

תוכן העניינים:

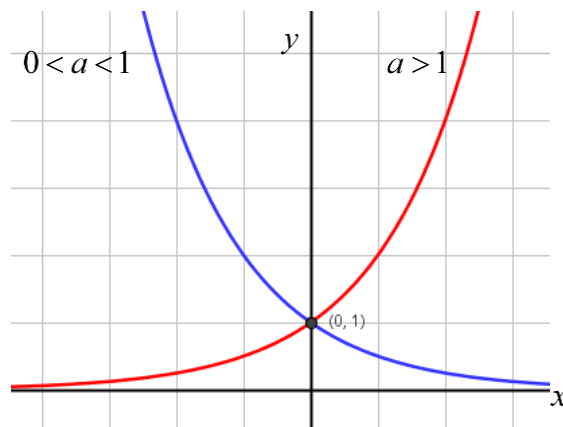
2	פרק 9
2	חקירת פונקציה מעריכית
2	הגדרות כלליות:
2	תכונות כלליות:
3	תכונות נוספות:
3	נגזרות של פונקציות מעריכיות:
4	תזכורת – כללי הגזירה:
5	שאלות לפי נושאים:
5	שאלות יסודיות – חישובי נגזרות:
5	שאלות העוסקות בשימושי הנגזרת:
6	שאלות שונות העוסקות בחקירה של פונקציות מעריכיות:
8	שאלות שונות מבחינות:
11	תשובות סופיות:
14	תירגול נוסף:
19	תשובות סופיות:
21	סקיצות לשאלות:

פרק 9

חקירת פונקציה מעריכית

הגדרות כלליות:

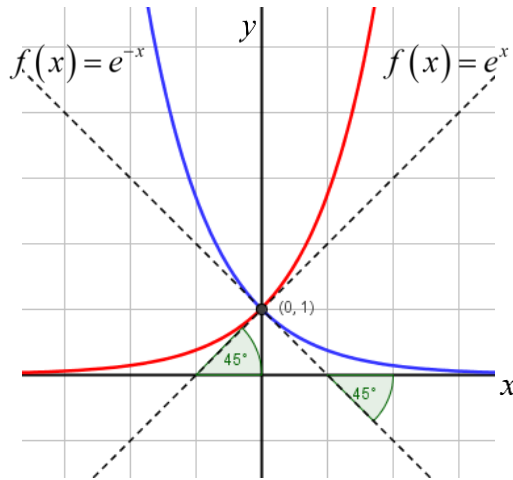
להלן תיאורים גרפיים של פונקציה מעריכית כללית מהצורה: $f(x) = a^x$
 עבור: $a > 1$ ו- $0 < a < 1$:



תכונות כלליות:

1. הפונקציות מוגדרות לכל x .
2. הפונקציות תמיד חיוביות.
3. הפונקציות תמיד חותכות את ציר ה- y בנקודה: $(0, 1)$.
4. עבור: $a > 1$ הפונקציה עולה בכל ת.ה. ועבור: $0 < a < 1$ הפונקציה יורדת בכל ת.ה.

עבור הפונקציות $f(x) = e^x$ ו- $f(x) = e^{-x}$ נקבל:



תכונות נוספות:

1. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = e^x$ בנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא 1.
2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = e^{-x}$ בנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא -1.

נגזרות של פונקציות מעריכיות:

הפונקציה	הנגזרת
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$
$y = a^{f(x)}$	$y' = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$

תזכורת – כללי הגזירה :

הנגזרת	תיאור	הפונקציה	מספר כלל
$y' = a \cdot f'(x)$	מכפלה בקבוע	$y = a \cdot f(x)$.1
$y' = f'(x) + g'(x)$	סכום פונקציות	$y = f(x) + g(x)$.2
$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	מכפלת פונקציות	$y = f(x) \cdot g(x)$.3
$y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$	מנת פונקציות	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$.4
$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	פונקציה מורכבת	$y = f(g(x))$.5

שאלות לפי נושאים:

שאלות יסודיות – חישובי נגזרות:

(1) גזור את הפונקציות הבאות (סכום פונקציות):

