

## תוכן העניינים:

2	אי שוויונים
2	אי-שוויונים ממעלה ראשונה :
3	אי-שוויונים ממעלה שנייה :
3	אי-שוויונים ממעלה שלישית :
4	אי-שוויונים עם מנה :
4	אי-שוויונים כפולים - מערכת וגם :
5	שאלות מסכמות – אי-שוויונים :
6	תשובות סופיות :
8	תחום הגדרה :
9	תשובות סופיות :
10	אי שוויונים עם ערך מוחלט :
10	שאלות :
11	תשובות סופיות :

## פרק 3

# אי שוויונים

### מה מותר?

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

### מה אסור?

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

## אי-שוויונים ממעלה ראשונה:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$6x > 2(3x-1) \quad (2)$$

$$45x - 26 > 109 \quad (1)$$

$$(x-2)^2 + 4 < (x+2)^2 + 20 \quad (4)$$

$$2(x-5) \geq \frac{1}{2}(4x+6) \quad (3)$$

$$4(6x-8) < 8(3x-4) \quad (6)$$

$$\frac{8x-4}{2} < \frac{9(x+1)}{3} \quad (5)$$

$$\frac{7-x}{10} - \frac{3x-1}{5} + \frac{x+4}{3} < 7 \quad (8)$$

$$\frac{x-6}{3} - \frac{x-4}{4} \geq 12-x \quad (7)$$

## אי-שוויונים ממעלה שנייה:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| $x^2 - 12x > -32$ (10)        | $x^2 < 144$ (9)                        |
| $(x+2)(x+4) < 35$ (12)        | $(x+2)(x+5) < 0$ (11)                  |
| $(x-3)(x-7) \geq 8x-56$ (14)  | $-x^2 + 13x + 30 < 0$ (13)             |
| $(5x+6)^2 \leq 4(x-3)^2$ (16) | $(x-5)^2 + x(x+2) < 89$ (15)           |
| $x^2 - 10x + 25 > 0$ (18)     | $-3x^2 + 12x > 0$ (17)                 |
| $2x^2 + 2x + 24 \geq 0$ (20)  | $(x-3)^2 > (x-1)(x+6) - x^2 - 3x$ (19) |

## אי-שוויונים ממעלה שלישית:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $x(x^2 + x + 1) > 0$ (22)           | $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ (21)          |
| $x^3 - 25x \geq 0$ (24)             | $(-2x^2 - 3x + 2)(x+1) \leq 0$ (23) |
| $(x^2 + 8x + 20)(3x-5) \leq 0$ (26) | $(x^2 + 3x + 5)(x-2) > 0$ (25)      |
| $x^3 - 6x^2 + 9x \leq 0$ (28)       | $(x^2 - x - 6)(x-1) < 0$ (27)       |
| $(x-2)(x-4)(x-1) < 0$ (30)          | $(x^2 + 6)(x+3) > 0$ (29)           |

## אי-שוויונים עם מנה:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$\frac{x-1}{3x+2} \geq -3 \quad (32)$$

$$\frac{x-1}{x^2-9} > 0 \quad (31)$$

$$\frac{x-3}{2x^2-10x+12} > 0 \quad (34)$$

$$\frac{1}{x^2-16} > 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{-3(x-1)} < 0 \quad (36)$$

$$\frac{2x-1}{x-5} \leq 0 \quad (35)$$

$$\frac{1}{x^2-5x+6} < 0 \quad (38)$$

$$\frac{x-1}{x+2} \leq 1 \quad (37)$$

$$\frac{1}{x^2-8x+12} \geq 0 \quad (40)$$

$$\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7} \geq 0 \quad (39)$$

## אי-שוויונים כפולים - מערכת וגם:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$0 < \frac{1}{x+4} < 2 \quad (42)$$

$$3 < x+1 < 5 \quad (41)$$

$$0 < \frac{8-3x}{5-2x} < 4 \quad (44)$$

$$-1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \quad (43)$$

$$6 < \frac{2x+10}{3} \leq \frac{7x-20}{5} \quad (46)$$

$$6x-38 \leq x-3 \leq 5x+7 \quad (45)$$

$$\frac{4x+5}{15} > \frac{3x-8}{5} + \frac{9-x}{3} > 11 \quad (48)$$

$$-1 \leq \frac{2x-6}{4} < \frac{x+2}{3} \quad (47)$$

## שאלות מסכמות – אי-שוויונים:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x(x+5) - 3x + 15 \leq 2x - 1 - x(4-x) \quad (50)$$

