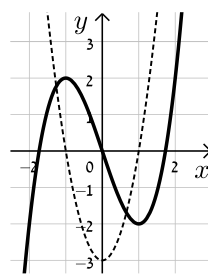
.ii $\min(3, -4)$

(8) א.i $(5,0), (1,0), (0,5)$



.ii $\min(1, -2), \max(-1, 2)$

(9) א.i $(0,0), (\sqrt{3},0), (-\sqrt{3},0)$



ג.1

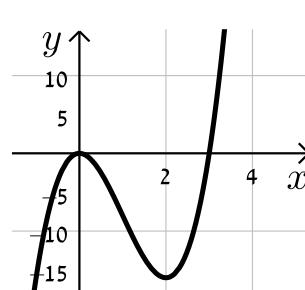
ב. $f'(x) < 0$

(10) א. $f'(x) > 0$

ב.1

(11) א. עולה: $x < -5, x > 3$, יורדת: $-5 < x < 3$

(12) א. עולה: $x > 3$, יורדת: $0 < x < 3, x < 0$



ג.

ב.

(13) א.