א. $f(x) = 3e^x + e^{2x} + e^{-x} + 2x + 1$ ב. $f(x) = e^{x^2-3x} + ex$

ג. $f(x) = 2^{3x}$ ד. $f(x) = 3^{x^2} + 4^{-x}$

(2) גזור את הפונקציות הבאות (מכפלת פונקציות):

א. $f(x) = x \cdot e^x$ ב. $f(x) = x^2 \cdot e^{4x}$ ג. $f(x) = (x+1) \cdot 2^x$

(3) גזור את הפונקציות הבאות (מנת פונקציות):

א. $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ ב. $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

(4) גזור את הפונקציות הבאות (פונקציה מורכבת):

א. $f(x) = 5(e^{2x} - 1)^3$ ב. $f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}$

שאלות העוסקות בשימושי הנגזרת:

(5) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^x$ בנקודה: $A(1, e)$.

(6) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^{2x} + xe^{-x}$ בנקודה שבה: $x = 0$.

(7) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = (e+1)e^x - e^{2x}$ בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר $y = e$.

(8) שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = a \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-b}$ בנקודה $(1, 15)$ הוא $21 \ln 3$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

שאלות שונות העוסקות בחקירה של פונקציות מעריכיות:

(9) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \frac{2x-1}{e^x}$ ב. $f(x) = \frac{3}{e^x-1}$ ג. $f(x) = \frac{x+1}{e^x-5}$

ד. $f(x) = \frac{1}{e^{2x}-3e^x+2}$ ה. $f(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^x}$ ו. $f(x) = \frac{\sqrt{e^x-1}}{5x-2}$

(10) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2e^x$.

(11) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$.

(12) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2+bx+9}{e^x}$.

הפונקציה משיקה לציר ה- x בנקודה שבה $x=1.5$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת נקודות הקיצון של הפונקציה.

(13) נתונה הפונקציה: $f(x) = 8^x + p \cdot 2^x + q$. לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(\log_2 3, -19)$. מצא את ערכי הפרמטרים p ו- q .

(14) נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)e^x$. חקור על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(15) נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x + 10$. חקור על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{e^{0.5x^2}}$. חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

17 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$. חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

18 נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \cdot 3^x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

שאלות שונות מבחינות:

19) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{3x}}{12x^2 + 1}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

20) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2 + 6x + k}}$ בנקודה שבה $x = 1$ הוא $-\frac{12}{e^{10}}$.

- מצא את ערך הפרמטר k וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- הוכח על סמך הסקיצה את אי-השוויון הבא: $0 < \frac{1}{e^{3x^2 + 6x + 1}} \leq e^2$.

21) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$. גוזרים את הפונקציה פעמיים

וידוע כי כאשר $x = \ln \frac{2}{3}$ הנגזרות מקיימות: $f'(x) + f''(x) = 8$.

- מצא את a .
- משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 16x + 7 - 16 \ln 2$.
- מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
- מצא את b .
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

22) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = 6x - e^x$ ו- $f(x) = ae^x - e^{2x} + b$. ידוע כי לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה אותו שיעור x וכי שתיהן נפגשות על ציר ה- y .

- מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
- הראה כי לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה משותפים.

(23) לגרף הפונקציה: $f(x) = ax^2 \cdot e^{-bx^2}$ יש נקודת קיצון: $\left(2, \frac{4}{e}\right)$, $a, b \neq 0$.

- א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. מעבירים ישר: $y = k$. באיזה תחום ערכים צריך להימצא k כדי שהישר יחתוך את גרף הפונקציה ב-4 נקודות שונות?

(24) לפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{e^{ax-1}}$ יש קיצון בנקודה שבה: $x = 1$.

- א. מצא את ערך הפרמטר a .
- ב. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(25) הישר $x = \sqrt{6}$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + m}$.

- א. מצא את ערך הפרמטר m וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

- א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. מצא את הנקודות המקיימות $f'(x) = 0$ וקבע כמה מהן הן נקודות קיצון.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. קבע כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -0.01$.