$$x \leq -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \leq 5 \cup 0 < x < 8\} \quad (49)$$

$$\frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0 \quad (52)$$

$$\frac{(x-3)(x+4)}{2-x} \leq 0 \quad (51)$$

$$x(x+3)(2x-5) < 0 \quad (54)$$

$$\frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \geq 0 \quad (53)$$

$$\frac{5-2x}{(x-8)^2} \leq 0 \quad (56)$$

$$\frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0 \quad (55)$$

$$\frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0 \quad (58)$$

$$\frac{x-3}{x^2+2} > 0 \quad (57)$$

$$\frac{x-7}{x^2+x+3} > 0 \quad (60)$$

$$\frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0 \quad (59)$$

$$\frac{2x^2}{x^2-6x+8} \geq \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-2} \quad (62)$$

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2} \quad (61)$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x} \quad (64)$$

$$6 < 5x - x^2 \cap x^2 > 3x + 10 \quad (63)$$

$$1 < \frac{x-1}{x-4} \leq 2 \quad (65)$$

(66) לאלו ערכי  $x$  נמצאת הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  מעל הפונקציה  $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$  ?

## תשובות סופיות:

- |                                   |  |                                 |
|-----------------------------------|--|---------------------------------|
| $x \neq 3$ (3)                    | $x$ כל (2)                                   | $x > 3$ (1)                     |
| $x \neq 6$ (6)                    | $x < 5$ (5)                                  | $x > -2$ (4)                    |
| $-12 < x < 12$ (9)                | $x > -13$ (8)                                | $x \geq 12$ (7)                 |
| $-9 < x < 3$ (12)                 | $-5 < x < -2$ (11)                           | $x < 4, x > 8$ (10)             |
| $-4 < x < 8$ (15)                 | $x \leq 7, x \geq 11$ (14)                   | $x < -2, x > 15$ (13)           |
| $x > 5, x < 5$ (18)               | $0 < x < 4$ (17)                             | $-4 \leq x \leq 0$ (16)         |
| $1 < x < 2, x > 3$ (21)           | $x$ כל (20)                                  | $x < 3, x > 5$ (19)             |
| $-5 \leq x \leq 0, x \geq 5$ (24) | $-2 \leq x \leq -1, x \geq \frac{1}{2}$ (23) | $x > 0$ (22)                    |
| $x < -2, 1 < x < 3$ (27)          | $x \leq 1\frac{2}{3}$ (26)                   | $x > 2$ (25)                    |
| $x < 1, 2 < x < 4$ (30)           | $x > -3$ (29)                                | $x \leq 0, x = 3$ (28)          |
| $x < -4, x > 4$ (33)              | $x < -\frac{2}{3}, x \geq -\frac{1}{2}$ (32) | $-3 < x < 1, x > 3$ (31)        |
| $x > 1$ (36)                      | $\frac{1}{2} \leq x < 5$ (35)                | $2 < x < 3, x > 3$ (34)         |
| $1 \leq x \leq 6$ (39)            | $2 < x < 3$ (38)                             | $x > -2$ (37)                   |
| $x > -3\frac{1}{2}$ (42)          | $2 < x < 4$ (41)                             | $x < 2, x > 6$ (40)             |
| $-2.5 \leq x \leq 7$ (45)         | $x < 2\frac{2}{5}, x > 2\frac{2}{3}$ (44)    | $x > 0$ (43)                    |
| $\emptyset$ (48)                  | $1 \leq x < 13$ (47)                         | $x \geq 10$ (46)                |
| $-4 \leq x < 2, x \geq 3$ (51)    | $x \leq -4$ (50)                             | $-2 < x \leq -\frac{3}{4}$ (49) |

$$-1 < x \leq 1.5, 4 < x \leq 12 \text{ (53)}$$

$$x < -1, 2 < x < 6, x > 6 \text{ (55)}$$

$$x > 3 \text{ (57)}$$

$$-1 < x < 0, 1 < x < 3, x > 3 \text{ (59)}$$

$$x < -2, 2 < x < 4 \text{ (61)}$$

$$x \neq 4 \text{ (63)}$$

$$x \geq 7 \text{ (65)}$$

$$x < -7, -\frac{1}{3} < x < 2, x > 5 \text{ (52)}$$

$$x < -3, 0 < x < 2.5 \text{ (54)}$$

$$2.5 \leq x < 8, x > 8 \text{ (56)}$$

$$x < -3, 0 < x < 1, x > 4 \text{ (58)}$$

$$x > 7 \text{ (60)}$$

$$x \leq 0, 1 \leq x < 2, x > 4 \text{ (62)}$$

$$x \neq 1 \text{ (64)}$$

$$-3 < x < -\frac{3}{5}, x > 3 \text{ (66)}$$

## תחום הגדרה:

1 מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א.  $f(x) = \sqrt{3x-4}$       ב.  $f(x) = \sqrt{x^2-5x-6}$