(27) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$. גוזרים את הפונקציה פעמיים

$$f'(x) + f''(x) = 12 \quad \text{הנגזרות מקיימות: } x = \ln \frac{2}{3}$$

- א. מצא את a .
 משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 22x + 28 - 22 \ln 2$.
 ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
 ג. מצא את b .
 ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ? אם כן מצא את הנקודות.

(28) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot a^x$, $(a > 0)$.

$$\text{לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: } x = -\frac{1}{\ln 2}$$

- א. מצא את a .
 ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 הנקודה שבה $x = 2$ היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה: $g(x) = x^2 \cdot 2^x - kx \cdot 2^x$.
 ג. מצא את k .
 ד. מצא נקודה נוספת שבה הגרפים נחתכים.

(29) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3^{2x} + 2 \cdot 3^{1-x}$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
 ב. הוכח כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x .
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

תשובות סופיות:

- (1) א. $3e^x + 2e^{2x} - e^{-x} + 2$ ב. $(2x-3)e^{x^2-3x} + e$
- ג. $3\ln 2 \cdot 2^{3x}$ ד. $2x \ln 3 \cdot 3^{x^2} - \ln 4 \cdot 4^{-x}$
- (2) א. $(1+x)e^x$ ב. $2xe^{4x}(1+2x)$ ג. $2^x(1+x \ln 2 + \ln 2)$
- (3) א. $\frac{x(2-x)}{e^x}$ ב. $\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$
- (4) א. $30e^{2x}(e^{2x}-1)^2$ ב. $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}}}$
- (5) $y = ex$
- (6) $y = 3x + 1$
- (7) $y = (-e^2 + e)x + e^2$, $y = (e-1)x + e$
- (8) $b = -1$, $a = 2$
- (9) א. כל x ב. $x \neq 0$ ג. $x \neq \ln 5$
- ד. $x \neq \ln 2$, $x \neq 0$ ה. כל x ו. $0 \leq x \neq \frac{2}{5}$
- (10) $\min(0,0)$, $\max\left(-2, \frac{4}{e^2}\right)$
- (11) $\min(3, e^3)$
- (12) $\min(1.5, 0)$, $\max(3.5, 0.483)$, $b = -12$, $a = 4$
- (13) $p = -27$, $q = 35$
- (14) א. כל x ב. $\min(2, -e^2)$ ג. תחומי עלייה: $x > 2$ ד. תחומי ירידה: $x < 2$
- ד. $(3, 0)$, $(0, -3)$
- (15) א. כל x ב. $\max(0, 3)$, $\min(\ln 3, 1.59)$
- ג. תחומי עלייה: $x > \ln 3$ או $x < 0$ ד. $(0, 3)$ ג. תחומי ירידה: $0 < x < \ln 3$
- (16) א. כל x ב. $\min\left(-1, -\frac{4}{e^{0.5}}\right)$, $\max\left(1, \frac{4}{e^{0.5}}\right)$
- ג. תחומי עלייה: $-1 < x < 1$ ד. $(0, 0)$ ג. תחומי ירידה: $x < -1$ או $x > 1$
- (17) א. כל x ב. $\max\left(3, \frac{27}{e^3}\right)$ ג. עולה: $x < 3$, יורדת: $x > 3$ ד. $(0, 0)$

18 א. כל x ב. $\min(-0.91, -0.67)$ ג. עולה: $x > -0.91$ יורדת: $x < -0.91$ ד. $(0, 0)$

19 א. כל x ב. $\max\left(\frac{1}{6}, \frac{3\sqrt{e}}{4}\right), \min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^{1.5}}{4}\right)$ ג. עולה: $x > \frac{1}{6}, x < \frac{1}{2}$ יורדת: $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$ ד. $(0, 1)$

20 א. $k=1, f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}$ ב. $(-1, e^2)$ ד. ניתן לראות עפ"י הגרף כי ערך הפונקציה $f(x)$ נמצא בתחום $0 < f(x) \leq e^2$

21 א. $a=4$ ב. $x = \ln 2$ ג. $b = -5$ ד. $(0, 0)$

22 א. $a=12, b=-12$ ב. עולות: $x < \ln 6$ יורדות: $x > \ln 6$

23 א. $a=1, b=0.25, f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2}$ ב. $\max\left(-2, \frac{4}{e}\right), \min(0, 0)$

ג. $(0, 0)$ ה. $0 < k < \frac{4}{e}$

24 א. $a = \frac{1}{3}$ ב. כן: $\left(11, \frac{48}{e^{\frac{2}{3}}}\right)$ ג. עולה: $1 < x < 11$ יורדת: $x < 1, x > 11$

ד. $(-1, 0), (7, 0), (0, -7e)$

25 א. $m=-6, f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2-6}$ ב. $\max\left(-2, -\frac{1}{2e^4}\right), \min\left(3, \frac{e^6}{3}\right)$ ג. $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

26 א. כל x ב. $x = 0, -1.5$ נקודת הקיצון היא: $\min(-1.5, -0.168)$

ג. עולה: $x > -1.5$, יורדת: $x < -1.5$ ד. $(0, 0)$ ו. 2 פתרונות.

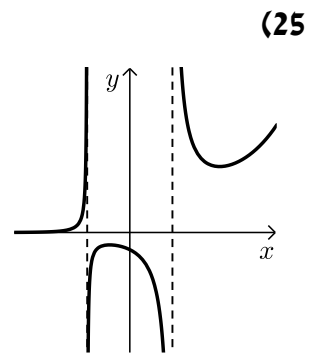
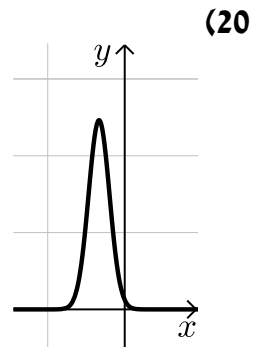
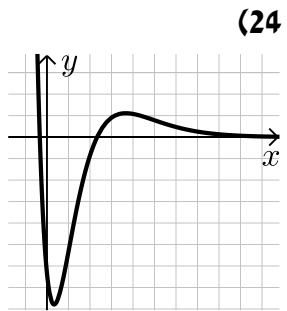
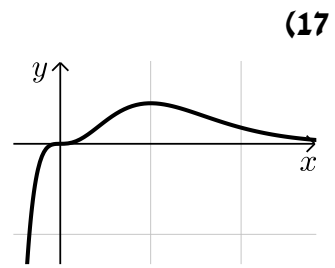
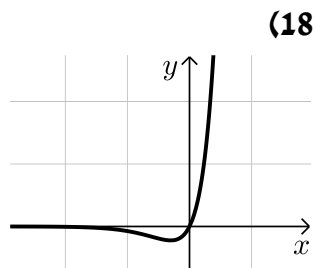
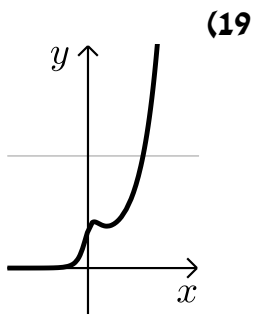
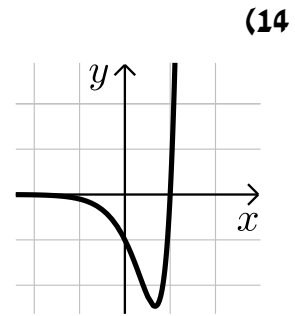
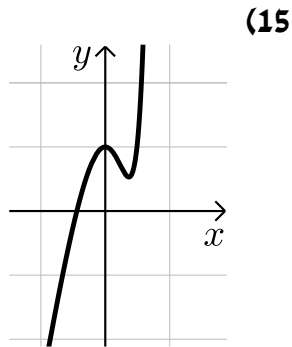
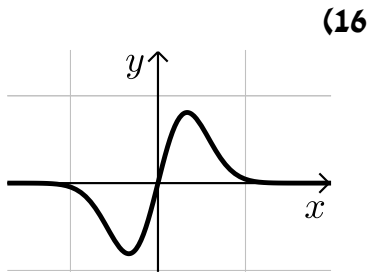
27 א. $a=7$ ב. $x = \ln 2$ ג. $b=10$ ד. לא.