ג.  $f(x) = \sqrt{12x-x^2-x^3}$       ד.  $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-4}}$

ה.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}-x}$       ו.  $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-2x-1}}{2x-3}$

2 מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א.  $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+2}-3}$       ב.  $f(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x+6}}$

ג.  $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}}$       ד.  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1}$

3 תחום ההגדרה של הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{ax-x^2}-4$  הוא  $1 \leq x \leq 4$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .

4 תחום ההגדרה של הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}$  הוא  $x \leq -2, x > 2$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+6}-a}$ , ( $a$  פרמטר חיובי).

א. הבע באמצעות  $a$  את תחום הגדרתה.

ב. מגדירים פונקציה נוספת:  $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+5}}$ .

ידוע כי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות מכסה את כל ציר המספרים. מצא את תחום הערכים האפשרי של הפרמטר  $a$ .



## תשובות סופיות:

- (1) א.  $x \geq 1\frac{1}{3}$       ב.  $x \leq -1, x \geq 6$       ג.  $x \leq -4, 0 \leq x \leq 3$
- ד.  $-5 \leq x < -2, x > 2$       ה.  $-2 \leq x < 2, x > 2$       ו.  $x \leq -\frac{1}{3}, 1 \leq x < \frac{3}{2}, x > \frac{3}{2}$
- (2) א.  $x \geq 7$       ב.  $-6 \leq x \neq -2$       ג.  $x \leq -1\frac{1}{2}, x \geq 1$
- ד.  $x \leq -3, -2 \leq x \neq 1$
- (3)  $a = 5$
- (4)  $a = 2$
- (5) א.  $x \geq a^2 - 6$       ב.  $0 < a \leq 1$

## אי שוויונים עם ערך מוחלט:

כללים לפתרון אי שוויונים עם ערך מוחלט יחיד:

$ x  > a$	$ x  < a$	מקרה
$x < -a$ או $x > a$	$-a < x < a$	פתרון

כללים לפתרון אי שוויונים עם מספר ערכים מוחלטים:

- נמצא את הנקודות המאפסות כל ביטוי עם ערך מוחלט.
- מחלקים את אי השוויון לתחומים לפי נקודות האפס.
- פותרים את אי השוויון לכל תחום בנפרד.
- כותבים פתרון כללי (מערכת או) לכל התחומים יחדיו.

## שאלות:

(1) פתור את אי השוויונים הבאים:

א.  $|x+2| < 3$       ב.  $|2x+1| > 7$

ג.  $|6-2x| < x$       ד.  $|2x+1|-3x > 4$

(2) פתור את אי השוויונים הבאים:

א.  $1 < |4-3x| < 7$       ב.  $|2x+3| < 8 < |5-x|$

(3) פתור את אי השוויונים הבאים:

א.  $|x^2+6x-4| < 12$       ב.  $|x^2+x-10| > 3x-2$

ג.  $x^2-6|x|+5 \leq 0$

4) פתור את אי השוויונים הבאים:

א.  $|x-3|+|2x+2|>7$   
 ב.  $|x+8|<11-|1-3x|$   
 ג.  $|3-2x|-11>4-|6+x|$   
 ד.  $|2x-6|+|x+5|>14-|1-x|$   
 ה.  $|5+4x|-|3-x|+\left|4-\frac{1}{2}x\right|\leq 22$

## תשובות סופיות:

1) א.  $-5 < x < 1$     ב.  $3 < x$  או  $x < -4$     ג.  $2 < x < 6$     ד.  $x < -1$

2) א.  $1\frac{2}{3} < x < 3\frac{2}{3}$  או  $-1 < x < 1$     ב.  $-5\frac{1}{2} < x < -3$

3) א.  $-2 < x < 2$  או  $-8 < x < -4$     ב.  $4 < x$  או  $x < 2$   
 ג.  $1 \leq x \leq 5$  או  $-5 \leq x \leq -1$

4) א.  $2 < x$  או  $x < -2$     ב.  $-1 < x < 1$   
 ג.  $4 < x$  או  $x < -6$     ד.  $4 < x$  או  $x < -1$

ה.  $-7\frac{3}{7} \leq x \leq 4$