28 א. $a=2$ ב. עולה: $x > -\frac{1}{\ln 2}$ יורדת: $x < -\frac{1}{\ln 2}$ ג. $k=1$

ד. $(0, 0)$

29 א. $y = -x \ln 81 + 7$ ג. $\min\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{243}\right)$

סקיצות לשאלות החקירה:



תירגול נוסף:

(1) חקור את הפונקציה $y = e^{4(x-1)}$ לפי הסעיפים הבאים:

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2) חקור את הפונקציה $y = xe^x$ לפי הסעיפים הבאים:

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(3) חקור את הפונקציה $y = (x+2)e^x$ לפי הסעיפים הבאים:

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) חקור את הפונקציה $y = (x^2 - 5x + 5)e^x$ לפי הסעיפים הבאים:

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

5) חקור את הפונקציה $y = \frac{e^x}{x+2}$ לפי הסעיפים הבאים :

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

6) חקור את הפונקציה $y = \frac{x^2}{e^{x+1}}$ לפי הסעיפים הבאים :

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7) חקור את הפונקציה $y = \frac{(x-4)^2}{e^x}$ לפי הסעיפים הבאים :

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8) חקור את הפונקציה $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ לפי הסעיפים הבאים :

- א. מצא תחום ההגדרה.
- ב. מצא נקודת קיצון.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
- ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
- ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 9** חקור את הפונקציה $y = x^2 e^{x^2}$ לפי הסעיפים הבאים:
- א. מצא תחום ההגדרה.
 - ב. מצא נקודת קיצון.
 - ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
 - ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
 - ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
 - ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 10** חקור את הפונקציה $y = \frac{x - e^x}{x}$ לפי הסעיפים הבאים:
- א. מצא תחום ההגדרה.
 - ב. מצא נקודת קיצון.
 - ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
 - ד. מצא את נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
 - ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
 - ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 11** חקור את הפונקציה $y = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ לפי הסעיפים הבאים:
- א. מצא תחום ההגדרה.
 - ב. מצא נקודת קיצון.
 - ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
 - ד. מצא חיתוכים עם הצירים.
 - ה. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
 - ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 12** חקור את הפונקציה $y = \frac{e^{-x}}{x^2 - 15}$ לפי הסעיפים הבאים:
- א. מצא תחום ההגדרה.
 - ב. מצא נקודת קיצון.
 - ג. מצא תחומי עלייה וירידה וקביעת סוג הקיצון.
 - ד. מצא אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
 - ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

13 נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{x^3 - 3x^2 - 9x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

14 נתונה הפונקציה: $f(x) = (3x^2 - 4)e^{6x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

15 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{x^2 - 24}}{x^2 - 24}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 לפונקציה: $y = \frac{ae^x}{x+b}$ יש נקודת קיצון: $(4, 5e^4)$.

- א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
- ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

17 נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = e^{2x} - 6e^x + 8$.

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

18 נתונה הפונקציה : $f(x) = 4^x + 4^{1-x}$.

- הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות A ו-B.
- א. הוכח כי אחת מהנקודות נמצאת על ציר ה- y .
 - ב. הוכח כי שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה שווה לממוצע של שיעורי ה- x של הנקודות A ו-B.
 - ג. כתוב את משוואת המשיק בנקודת הקיצון של הפונקציה.

19 נתונה הפונקציה : $f(x) = x^3 \cdot e^{kx}$.

- ידוע כי יש לגרף הפונקציה נקודת קיצון שבה $x = 1$.
- א. מצא את k וכתוב את הפונקציה.
 - ב. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
 - ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

- (1) א. כל x ב. אין קיצון ג. עולה בכל ת.ה. ד. $(0, e^{-4})$
- (2) א. כל x ב. $\min(-1, e^{-1})$ ג. עולה: $x > -1$ יורדת: $x < -1$ ד. $(0, 0)$
- (3) א. כל x ב. $\min(-3, -e^{-3})$ ג. עולה: $x > -3$ יורדת: $x < -3$ ד. $(0, 2)$, $(-2, 0)$
- (4) א. כל x ב. $\max(0, 5)$, $\min(3, -e^3)$ ג. עולה: $x < 0$, $x > 3$ יורדת: $0 < x < 3$ ד. $(0, 5)$, $(3.61, 0)$, $(1.38, 0)$
- (5) א. $x \neq -2$ ב. $\min(-1, e^{-1})$ ג. עולה: $x > -1$ יורדת: $x < -1$, $x \neq -2$ ד. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ה. $x = -2$
- (6) א. כל x ב. $\min(0, 0)$, $\max(2, 4e^{-3})$ ג. עולה: $0 < x < 2$ יורדת: $x < 0$, $x > 2$ ד. $(0, 0)$
- (7) א. כל x ב. $\min(4, 0)$, $\max(6, 4e^{-6})$ ג. עולה: $4 < x < 6$ יורדת: $x < 4$, $x > 6$ ד. $(0, 16)$, $(4, 0)$
- (8) א. $x \neq 0$ ב. אין קיצון ג. יורדת בכל ת.ה. ד. אין חיתוכים עם הצירים כלל. ה. $x = 0$, $x < 0: y = 0$, $x > 0: y = 1$
- (9) א. כל x ב. $\min(0, 0)$ ג. עולה: $x > 0$ יורדת: $x < 0$ ד. $(0, 0)$
- (10) א. $x \neq 0$ ב. $\max(1, 1 - e)$ ג. עולה: $x < 1$, $x \neq 0$ יורדת: $x > 1$ ד. אין חיתוכים ה. $x = 0$, $x < 0: y = 1$
- (11) א. כל x ב. $\max(0, 0.5)$ ג. עולה: $x < 0$ יורדת: $x > 0$ ד. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ה. $y = 0$
- (12) א. $x \neq \pm\sqrt{15}$ ב. $\min\left(-5, \frac{e^5}{10}\right)$, $\max\left(3, -\frac{1}{6e^3}\right)$ ג. עולה: $-5 < x < 3$, $x \neq -\sqrt{15}$ יורדת: $x < -5$, $x > 3$ ד. $\left(0, -\frac{1}{15}\right)$ ה. $x = \pm\sqrt{15}$
- (13) א. כל x ב. $\min(3, e^{-27})$, $\max(-1, e^5)$ ג. עולה: $x < -1$, $x > 3$ יורדת: $-1 < x < 3$ ד. $(0, 1)$

(14) א. כל x ב. $\min(1, -e^6), \max\left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3e^8}\right)$

ג. עולה: $x > 1, x < -\frac{4}{3}$ יורדת: $-\frac{4}{3} < x < 1$ ד. $(-\frac{2}{\sqrt{3}}, 0), (\frac{2}{\sqrt{3}}, 0), (0, -4)$

(15) א. $x \neq \pm\sqrt{24}$ ב. $\max\left(0, -\frac{1}{24e^{24}}\right), \min(-5, e), \min(5, e)$

ג. עולה: $x > 5, -5 < x < 0, x \neq -\sqrt{24}$ יורדת: $x < -5, 0 < x < 5, x \neq \sqrt{24}$

ד. $\left(0, -\frac{1}{24e^{24}}\right)$ ה. $x = \pm\sqrt{24}$

(16) א. $a = 5, b = -3$ ב. $x \neq 3$ ג. עולה: $x > 4$ יורדת: $x < 4, x \neq 3$ ד. $\left(0, -\frac{5}{3}\right)$

(17) א. $\min(\ln 3, -1)$ ב. עולה: $x > \ln 3$ יורדת: $x < \ln 3$ ג. $(\ln 2, 0), (\ln 4, 0), (0, 3)$

(18) ג. $y = 4$

(19) א. $f(x) = x^3 e^{-3x}, k = -3$ ב. לא ג. עולה: $x < 1$ יורדת: $x > 1$

סקיצות לשאלות:

