

תוכן העניינים:

2	פרק 23
2	חשבון אינטגרלי
2	האינטגרל הכללי :
2	הגדרה וחוקים יסודיים :
2	שאלות יסודיות – חישובי אינטגרלים :
3	שאלות יסודיות – מציאת פונקציה קדומה :
5	תשובות סופיות :
6	האינטגרל המסוים וחישובי שטחים :
6	חישוב שטחים באמצעות האינטגרל (מקרים פרטיים) :
7	שאלות – האינטגרל המסוים :
8	תשובות סופיות :
9	שאלות בחישובי שטחים – פונקציה פולינומית :
9	שאלות יסודיות :
17	שאלות עם פרמטר :
18	שאלות בחישובי שטחים – פונקציה רציונאלית :
18	שאלות בחישובי שטחים – פונקצית שורש :
19	שאלות בחישובי שטחים בין גרף הנגזרת והצירים :
23	תשובות סופיות :
26	תרגול נוסף - חשבון אינטגרלי :
26	תרגילים העוסקים בפונקציה פולינומית :
38	תשובות סופיות :
41	תרגילים העוסקים בפונקציה רציונאלית :
46	תשובות סופיות :
47	תרגילים העוסקים בפונקציה אי-רציונאלית :
53	תשובות סופיות :

פרק 23

חשבון אינטגרלי

האינטגרל הכללי:

הגדרה וחוקים יסודיים:

- כלל האינטגרציה של פונקציה פולינומית: $(n \neq -1)$, $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- עבור מקדם קבוע a נקבל: $(n \neq -1)$, $\int Ax^n dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

שאלות יסודיות – חישובי אינטגרלים:

(1) מצא את האינטגרלים הבאים:

א. $\int x^3 dx$ ב. $\int 12x^5 dx$

ג. $\int x^4 dx$ ד. $\int 2x^3 dx$

ה. $\int \frac{2}{3} x^5 dx$ ו. $\int 7 dx$

ז. $\int \left(\frac{5}{6} x^4 + 16x^3 - \frac{x^2}{2} + 4x - \frac{1}{3} \right) dx$ ח. $\int \left(\frac{4x^3}{5} - ax^2 - \frac{2ax}{b} + b \right) dx$

(2) מצא את האינטגרלים הבאים:

$\int \frac{1}{x^3} dx$.ב.	$\int x^{-3} dx$.א.
$\int \frac{2x^3 + x - 2}{x^3} dx$.ד.	$\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{a}{x^3} + \frac{x}{a} \right) dx$.ג.

(3) מצא את האינטגרלים הבאים:

$\int \sqrt{x} dx$.ב.	$\int x^{\frac{1}{2}} dx$.א.
$\int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{x} \right) dx$.ד.	$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.ג.

(4) מצא את האינטגרלים הבאים:

$\int \frac{18}{(6x+5)^2} dx$.ג.	$\int 3(2-7x)^4 dx$.ב.	$\int (5x-1)^3 dx$.א.
	$\int \sqrt{ax+b} dx$.ה.	$\int \frac{1}{\sqrt{6x-3}} dx$.ד.

שאלות יסודיות – מציאת פונקציה קדומה:

(5) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 3x^2 - 7$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(2, -1)$.

(6) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2x - 6$.

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5. מצא את הפונקציה.

(7) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = x^2 - 8x + 2$. נתון: $f(-2) = 1$.
 א. מצא את $f(x)$.

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.

(8) נתונה הנגזרת של פונקציה $f(x)$: $f'(x) = 9x^2 - 4$.

ערך הפונקציה בנקודה $x = 1$ הוא 3.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 1$.

ב. מצא את $f(x)$.

ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

(9) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 3$.

לפונקציה משיק ששיפועו הוא -3.

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

ב. מצא את $f(x)$ אם ידוע כי ערך הפונקציה באותה הנקודה הוא 7.

(10) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -6x - 5$.

המשיק לפונקציה בנקודה A יוצר זווית של 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

א. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.

ב. מצא את $f(x)$ אם ידוע כי ערך הפונקציה באותה הנקודה הוא -6.

ג. מצא את משוואת המשיק.

(11) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 3x - 4$.

הישר $y = 2x + 5$ משיק לגרף הפונקציה. מצא את $f(x)$.

(12) נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = 8x - 6$.

א. מצא את $f'(x)$ אם ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x = 2$.

ב. מצא את $f(x)$ אם ידוע כי ערך הפונקציה בנקודת הקיצון הוא $\frac{2}{3}$.

(13) נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = 2x - 3$.

א. שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ הוא 4. מצא את $f'(x)$.

ב. ערך הפונקציה בנקודת ההשקה הוא 5. מצא את $f(x)$.

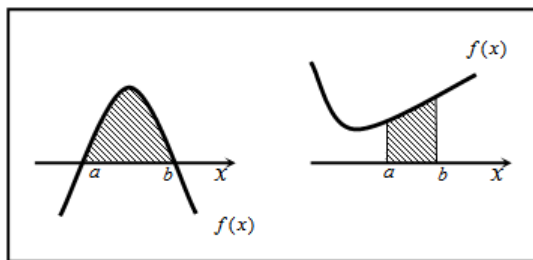
תשובות סופיות:

- $\frac{x^4}{2} + c$.ט $\frac{x^5}{5} + c$.ג $2x^6 + c$.ב $\frac{x^4}{4} + c$.א (1)
 $\frac{x^5}{6} + 4x^4 - \frac{x^3}{6} + 2x^2 - \frac{1}{3}x + c$.ט $7x + c$.ג $\frac{x^6}{9} + c$.ה
 $\frac{x^4}{5} - \frac{ax^3}{3} - \frac{ax^2}{b} + bx + c$.ח
 $-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} + \frac{a}{2x^2} + \frac{x^2}{2a} + c$.ג $-\frac{1}{2x^2} + c$.ב $-\frac{x^{-2}}{2} + c$.א (2)
 $2x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$.ט
 $8\sqrt{x} + 2\sqrt{x^3} + c$.ט $2\sqrt{x} + c$.ג $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$.ב $\frac{x^{1.5}}{1.5} + c$.א (3)
 $-\frac{3}{6x+5} + c$.ג $-\frac{3(2-7x)^5}{35} + c$.ב $\frac{(5x-1)^4}{20} + c$.א (4)
 $\frac{2\sqrt{(ax+b)^3}}{3a} + c$.ה $\frac{\sqrt{6x-3}}{3} + c$.ט
 $f(x) = x^3 - 7x + 5$ (5)
 $f(x) = x^2 - 6x + 14$ (6)
 $y = -5x + 27$.ב $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 2x + 23\frac{2}{3}$.א (7)
 $(0, -2), (0.4, 0)$.ג $f(x) = 3x^3 - 4x + 4$.ב $y = 5x - 2$.א (8)
 $f(x) = x^2 - 3x + 7$.ב $x = 0$.א (9)
 $y = x - 5$.ג $f(x) = -3x^2 - 5x - 8$.ב $x = -1$.א (10)
 $f(x) = 1.5x^2 - 4x + 11$ (11)
 $f(x) = \frac{4x^3}{3} - 3x^2 - 4x + 10$.ב $f'(x) = 4x^2 - 6x - 4$.א (12)
 $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 6x + \frac{1}{6}$.ב $f'(x) = x^2 - 3x + 6$.א (13)

האינטגרל המסוים וחישובי שטחים:

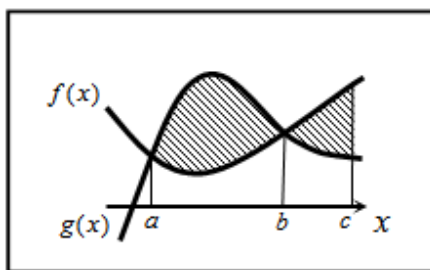
חישוב שטחים באמצעות האינטגרל (מקרים פרטיים):

- שטח הכלוא בין גרף פונקציה וציר ה- x :



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

- שטח הכלוא בין שני גרפים כך שגרף אחד כולו מעל השני:

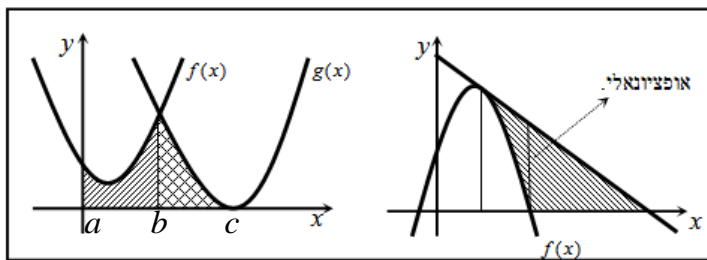


$$S_1 = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

$$S_2 = \int_b^c (f(x) - g(x)) dx$$

$$S = S_1 + S_2$$

- שטח הכלוא בין שני גרפים וציר ה- x :



$$S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c g(x) dx$$

שאלות – האינטגרל המסוים:

1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\int_2^5 (x^2 + 5x) dx$	ב. $\int_{-4}^{-1} x^2 (x-3) dx$
ג. $\int_{-3}^3 (x^3 + 4x) dx$	ד. $\int_{-1}^1 3(2x-1)^5 dx$
ה. $\int_1^2 \frac{2}{(x-3)^2} dx$	ו. $\int_1^4 \frac{x-1}{x^3} dx$
ז. $\int_1^2 \sqrt{3x-1} dx$	ח. $\int_{-5}^0 \frac{3}{\sqrt{4-x}} dx$

2) לפניך האינטגרל הבא: $\int_1^a (4x-7) dx$.

מצא עבורו אלו ערכים של a ערך האינטגרל יהיה שווה ל-1.

3) לפניך האינטגרל הבא: $\int_a^2 (x-3x^2) dx$.

א. כתוב ביטוי לערך האינטגרל כתלות ב- a .

ב. מצא עבורו אלו ערכים של a ערך האינטגרל יהיה שווה ל- $\frac{a-12}{2}$.

4) לפניך האינטגרל הבא: $\int_a^{a+4} \left(\frac{1}{\sqrt{x-a}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx$

א. כתוב את ערך האינטגרל כתלות ב- a .

ב. מצא את ערכו של a עבורו ערך האינטגרל יהיה שווה ל-2.

תשובות סופיות:

(1) א. 91.5 ב. -126.75 ג. 0 ד. -182 ה. 1

ו. $\frac{9}{32}$ ז. 1.856 ח. 6

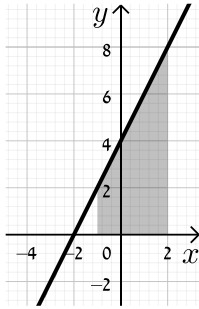
(2) $a = 2, 1.5$

(3) א. $a^3 - \frac{1}{2}a^2 - 6$ ב. $a = 0, 1, -\frac{1}{2}$

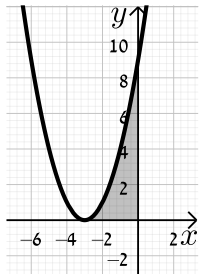
(4) א. $4 + 2(\sqrt{a+1} - \sqrt{a+5})$ ב. $a = 1\frac{1}{4}$

שאלות בחישובי שטחים – פונקציה פולינומית:

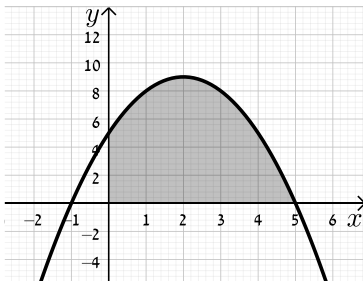
שאלות יסודיות:



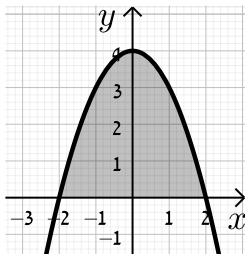
- (1) בסרטון זה מוסבר כיצד להשתמש באינטגרל המסוים כדי לחשב שטחים.
נתונה הפונקציה: $y = 2x + 4$.
חשב את השטח המוגבל שמתחת הישר, ציר ה- x והישרים $x = -1$ ו- $x = 2$.



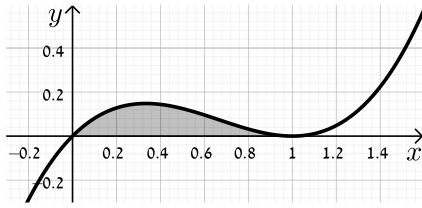
- (2) נתונה הפונקציה: $y = (x + 3)^2$.
א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לצירים.



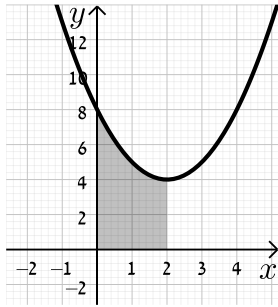
- (3) נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4x + 5$.
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ב. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x וציר ה- y .



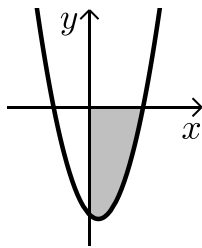
- (4) נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4$.
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לציר ה- x .



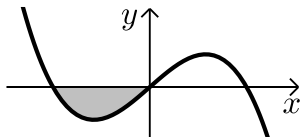
- (5) מצא את השטח המוגבל תחת הפונקציה: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ וציר ה- x כמתואר באיור:



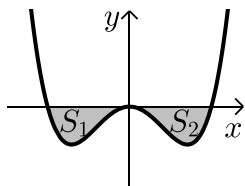
- (6) נתונה הפונקציה: $y = x^2 - 4x + 8$. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הצירים וקדקוד הפרבולה.



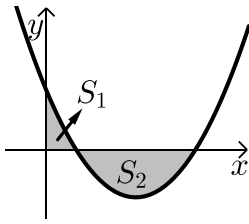
- (7) בסרטון זה מוסבר כיצד לחשב שטח שמתחת לציר ה- x . נתונה הפונקציה: $y = x^2 - x - 6$. חשב את השטח המוגבל שמתחת לפונקציה ולצירים שברביע הרביעי.



- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = x(4 - x^2)$. חשב את השטח המוגבל שמתחת הפונקציה וציר ה- x שברביע השלישי.



- (9) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2$. חשב את השטח המוגבל שבין הפונקציה לציר ה- x .



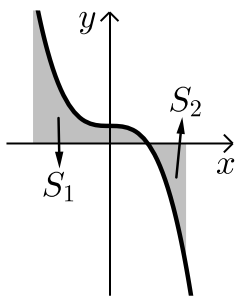
10 ענה על הסעיפים הבאים :

א. חשב את האינטגרל המסוים של

הפונקציה: $y = x^2 - 6x + 5$ בין 0 ל-5.

ב. האם התוצאה מייצגת את סכום השטחים $S_1 + S_2$? אם כן, הסבר. אם לא, נמק וחשב את סכום זה.

11 ענה על השאלות הבאות :

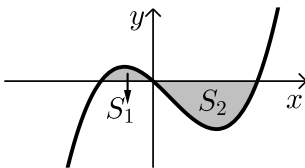


א. חשב את ערך האינטגרל הבא: $\int_{-2}^2 (-x^3 + 1) dx$.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^3 + 1$.

מעבירים ישרים: $x = 2$ ו- $x = -2$ כך שנוצרים השטחים S_1 ו- S_2 כמתואר באיור.

חשב את סכום השטחים $S_1 + S_2$ והסבר מדוע תוצאת החישוב שונה מסעיף א'.



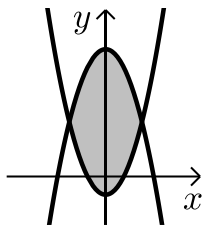
12 נתונה הפונקציה: $y = x^3 - x^2 - 2x$.

יוצרים את השטחים S_1 ו- S_2 בין גרף

הפונקציה וציר ה- x כמתואר באיור.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

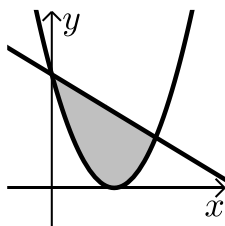
ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x .



13 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 7 - x^2$

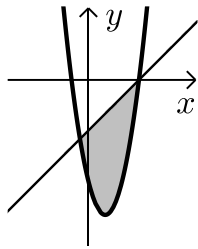
חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים

של הפונקציות הנ"ל.

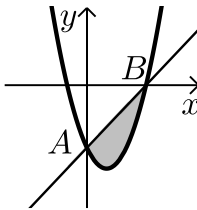


14 נתונות הפונקציות: $y = -x + 9$; $y = (x - 3)^2$

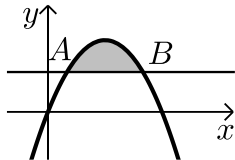
חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות.



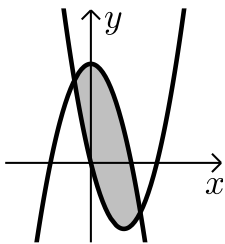
15 נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = x^2 - 4x - 12$; $g(x) = x - 6$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות הנ"ל.



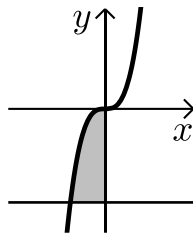
16 נתונה הפונקציה: $y = 3x^2 - 6x - 9$.
א. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה עם הצירים (נסמן ב-A ו-B).
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לישר AB.



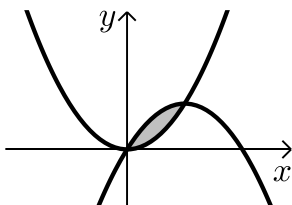
17 נתונה הפרבולה: $y = -x^2 + 6x$ והישר $y = 5$.
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה לישר.



18 חשב את השטח המוגבל בין גרפים של הפונקציות: $y = x^2 - 4x$; $y = -x^2 + 6$.

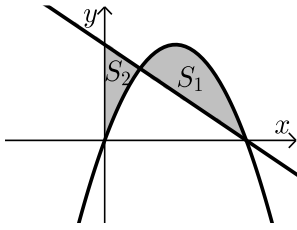


19 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3$.
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר $y = -8$ וציר ה-y כמתואר באיור.



20 מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה: $y = x^2$ לבין גרף הפונקציה: $y = 2x - x^2$.

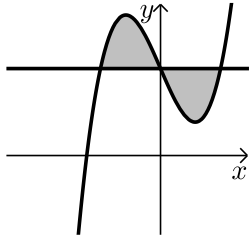
21 נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = -x^2 + 4x$; $g(x) = -x + 4$.



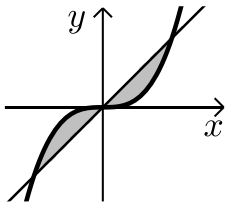
מסמנים את השטח הכלוא בין שני הגרפים ב- S_1 ואת השטח הכלוא בין הגרפים וציר ה- y ב- S_2 כמתואר באיור.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות.

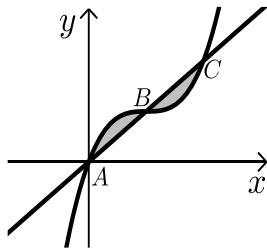
ב. חשב את היחס שבין השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.



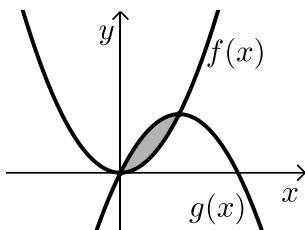
22 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x + 5$ והישר $y = 5$.
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
ב. חשב את השטח המוגבל ביניהן.



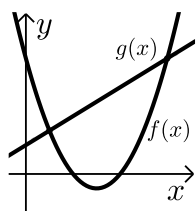
23 נתונות הפונקציות: $y = x^3$; $y = x$.
חשב את השטח המוגבל ביניהן.



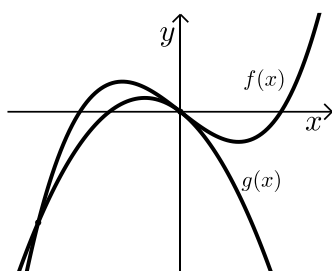
24 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.
הישר AC חותך את גרף הפונקציה
בנקודות הבאות: $A(0,0)$, $B(1,1)$, $C(2,2)$.
חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לישר AC.



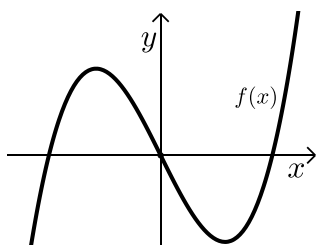
25 הפונקציות: $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = -x^2 + 2x$.
נחתכות ב-2 נקודות.
א. מצא את נקודות החיתוך.
ב. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות.



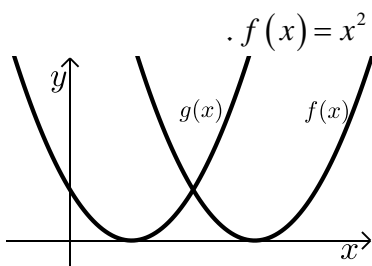
26 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ו- $g(x) = x + 2$. מצא את השטח המוגבל בין הגרפים והצירים.



27 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות: $f(x) = 2x^3 - x$, $g(x) = -2x^2 - x$.

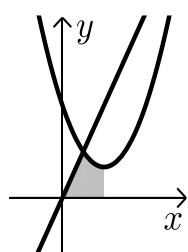


28 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x$ וציר ה- x .



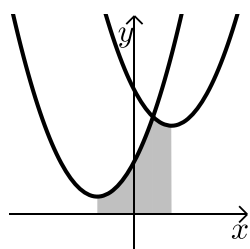
29 נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $g(x) = x^2 - 6x + 9$.

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות ובין ציר ה- x .



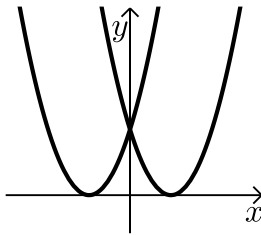
30 הפונקציות המתוארות בשרטוט הן: $y = x^2 - 4x + 6$; $y = 3x$.

- מצא את קדקוד הפרבולה.
- מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר שמשמאל לקדקוד הפרבולה.
- חשב את השטח המסומן בשרטוט.

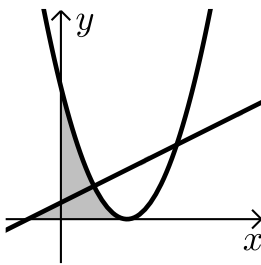


31 נתונות הפונקציות: $y = x^2 + 4x + 6$, $y = x^2 - 4x + 14$.

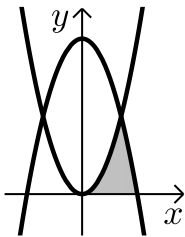
- מצא את שיעורי ה- x של קדקודי הפרבולות.
- חשב את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.
- חשב את השטח המסומן בשרטוט.



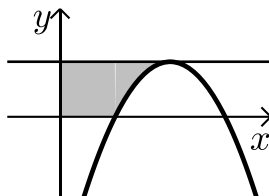
(32) נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2$ ו- $g(x) = (x+3)^2$
 כמתואר באיור:
 חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות
 וציר ה- x .



(33) נתונות שתי הפונקציות: $y = (x-2)^2$, $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.
 א. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות
 לציר ה- x .
 ב. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות
 לציר ה- y .

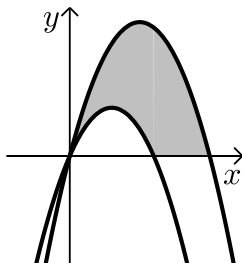


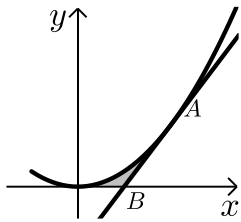
(34) נתונות הפונקציות: $y = x^2$, $y = 8 - x^2$.
 חשב את השטח המוגבל על ידי שתי הפונקציות
 וציר ה- x ברביע הראשון.



(35) נתונה הפרבולה: $y = -x^2 + 4x - 3$.
 מעבירים ישר המקביל לציר ה- x מקדקוד הפרבולה.
 א. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה.
 ב. מצא את השטח המוגבל בין גרף
 הפונקציה, הישר והצירים.

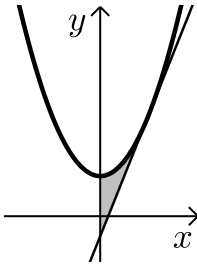
(36) נתונות הפרבולות הבאות: $f(x) = -x^2 + 5x$, $g(x) = -x^2 + 3x$.
 חשב את השטח המוגבל בין הגרפים
 של הפרבולות וציר ה- x .





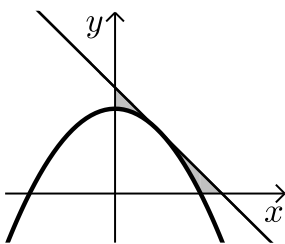
37 נתונה הפונקציה: $y = 2x^2$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה מהנקודה $A(1, 2)$.
המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B .
חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x .



38 נתונה הפונקציה: $y = 3x^2 + 2$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה $(1, 5)$.
חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- y .



39 נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4$.

בנקודה $(1, 3)$ העבירו משיק.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- y .

ג. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x .

40 משוואת הפרבולה היא: $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

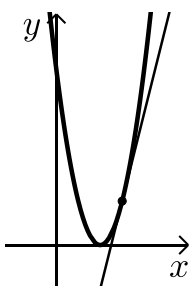
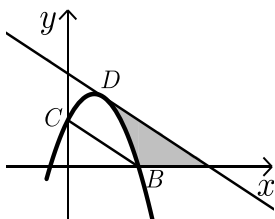
הנקודות $B(2, 0)$, $C(0, 2)$ הן נקודות חיתוך של הפרבולה עם הצירים.

המשיק לפרבולה בנקודה D מקביל לישר BC .

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- x .

ג. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- y .



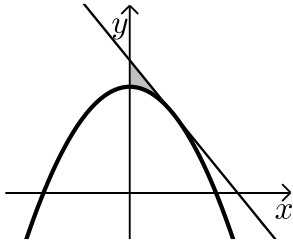
41 נתונה הפונקציה: $y = (x-4)^2$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך הנקודה שבה $x = 6$.

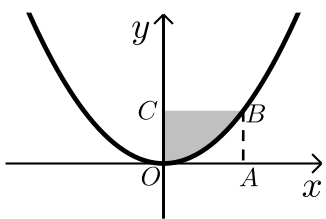
א. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- x .

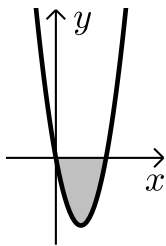
שאלות עם פרמטר:



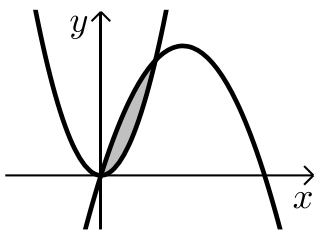
- 42 נתונה הפרבולה: $y = ax^2 + 8$.
שיפוע המשיק לגרף הפרבולה בנקודה שבה $x = 2$ הוא -2 .
א. חשב את a .
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, הפרבולה וציר ה- y .



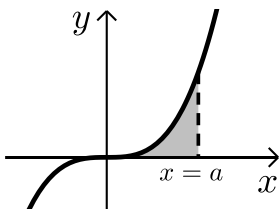
- 43 הפונקציה המתוארת בשרטוט היא: $y = ax^2$ (a פרמטר). המרובע ABCO הוא ריבוע. הקדקוד B נמצא על גרף הפונקציה. ידוע כי אורך צלע הריבוע היא 2 יחידות. מצא את ערך הפרמטר a ואת השטח המסומן בשרטוט.



- 44 הפונקציה: $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$, פרמטרים b, a), חותכת את ציר ה- x בנקודות $(0,0)$ ו- $(2,0)$. חשב את ערכי הפרמטרים b, a אם ידוע כי השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וציר ה- x הוא 8 יחידות שטח.

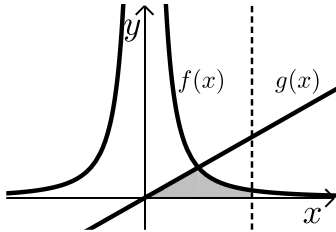


- 45 הפונקציות: $y = 2x^2$ ו- $y = ax^2 + bx - 1$ ($a < 0$). נחתכות בנקודות: $(0,0)$ ו- $(1,2)$. ידוע כי השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות הוא 0.5 יחידות שטח. מצא את ערכי הפרמטרים b, a .



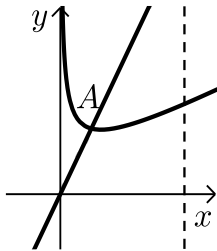
- 46 נתונה הפונקציה: $y = x^3$. מעבירים אנך לציר ה- x : $x = a$ (a פרמטר חיובי) כך שנוצר שטח הכלוא בין האנך, גרף הפונקציה וציר ה- x .
א. הבע באמצעות a את השטח האפור בציור.
ב. חשב את a אם ידוע כי שטח זה שווה ל- a^2 .

שאלות בחישובי שטחים – פונקציה רציונאלית:



(47) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = x$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות,
הישר $x = 2$ וציר ה- x .

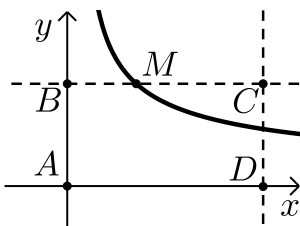
שאלות בחישובי שטחים – פונקצית שורש:



(48) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x$.
מעבירים ישר $y = 4x$ החותך את גרף הפונקציה
בנקודה A המסומנת באיור.
א. מצא את שיעורי הנקודה A.
ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$,
הישר $y = 4x$, ציר ה- x ואנך לציר ה- x : $x = 4$.

(49) באיור שלפניך מתוארת הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{\sqrt{2x-1}}$.

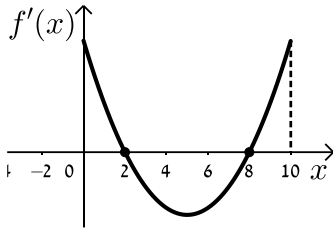
מעבירים את הישרים המקבילים לצירים: $x = 13$ ו- $y = 3$ כך שנוצר
המלבן ABCD כמתואר באיור.
הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה M.



א. מצא את שיעורי הנקודה M.
ב. מסמנים את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה
והישרים ב- S_1 ואת שטח המלבן ב- S_2 .

הראה כי: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{13}$.

שאלות בחישובי שטחים בין גרף הנגזרת והצירים :



(50) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 10$.

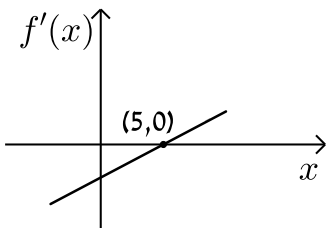
בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$.

א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ אם :

$f(2) = 6, f(0) = -4, f(5) = 0$, וכן : $f(10) > 0$.

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הנגזרת והצירים

ברביע הראשון עד לנקודה שבה $x = 2$.



(51) לפניך הגרף של הפונקציה $f'(x)$.

הגרף המתואר חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד

והיא $(5, 0)$.

א. מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא

חיובית ואת התחומים שבהם היא שלילית.

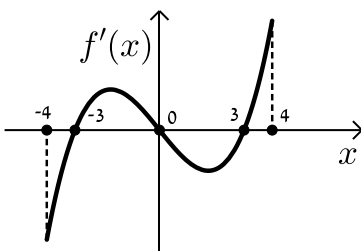
ב. קבע מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. כתוב את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי שיעור ה- y שלה הוא -2 .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי גרף הפונקציה חותך

את ציר ה- y כאשר $y = 8$.

ה. חשב את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים.



(52) בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

א. רשום את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

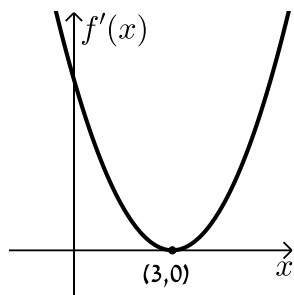
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. נתון כי הפונקציה $f(x)$ עוברת בראשית הצירים וגם מקיימת : $f(-3) = f(3) = m$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנ"ל (הבע באמצעות m).

ד. השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x ברביעים השני והרביעי

הוא 16 יח"ש. מצא את m .

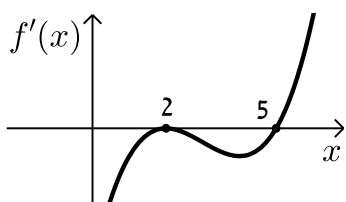


53 הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$ מתוארת באיור הבא :

- א. האם ל- $f(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי $f(3) = 4$ וכי היא חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -5$.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים ברביע הראשון.

54 באיור שלפניך מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.



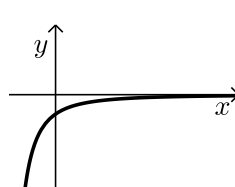
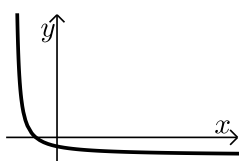
ידוע כי הנקודות $B(2,2)$, $A(5,-4.75)$

ו- $C(0,14)$ נמצאות על $f(x)$.

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
 ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

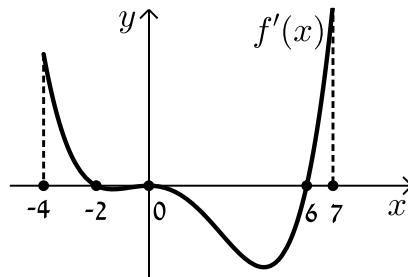
ד. חשב את השטח מוגבל בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים בתחום $0 \leq x \leq 5$.

55 באיורים שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$:



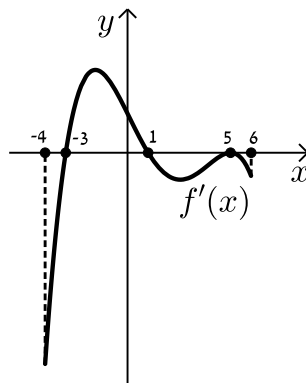
- א. זהה איזה גרף שייך לאיזו פונקציה ונמק.
 ב. נתון כי $f(10) = -3$ וכי $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -2$. מהו השטח המוגבל בין גרף הנגזרת $f'(x)$, הצירים והישר $x = 10$?

56 נתון גרף הנגזרת $f'(x)$ הבא :



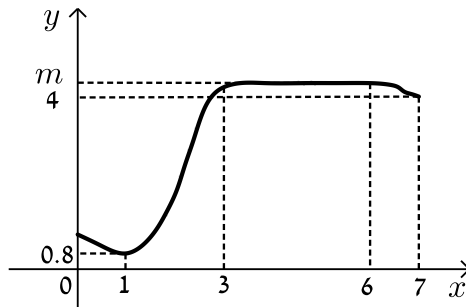
- א. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 7$ לפי הנתונים:
 $f(0) = -2$, $f(-2) = 7.6$ ו- $f(6) = -606.8$.
- ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת וציר ה- x ברביע השלישי.
- ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת וציר ה- x ברביע הרביעי.

57 נתון גרף הנגזרת $f'(x)$ הבא :



- א. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 6$ עבור הנתונים:
 $f(-3) = -356\frac{2}{5}$, $f(1) = 36\frac{2}{15}$, $f(5) = -83\frac{1}{3}$.
- ב. חשב את כלל השטח הכלוא בין גרף הנגזרת וציר ה- x בתחום: $-3 \leq x \leq 5$.

58) בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 < x < 7$:



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים וענה על השאלות הבאות:

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-6 מתקיים:

i. $f'(x) > 0$

ii. $f'(x) = 0$

iii. $f'(x) < 0$

ב. נתון כי: $\int_3^6 m dx = 15$, כאשר m הוא פרמטר המסומן על ציר ה- y .

מצא את $f(5)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 < x < 3$.

ד. מצא את השטח המוגבל בין הגרף של פונקצית הנגזרת $f'(x)$

וציר ה- x בתחום $1 < x < 3$.

תשובות סופיות:

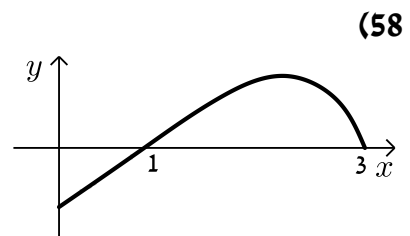
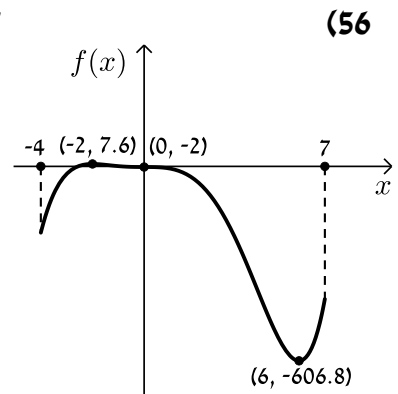
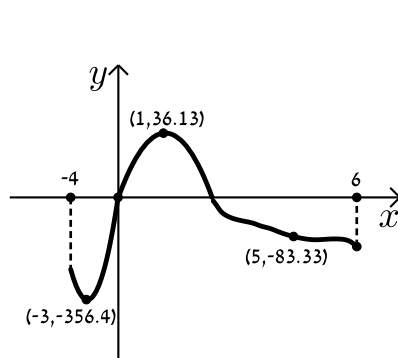
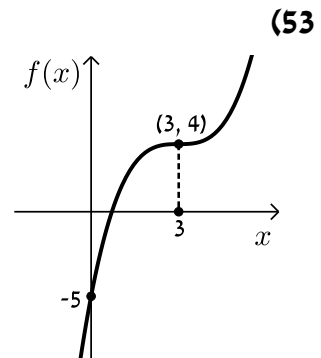
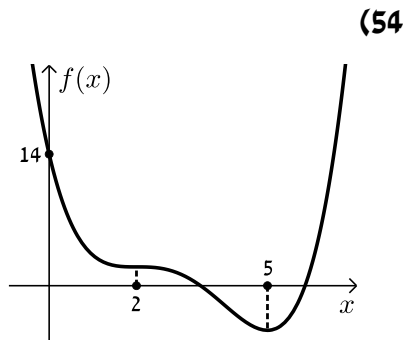
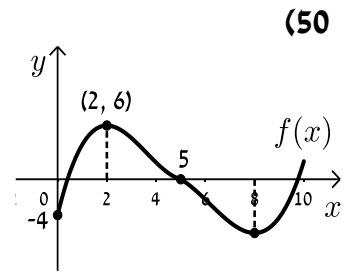
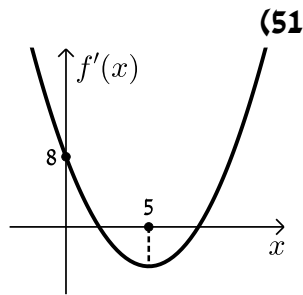
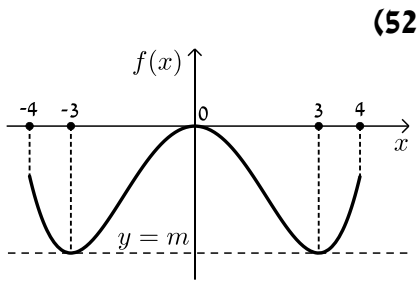
- (1) 15 יח"ש.
- (2) א. $(-3,0)$ ב. 9 יח"ש.
- (3) א. $(5,0)$, $(-1,0)$ ב. $33\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (4) א. $(-2,0)$, $(2,0)$ ב. $10\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (5) $\frac{1}{12}$ יח"ש.
- (6) $10\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (7) 13.5 יח"ש.
- (8) 4 יח"ש.
- (9) $4\frac{4}{15}$ יח"ש.
- (10) א. $-8\frac{1}{3}$ ב. 13.
- (11) א. 4 ב. 9.5 יח"ש.
- (12) א. $(-1,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$ ב. $3\frac{1}{12}$.
- (13) $21\frac{1}{3}$
- (14) $20\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (15) $57\frac{1}{6}$ יח"ש.
- (16) א. $A(0,-9)$, $B(3,0)$ ב. 13.5 יח"ש.
- (17) $10\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (18) $21\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (19) 12 יח"ש.
- (20) $\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (21) א. $(4,0)$, $(1,3)$ ב. $2\frac{5}{11}$.
- (22) א. $(-2,5)$, $(0,5)$, $(2,5)$ ב. 8 יח"ש.
- (23) 0.5 יח"ש.
- (24) 0.5 יח"ש.
- (25) א. $(1,1)$, $(0,0)$ ב. $\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (26) $3\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (27) $\frac{1}{6}$ יח"ש.
- (28) 8 יח"ש.
- (29) $\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (30) א. $(2,2)$ ב. $(1,3)$ ג. $3\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (31) א. $x = \pm 2$ ב. $(1,11)$ ג. $25\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (32) 18 יח"ש.
- (33) א. $\frac{4}{3}$ יח"ש ב. $1\frac{7}{12}$ יח"ש.
- (34) 4.418 יח"ש.
- (35) א. $(2,1)$ ב. $\frac{4}{3}$ יח"ש.
- (36) $16\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (37) $\frac{1}{6}$ יח"ש.
- (38) 1 יח"ש.
- (39) א. $y = -2x + 5$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{7}{12}$ יח"ש.

- (40) א. $y = -x + 4$ ב. $2\frac{2}{3}$ יח"ש ג. $\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (41) א. $y = 4x - 20$ ב. $\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (42) א. $a = -\frac{1}{2}$ ב. $\frac{4}{3}$ יח"ש.
- (43) $a = \frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (44) $a = 6, b = -12$
- (45) $a = -1, b = 3$
- (46) א. $\frac{a^4}{4}$ ב. $a = 2$
- (47) 1 יח"ש.
- (48) א. $A(1,4)$ ב. 15.5 יח"ש.
- (49) א. $M(5,3)$ ב. הוכחה.

הערה: סרטוטי הסקיצות של השאלות הבאות מופיעות בסוף התשובות.

- (50) ב. 10 יח"ש.
- (51) א. חיובית: $x > 5$, שלילית: $x < 5$ ב. עולה: $x > 5$, יורדת: $x < 5$
- ג. $\min(5, -2)$ ד. הוכחה ה. 10 יח"ש.
- (52) א. עולה: $3 < x \leq 4$, $-3 < x < 0$, יורדת: $0 < x < 3$, $-4 \leq x < -3$
- ב. $x_{\min} = -3, x_{\max} = 0, x_{\min} = 3$ ג. הוכחה ד. $m = -8$
- (53) א. לא. הנקודה $(3,0)$ היא פיתול מכיוון שהפונקציה עולה לפנייה ואחריה.
- ב. הוכחה ג. 9 יח"ש.
- (54) א. $\min(5, -4.75)$ ב. עולה: $x > 5$, יורדת: $x < 5$
- ג. הוכחה ד. 18.75 יח"ש.
- (55) א. $f(x): \text{II}, f'(x): \text{I}$ ב. 1 יח"ש.
- (56) א. הוכחה ב. 9.6 יח"ש ג. 604.8 יח"ש.
- (57) א. הוכחה ב. 512 יח"ש.
- (58) א. i. $f'(x) > 0: 1 < x < 3$ ii. $f'(x) = 0: x = 1, 3 \leq x < 6$
- א. iii. $f'(x) < 0: 6 < x < 7, 0 < x < 1$ ב. $f(5) = 5, m = 5$
- ד. 4.2 יח"ש.

סרטוטי גרפים לפי מספרי שאלות:



תרגול נוסף - חשבון אינטגרלי:

*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.

תרגילים העוסקים בפונקציה פולינומית:

מציאת פונקציה קדומה:

(1) נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$: $f'(x) = kx + 2$, פרמטר k .

ידוע כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את הפונקציה $g(x) = \frac{6x-1}{x}$

בנקודה שבה $y = 5$ וכי שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלהן הוא $m = 4$.

א. מצא את ערך הפרמטר k .

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

(2) הפונקציה $f(x)$ משיקה לפונקציה $g(x) = \frac{4x-1}{x}$ בנקודת ההשקה העבירו

משיק שמשוואתו $y = x + 2$. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = x$.

א. מצא את נקודת ההשקה.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

(3) נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = kx + 7\frac{3}{4}$, פרמטר k .

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x) = \frac{4x+4}{x}$ יש משיק משותף

בנקודה שבה $x = 4$.

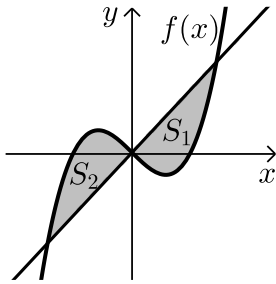
א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את ערך הפרמטר k .

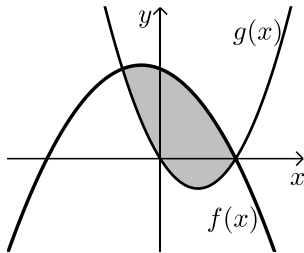
ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

- (4) נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x) : f'(x) = ax^2 + 3x$, פרמטר a .
 משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ היא $y = -3x + 8.5$.
 א. מצא את ערך הפרמטר a .
 ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 ג. האם יש לגרף הפונקציה עוד משיקים בעלי שיפוע זהה למשיק זה?
 אם כן – מצא אותם, אם לא, נמק.
- (5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = ax^3 + bx$, פרמטרים a, b .
 ידוע כי משוואת המשיק לפונקציה באחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא $y = 16x - 32$. כמו כן מתקיים גם : $f'(1) = -4$.
 א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
 ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.
- (6) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 3x^2 + kx - 3$, פרמטר k .
 ידוע כי ערך הנגזרת בנקודה שבה $x=1$ הוא -4 .
 כמו כן הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה בנקודת החיתוך של עם ציר ה- y .
 א. מצא את ערך הפרמטר k .
 ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 ג. האם הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה בעוד נקודות? אם כן, מהן?
- (7) הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$ היא $f''(x) = 12x$.
 לפונקציה יש נקודת קיצון על ציר ה- x שבה $x = 2$.
 א. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון?
 ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

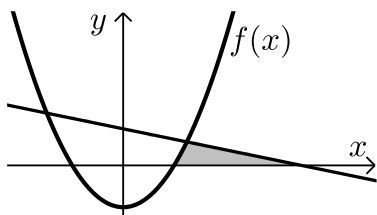
חישובי שטחים (ללא מציאת פונקציה קדומה):



- 8 לפניך הגרפים של הפונקציות:
 $y = 13x + 1$, $f(x) = x^3 - 12x + 1$
 הוכח: $S_1 = S_2$.



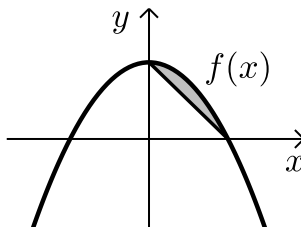
- 9 לפניך נתונות שתי הפונקציות הבאות:
 $g(x) = 3x^2 - 12x$, $f(x) = -1.5x^2 - 3x + 36$
 א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות.
 ב. חשב את השטח הנוצר בין שתי הפונקציות.



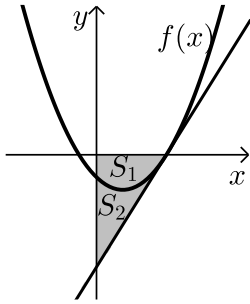
- 10 נתונות הפונקציה: $f(x) = x^2 - 16$
 והישר: $y = -x + 14$
 א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים ברביע הראשון.

- 11 נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^3 + 4x$
 א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. הוכח שציר ה- x מחלק את השטח הכלוא בינו לבין הפונקציה לשני חלקים שווים.

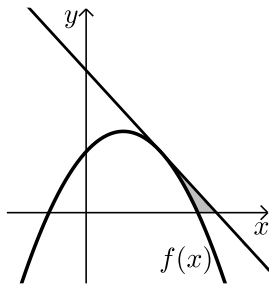
- 12 לגרף הפונקציה: $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 8$ מעבירים ישר העובר דרך נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים ושיפועו שלילי (ראה איור).



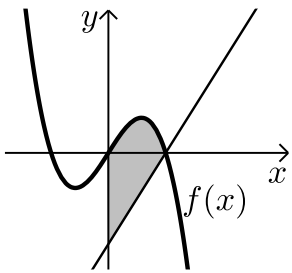
- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ב. מצא את משוואת הישר.
 ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לישר.



- 13** לגרף הפונקציה: $f(x) = x^2 - 3x - 4$ מעבירים משיק בעל שיפוע חיובי דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x כמתואר באיור.
 א. מצא את משוואת המשיק.
 ב. חשב את יחס השטחים $\frac{S_1}{S_2}$ המסומנים באיור.

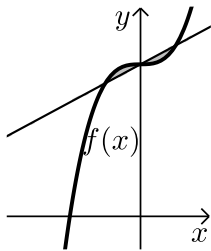


- 14** לגרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ מעבירים משיק בנקודה שבה: $x = 2$ (ראה איור).
 א. מצא את משוואת המשיק.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- x .



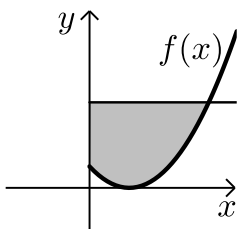
- 15** באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה: $f(x) = 4x - x^3$ והישר: $y = 4x - 8$.
 א. מצא את נקודת החיתוך בין שני הגרפים.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין הפונקציה, הישר וציר ה- y .

- 16** באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה: $f(x) = x^3 + 8$ והישר: $y = x + 8$.

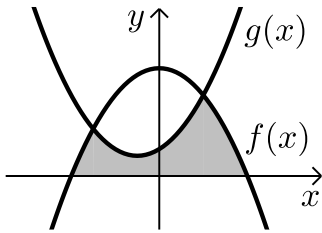


- א. מצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין שתי הפונקציות.

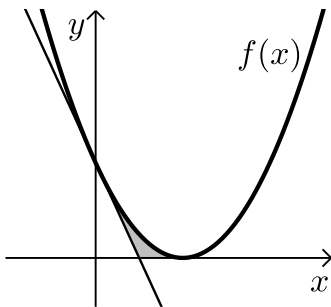
- 17** הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה: $f(x) = (x-1)^2$ בנקודה A שברביע הראשון. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה- y (המסומן).



18) באיור שלפניך מתוארות הפונקציות: $f(x) = 16 - x^2$ ו- $g(x) = x^2 + 2x + 4$.

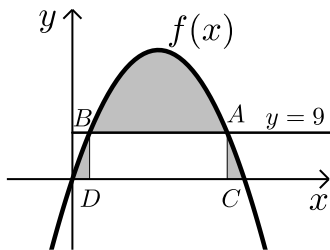


- מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.
- חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים לציר ה- x .



19) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-2)^2$.
מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y מעבירים משיק.

- מצא את משוואת המשיק.
- מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .
- חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- x (השטח המסומן).

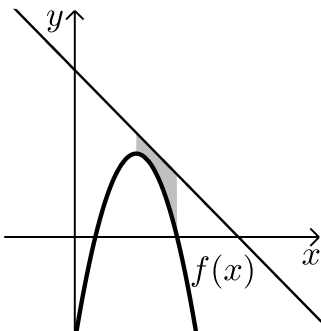


20) נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 10x$.
הישר: $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות A ו-B כמתואר באיור. מנקודות אלו מורידים אנכים לציר ה- x כך שנוצר מלבן ABCD.

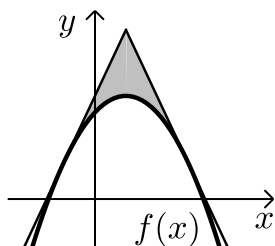
- מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = 9$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- מצא את שטח המלבן ABCD.
- חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המלבן וציר ה- x (השטח המסומן).

21) נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

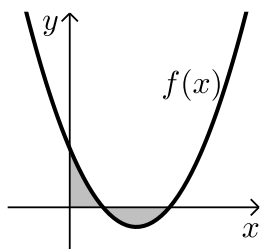
מעבירים ישר ששיפועו: $m = -1$ וחותך את ציר ה- x שנקודה שבה: $x = 8$.
מישר זה מורידים אנך לגרף הפונקציה לנקודת המקסימום שלה ומעלים אנך מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .



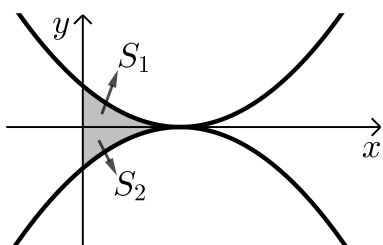
- מצא את משוואת הישר.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- חשב את השטח המוגבל על ידי הישר וגרף הפונקציה.



- (22)** לגרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x + 21$ מעבירים משיקים בנקודות שבהן: $y = 9$ כמתואר באיור. משיקים אלו נחתכים בנקודה A.
- כתוב את משוואות המשיקים.
 - מצא את שיעורי הנקודה A.
 - חשב את השטח המוגבל על ידי המשיקים לגרף הפונקציה (השטח המסומן).

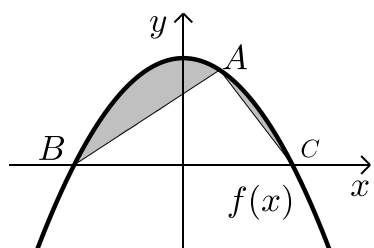


- (23)** ענה על הסעיפים הבאים:
- חשב את האינטגרל הבא: $\int_0^6 (x^2 - 8x + 12) dx$.
 - באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 - 8x + 12$. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה-y וציר ה-x.
 - הסבר מדוע התוצאה שקיבלת אינה תואמת את זו של סעיף א'.

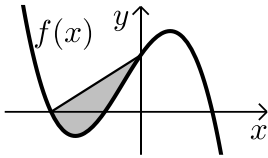


- (24)** נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-2)^2$ ו- $g(x) = -(x-2)^2$ כמתואר באיור.

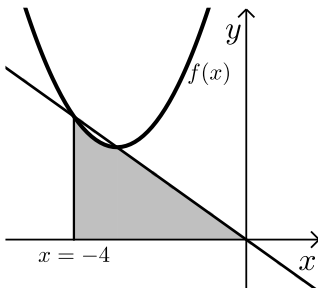
- התאם בין הפונקציות לגרפים I ו-II.
- מסמנים את השטחים שבין כל פונקציה והצירים ב- S_1 ו- S_2 כמתואר באיור. הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 שווים זה לזה.



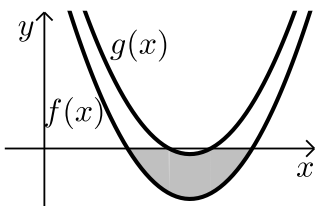
- (25)** נתונה הפונקציה: $f(x) = 9 - x^2$. מהנקודה $A(1, 8)$ שעל הגרף הפונקציה מעבירים ישרים לנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x ב- B ו- C כך שנוצר המשולש ABC.
- מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.
 - חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה למשולש ABC (השטח המסומן).



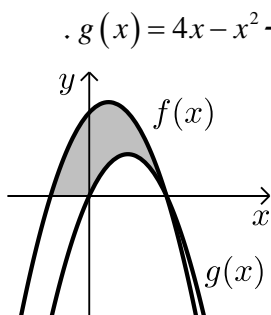
- (26) נתונה הפונקציה:** $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 18x + 40$.
 ידוע כי לפונקציה יש נקודת חיתוך עם ציר ה- x שבה $x = -5$.
 מנקודה זו מעבירים ישר החותך את הפונקציה
 בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y (ראה איור).
 א. כתוב את משוואת הישר.
 ב. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לישר (השטח המסומן).



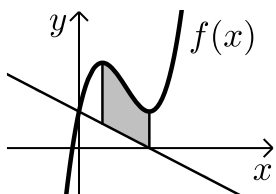
- (27) נתונה הפונקציה:** $f(x) = x^2 + 6x + 12$.
 ישר העובר בראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה
 בנקודה שבה $x = -4$ כמתואר באיור.
 א. מצא את משוואת הישר.
 ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר והפונקציה.
 ג. מצא את השטח המוגבל בין הישר, גרף הפונקציה,
 ציר ה- x והישר $x = -4$.



- (28) נתונות הפונקציות:** $f(x) = x^2 - 7x + 10$ ו- $g(x) = x^2 - 7x + 12$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות
 עם ציר ה- x .
 ב. חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות
 לציר ה- x (השטח המסומן).



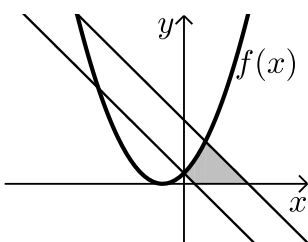
- (29) באיור שלפניך מתוארות הפונקציות:** $f(x) = -x^2 + 2x + k$ ו- $g(x) = 4x - x^2$.
 ידוע כי אחת מנקודות החיתוך של הפונקציות
 עם ציר ה- x היא זהה ואינה ראשית הצירים.
 א. מצא את ערך הפרמטר k .
 ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים
 של הפונקציות וציר ה- x .



(30) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$.

מהנקודה $(3, 0)$ שעל ציר ה- x מעבירים ישר החותך את גרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y כמתואר באיור הסמוך.

- מצא את משוואת הישר.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, הישר שמצאת בסעיף א' ואנכים לציר ה- x מנקודות הקיצון.



(31) באיור שלפניך מתוארת הפונקציה: $f(x) = (x+1)^2$.

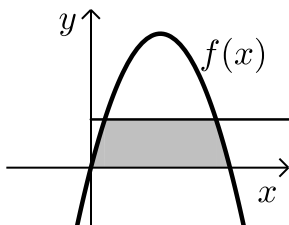
מנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .

מעבירים ישר l_1 ששיפועו הוא $m = -2$.

כמו כן מעבירים ישר נוסף l_2 המקביל לישר l_1

וחותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -5$.

- מצא את משוואות הישרים l_1 ו- l_2 .
- מצא את שאר נקודות החיתוך של הישרים הנ"ל עם הפונקציה.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישרים וציר ה- x (השטח המסומן).



(32) נתונה הפונקציה: $f(x) = kx - x^2$, פרמטר k .

הישר $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

ידוע כי שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך

הוא $x = 9$.

- מצא את ערך הפרמטר k .
- מצא את נקודת החיתוך השנייה בין שני הגרפים.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה- x (המסומן).

חישובי שטחים (כולל מציאת פונקציה קדומה):

(33) נתונה הנגזרת: $f'(x) = 6x$.

ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה: $x = 5$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

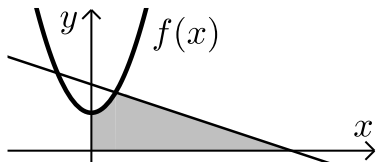
ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לציר ה- x .

34 לגרף הפונקציה $f(x)$ שנגזרתה היא: $f'(x) = -x^2 + x + 2$ מעבירים משיק מנקודת המקסימום שלה. ידוע שמשיק זה חותך את גרף הפונקציה בעוד נקודה והיא $(-2.5, 3)$.

- מצא את נקודת המקסימום.
- מצא את הפונקציה.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה למשיק (עגל לשתי ספרות אחרי הנקודה).

35 הנגזרת של פרבולה מרחפת $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x$.

מהנקודה $(2, 10)$ שעל גרף הפרבולה מעבירים ישר y המאונך למשיק שם (נורמל) (ראה איור).



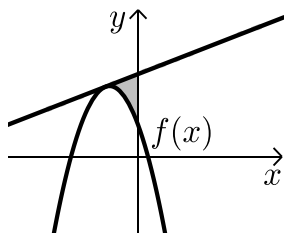
- מצא את משוואת הפרבולה.
- מצא את משוואת הישר y .
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה, הישר והצירים.

36 נתונה הנגזרת: $f'(x) = -2x + 3$.

ידוע שגרף הפונקציה חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 4$.

- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לצירים.

37 משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = -2$ היא: $y = x + 13$.



הנגזרת של הפונקציה היא: $f'(x) = -4x - 7$.

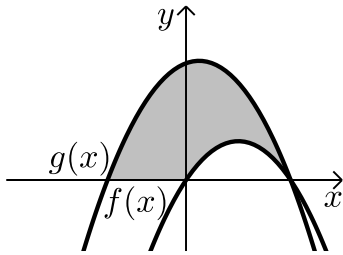
- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- y (ראה איור).

38 הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$ היא $f''(x) = 4$ לפונקציה יש נקודת

מינימום: $(1, -8)$.

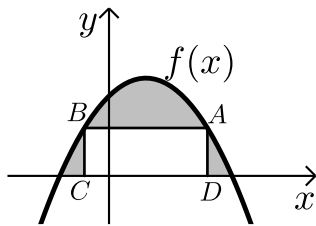
- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לציר ה- x .

39 באיור שלפניך מתוארות הפונקציות שנגזרותיהן: $f'(x) = 4 - 2x$



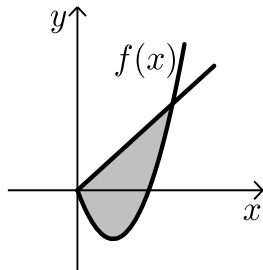
ו- $g'(x) = -2x + 1$. ידוע כי שתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 4$.
א. מצא את הפונקציות.
ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- x .

40 הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המתוארת באיור שלפניך היא $f'(x) = 3x - 2$.



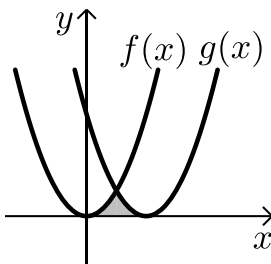
ישר AB שמשוואתו היא $y = 6$ חותך בנקודות A ו- B את גרף הפונקציה. מנקודות אלו מורידים אנכים לציר ה- x כך שנוצר מלבן $ABCD$ ששטחו 30 יחידות. ידוע ששיעור ה- x של הנקודה A הוא 4.
א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המלבן וציר ה- x .

41 באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ והישר: $y = 2x$.



נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 6$ וידוע הישר חותך את הפונקציה בנקודה שבה ערך ה- y הוא 16.
א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. האם יש לגרף הפונקציה ולישר עוד נקודות חיתוך? אם כן מצא אותן.
ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לישר.

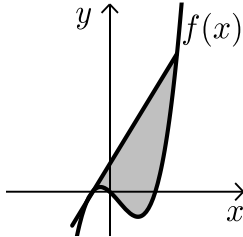
42 באיור שלפניך חותך גרף הפונקציה: $f(x) = x^2$ את גרף הפונקציה $g(x)$



בנקודה שבה $x = 2$. הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ היא $g'(x) = 2x - 8$.
א. מצא את הפונקציה $g(x)$.
ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים לציר ה- x (המסומן).

43 נתונה הנגזרת: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 9$.

משיק ששיפועו 15 משיק לפונקציה ברביע הרביעי בנקודה שבה $y = -20$.



א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. האם יש עוד משיקים לגרף הפונקציה בעלי שיפוע 15? אם כן, מצא אותם.

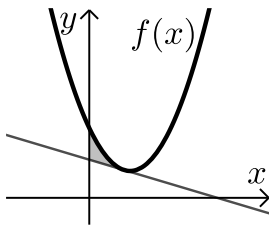
ג. ענה על הסעיפים:

i. בהראה שהנקודה שבה $x = 7$ משותפת למשיק

שמצאת בסעיף הקודם ולפונקציה $f(x)$.

ii. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה למשיק שמצאת בסעיף הקודם (ראה איור).

44 משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 2$ היא: $y = -x + 3$.

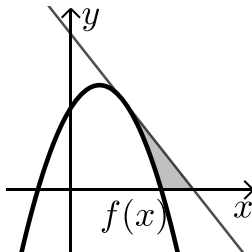


נגזרת הפונקציה היא: $f'(x) = x - 3$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל בין המשיק לגרף הפונקציה (ראה איור).

45 הישר $y = -x + 16$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.

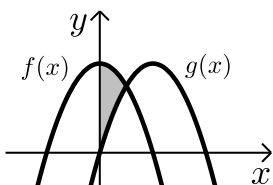


נגזרת הפונקציה היא: $f'(x) = -x + 3$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- x (ראה איור).

46 הנגזרות של הגרפים $f(x)$ ו- $g(x)$ הן: $f'(x) = -2x$ ו- $g'(x) = 10 - 2x$.

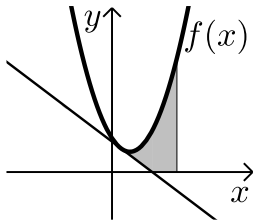


הפונקציות חותכות זו את זו בנקודה $(2.5, 18.75)$.

א. מצא את הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ב. היעזר באיור וחשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות וציר ה- y .

47) הישר $y = -2x + 5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.

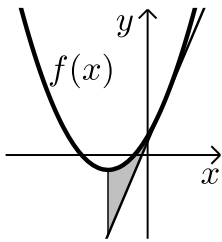


נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 4$

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק, ציר ה- x והישר $x = 3$. (ראה איור).

48) הנגזרת של הפרבולה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x + 6$.



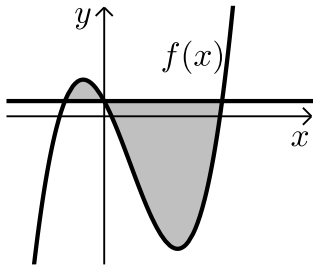
ידוע שהפרבולה חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 5$.
מנקודה זו מעבירים משיק לגרף הפרבולה (ראה איור).

א. מצא את $f(x)$.

ב. חשב את השטח מוגבל בין גרף הפרבולה, המשיק וישר היוצא מנקודת הקיצון של הפרבולה (ראה איור).

49) נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 3x^2 - 8x - 12$.

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ על ציר ה- y .



א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הישר לפונקציה (ראה איור).

תשובות סופיות:

- (1) א.** $k = 2$ **ב.** $f(x) = x^2 + 2x + 2$
- (2) א.** $(1, 3)$ **ב.** $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2}$
- (3) א.** $y = -0.25x + 6$ **ב.** $k = -2$ **ג.** $f(x) = -x^2 + 7\frac{3}{4}x - 10$
- (4) א.** $a = -6$ **ב.** $f(x) = -2x^3 + 1.5x^2 + 6$ **ג. כן.** $y = -3x + 5\frac{1}{8}$
- (5) א.** $a = 4, b = -8$ **ב.** $f(x) = x^4 - 4x^2$
- (6) א.** $k = -4$ **ב.** $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$
- ג. כן.** $(3, 4), (-1, 4)$
- (7) א.** כן **ב.** $f(x) = 2x^3 - 24x + 32$
- (8) שאלת הוכחה.**
- (9) א.** $(4, 0), (-2, 36)$ **ב.** $S = 162$ יח"ש
- (10) א.** $(-6, 20), (5, 9)$ **ב.** $S = 44\frac{5}{6}$ יח"ש
- (11) א.** $(-2, 0), (0, 0), (2, 0)$
- (12) א.** $(0, 8), (4, 0), (-4, 0)$ **ג.** $S = 5\frac{1}{3}$ יח"ש **ב.** $y = -2x + 8$
- (13) א.** $y = 5x - 20$ **ב.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{8}$
- (14) א.** $y = -2x + 7$ **ב.** $S = \frac{7}{12}$ יח"ש
- (15) א.** $(2, 0)$ **ב.** $S = 12$ יח"ש
- (16) א.** $(-1, 7), (0, 8), (1, 9)$ **ב.** $S = \frac{1}{2}$
- (17) א.** $S = 9$ יח"ש
- (18) א.** $(-3, 7), (2, 12)$ **ב.** $S = 43\frac{2}{3}$ יח"ש
- (19) א.** $y = -4x + 4$ **ב.** $(1, 0)$ **ג.** $S = \frac{2}{3}$ יח"ש
- (20) א.** $(1, 9), (9, 9)$ **ב.** $S_{ABCD} = 72$ יח"ש **ג.** $S = 94\frac{2}{3}$ יח"ש
- (21) א.** $y = -x + 8$ **ב.** $\max(3, 4)$ **ג.** $S = 2\frac{1}{3}$ יח"ש

ג. $S = 42\frac{2}{3}$ יח"ש
 א. (22) $y = 8x + 25, y = -8x + 57$. ב. A(2,41)

א. (23) 0 . ב. $S = 21\frac{1}{3}$ יח"ש

ג. האינטגרל של סעיף אי מכיל ערכים חיוביים ושלייליים יחדיו. פעולת האינטגרל מחסרת בין השניים ומכיוון שהגדלים החיוביים והשלייליים שווים בערך מוחלט (וזאת ניתן לראות לפי החישוב של סעיף ב') התקבל הסכום 0.

א. (24) $II = g(x), I = f(x)$

א. (25) B(3,0), C(-3,0) . ב. 12 יח"ש $S =$

א. (26) $y = 8x + 40$. ב. $S = 93\frac{3}{4}$ יח"ש

א. (27) $y = -x$. ב. (-3,3) . ג. $S = 7\frac{5}{6}$ יח"ש

א. (28) (2,0), (3,0), (4,0), (5,0) . ב. $S = 4\frac{1}{3}$ יח"ש

א. (29) $k = 8$. ב. $S = 25\frac{1}{3}$ יח"ש

א. (30) $y = 3 - x$. ב. $\max(1,7), \min(3,3)$. ג. 8 יח"ש $S =$

א. (31) $y_2 = -2x + 6, y_1 = -2x + 1$. ב. (1,4), (-4,9)

ג. $S = 6\frac{1}{12}$

א. (32) $k = 10$. ב. (1,9) . ג. $S = 81\frac{1}{3}$ יח"ש

א. (33) $f(x) = 3x^2 - 75$. ב. 500 יח"ש $S =$

א. (34) (2,3). משיק בנקודת המקסימום מקביל לציר ה- x ולכן משוואתו תהיה

מהסוג $y = k$. מאחר שהנקודה הנוספת היא (-2.5,3) ניתן להבין שמשוואת

המשיק היא $y = 3$ ולכן נקודת המקסימום תהיה (2,3).

ב. $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{3}$. ג. $S = 11\frac{25}{64} \approx 11.391$

א. (35) $f(x) = x^2 + 6$. ב. $4y + x = 42$. ג. $S = 214\frac{2}{3}$

א. (36) $f(x) = -x^2 + 3x + 4$. ב. $S = 20\frac{5}{6}$ יח"ש

א. (37) $f(x) = -2x^2 - 7x + 5$. ב. $S = 5\frac{1}{3}$ יח"ש

א. (38) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$. ב. $S = 21\frac{1}{3}$ יח"ש

ב. $S = 46.5$ יח"ש

נ. (39) $f(x) = 4x - x^2$, $g(x) = -x^2 + x + 12$

ב. $S = 27\frac{1}{6}$ יח"ש נ. (40) $f(x) = -x^2 + 3x + 10$

ג. $S = 85\frac{1}{3}$ יח"ש

ב. $(0,0)$ נ. (41) $f(x) = x^2 - 6x$

ב. $S = 5\frac{1}{3}$ יח"ש נ. (42) $g(x) = (x-4)^2$

ב. $y = 15x + 28$ נ. (43) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

ג. $S = 546.75$ יח"ש

ב. $S = 1\frac{1}{3}$ יח"ש נ. (44) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$

ב. $S = 42\frac{2}{3}$ יח"ש נ. (45) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$

ב. $S = 31\frac{1}{4}$ יח"ש

נ. (46) $f(x) = 25 - x^2$, $g(x) = 10x - x^2$

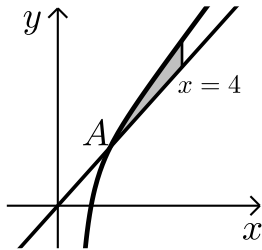
ב. $S = 2\frac{5}{12}$ יח"ש נ. (47) $f(x) = x^2 - 4x + 6$

ב. $S = 9$ יח"ש נ. (48) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

ב. $S = 189\frac{1}{3}$ יח"ש נ. (49) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 12x + 5$

תרגילים העוסקים בפונקציה רציונאלית:

*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.



(1) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = \frac{12}{x^4} + 3$.

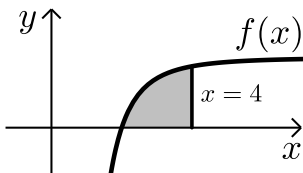
ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הנמצאת ברביע הראשון היא: $y = 15x - 16$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מעבירים ישר $y = 2.75x$ החותך את גרף

הפונקציה בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לישרים: $y = 2.75x$ ו- $x = 4$.



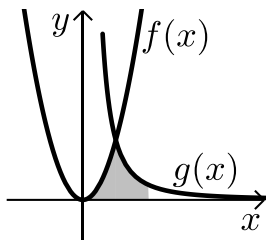
(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \frac{16}{x^3}$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה,

ציר ה- x והישר: $x = 4$.

(3) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = 2x^2$ ו- $g(x) = \frac{a}{x^2}$



בתחום: $x > 0$, (a פרמטר).

ידוע כי הגרפים נחתכים ברביע הראשון בנקודה

הנמצאת על הישר $y = 4x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים ואת a .

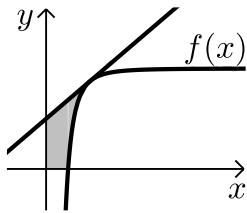
ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים,

ציר ה- x והישר: $x = 4$.

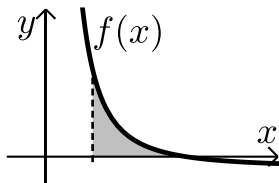
(4) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{27}{x^2} + 3x + 1$ עבור: $x = 1$.

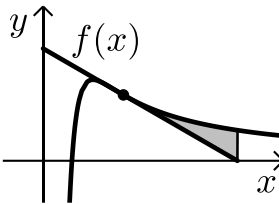
ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק והישר $x = 4$.



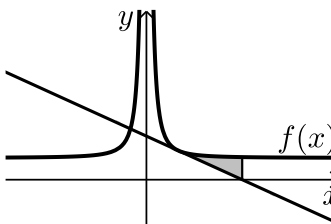
- (5) נתונה הפונקציה: $f(x) = 8 - \frac{a}{x^3}$ בתחום $x > 0$, a פרמטר).
 ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ היא: $y = 3x + 4$.
 א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
 ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק והצירים.



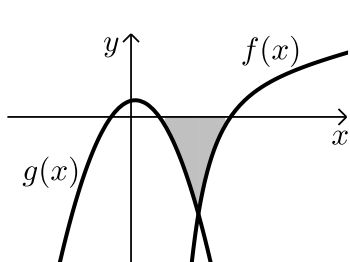
- (6) גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{a-x^2}{x^2}$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.
 א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר: $x = 2$.



- (7) *הערה: תרגיל זה בנוי מבעיית קיצון וחישוב אינטגרלי יחד:
 א. מבין כל המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}$ מצא את משוואת המשיק ששיפועו מינימלי.
 ב. באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף א'.
 חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק ואנך לציר ה- x היוצא מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .



- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a+x^2}{x^2}$ (a פרמטר חיובי).
 ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודה שבה: $x = a$ הוא: $-\frac{2}{9}$.
 א. מצא את ערך הפרמטר a .
 ב. כתב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = a$.
 ג. היעזר בסרטוט שבצד וחשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק ואנך לציר ה- x מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .



9 הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 4 + \frac{6}{x^4}$.

ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הנמצאת ברביע הראשון היא $y = 10x - 6$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מעבירים את הפונקציה: $g(x) = -64x^2 + 4x + 2$.

הגרפים נחתכים בנקודה A. מצא את שיעורי הנקודה A.

ג. הוכח כי גרף הפונקציה $f(x)$ שלילי עבור $x = 0.7$ וכי גרף

הפונקציה $g(x)$ שלילי עבור: $x = 0.25$.

ד. היעזר בסקיצה שבצד וחשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים,

ציר ה- x והישרים: $x = 0.7$ ו- $x = 0.25$.

10 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^4}$.

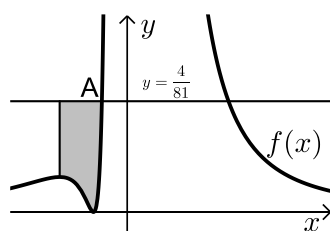
א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ב. כתוב את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x ואנך לציר ה- x

היוצא מנקודת המקסימום של הפונקציה.



11 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^4}$.

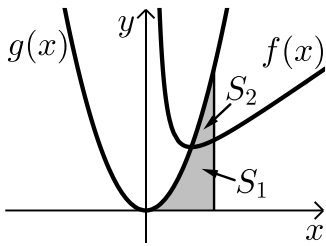
א. הוכח כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודת הקיצון שלו.

ב. כתוב את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ג. מעבירים את הישר: $y = \frac{4}{81}$ החותך את גרף הפונקציה בנקודה A.

ברביע השני. מצא את שיעורי הנקודה A.

ד. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר ואנך לישר מנקודת המקסימום של הפונקציה.



12 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{4}{x^2} + x + 1$.

א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

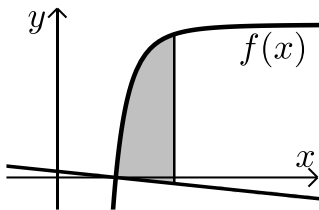
ב. מעבירים פרבולה: $g(x) = Ax^2$ (A פרמטר) דרך נקודת הקיצון של הפונקציה. מצא את ערך הפרמטר A.

ג. מעבירים אנך לציר ה-x: $x = 3$, כך שנוצרים השטחים:

S_1 - שבין הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ וציר ה-x.

S_2 - שבין הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ והאנך.

ד. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_2}{S_1}$.



13 נתונה הפונקציה: $f(x) = k - \frac{80}{x^4}$ (k פרמטר).

גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x בשתי נקודות שהמרחק בניהן הוא 4 יחידות.

א. מצא את k.

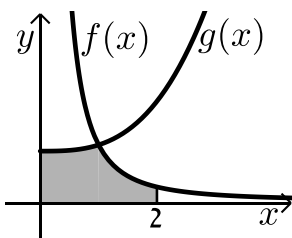
ב. כתוב את משוואת הנורמל לפונקציה

בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x ברביע הראשון.

ג. היעזר באיור שלפניך וחשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,

הנורמל והישר $x = 4$.

14 נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{162}{3x^2} + 2$, $g(x) = 6x^3 + 50$.

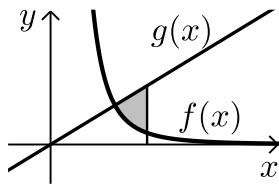


ידוע כי הגרפים נחתכים ברביע הראשון בנקודה שבה $y = 56$.

א. מצא את שיעור ה-x של נקודת החיתוך ברביע הראשון.

ב. היעזר באיור שלפניך וחשב את השטח הכלוא

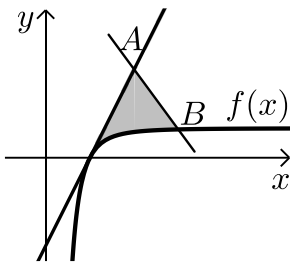
בין הגרפים של הפונקציות, הצירים והאנך $x = 2$.



15 נתונות הפונקציות הבאות: $g(x) = 2x$, $f(x) = \frac{a}{x^3}$ (פרמטר a).

ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה $x = -2$.

- מצא את ערך הפרמטר a .
- האם הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודות נוספות? אם כן מצא אותן.
- מעבירים אנך $x = k$ (חיובי) החותך את הגרפים של שתי הפונקציות ויוצר את השטח S .
היעזר באיור שלפניך ומצא את k עבורו מתקיים $S = 2\frac{7}{9}$.



16 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = a - \frac{3}{x^3}$ (פרמטר a).

- מעבירים לגרף הפונקציה משיק מנקודת החיתוך שלו עם ציר ה- x . מסמנים נקודה A על המשיק ונקודה B על גרף הפונקציה ומעבירים את הישר AB .
- מצא את ערך הפרמטר a אם ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית: $y = 3$.

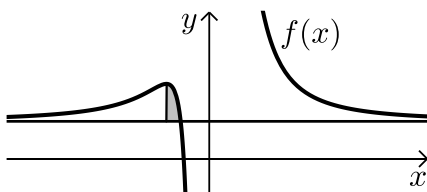
ב. כתוב את משוואת המשיק.

- ידוע כי: $x_A = 2$, $x_B = 3$. היעזר באיור שלפניך וחשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק והישר AB .

17 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{4x^3 + kx + 1}{x^3}$ (פרמטר k).

ידוע כי לפונקציה נקודת קיצון שבה: $x = -0.5$.

- מצא את ערך הפרמטר k וקבע את סוג הקיצון.
- הוכח כי לגרף הפונקציה אין נקודות קיצון נוספות.
- מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.
- באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה והאסימפטוטה האופקית שלו. מעבירים אנך לאסימפטוטה דרך נקודת הקיצון. חשב את השטח הנוצר באופן זה.



תשובות סופיות:

ג. 1.125 יח"ש $S =$ ב. $A(2,5.5)$ א. $f(x) = -\frac{4}{x^3} + 3x$ (1)

ב. 2.5 יח"ש $S =$ א. $(2,0)$ (2)

ב. $13\frac{1}{3}$ יח"ש $S =$ א. $a = 32, (2,8)$ (3)

ב. 182.25 יח"ש $S =$ א. $y = -51x + 82$ (4)

ב. 3 יח"ש $S =$ א. $f(x) = 8 - \frac{1}{x^3}, a = 1$ (5)

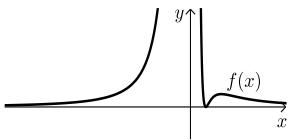
ב. 8 יח"ש $S =$ א. $f(x) = \frac{36 - x^2}{x^2}, a = 36$ (6)

ב. $\frac{1}{8}$ יח"ש $S =$ א. $y = -x + 2$ (7)

ג. $2\frac{2}{3}$ יח"ש $S =$ ב. $y = -\frac{2}{9}x + 2$ א. $a = 3$ (8)

ד. 2.537 יח"ש $S =$ ב. $A(0.5, -12)$ א. $y = 4x - \frac{2}{x^3} + 2$ (9)

ג. להלן גרף: ב. $x = 0, y = 0$ א. $\min(1,0), \max\left(-4, \frac{1}{64}\right)$ (10)



ד. $S = \frac{1}{24}$

ג. $\left(-1.5, \frac{4}{81}\right)$ ב. $\min(-2,0), \max\left(-4, \frac{1}{64}\right)$ (11)

ד. $S = \frac{125}{1296} = 0.0964$

ד. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{13}{41}$ ב. $A = 1$ א. $\min(2,4)$ (12)

ג. $S = \frac{437}{60} = 7.283$ ב. $y = -0.1x + 0.2$ א. $k = 5$ (13)

ב. 73.75 יח"ש $S =$ א. $x = 1$ (14)

ג. $k = 3$ ב. כן - $(2,4)$ א. $a = 32$ (15)

ג. $5\frac{7}{9}$ יח"ש $S =$ ב. $y = 9x - 9$ א. $a = 3$ (16)

ד. 0.5 יח"ש $S =$ ג. $y = 4$ א. $k = 3$ (17)

תרגילים העוסקים בפונקציה אי-רציונאלית:

***הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.**

(1) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = \frac{k}{2\sqrt{x}} - 2x$, פרמטר k .

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 4$ הוא: $m = -7.75$.
א. מצא את ערך הפרמטר k .

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה משיק לה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .

(2) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = kx - \frac{1}{\sqrt{x}}$, פרמטר k .

נתונה הפונקציה: $g(x) = 2x^2 - 9x - 4$. ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$

בנקודה שבה: $x = 3$ מקביל למשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = 1$.
א. מצא את ערך הפרמטר k .

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי היא חותכת את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה: $y = 77$.

(3) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא על גרף הפונקציה: $g(x) = 2\sqrt{x}$ נקודה שבה שיעורי ה- x וה- y זהים.

ב. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 1 - \frac{3}{2\sqrt{x}}$.

ידוע כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את הפונקציה $g(x)$ בנקודה שמצאת בסעיף הקודם. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. האם הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בנקודות נוספות? אם כן, מצא אותן.

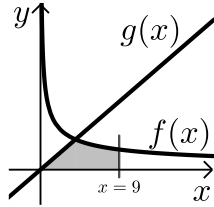
(4) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + k$, פרמטר k .

ידוע כי גרף הפונקציה עולה בתחום: $0 < x < 4$ ויורד בתחום: $x > 4$.
א. מצא את ערך הפרמטר k .

ב. מצא את הפונקציה אם ידוע כי ערכה המרבי הוא: 8.

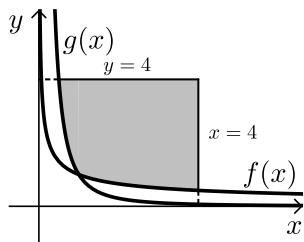
ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

5 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{16}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x) = 2x - 1$.



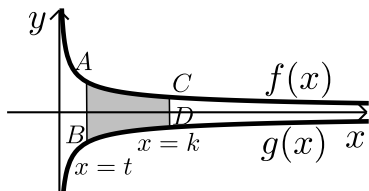
- א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר: $x = 9$.

6 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x) = \frac{1}{x^2}$.



- א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.
 ב. מעבירים את הישרים: $x = 4$ ו- $y = 4$ כך שנוצר ריבוע.
 i. חשב את השטח הכלוא בין הישרים הנ"ל והגרפים של שתי הפונקציות.
 ii. חשב את היחס בין השטח שמצאת בסעיף הקודם לשטח הריבוע.

7 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}}$.

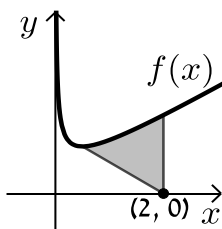


- מעבירים שני ישרים: $x = k$ ו- $x = t$ אשר חותכים את הגרפים של הפונקציות ויוצרים את הקטעים AB ו- CD. ידוע כי: $AB = 2CD$.
 א. הראה כי: $k = 4t$.

- ב. השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישרים: $x = k$ ו- $x = t$ הוא: $S = 12$. מצא את k .

8 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + x$.

- א. מצא את נקודת המינימום שלה.
 מנקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר לנקודה: $(2, 0)$ שעל ציר ה- x .



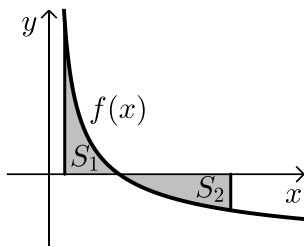
- ב. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר ואנך לציר ה- x היוצא מהנקודה $(2, 0)$ עד לנקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

9) לפניך האיור הבא :

א. מצא לאיזה ערך של a יתקיים : $\int_1^a \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1 \right) dx = 0$

ב. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה : $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1$

מעבירים שני אנכים לציר ה- x והם : $x=1$ ו- $x=13$ כך שנוצרים השטחים : S_1 ו- S_2 . מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .



ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,

ציר ה- x והאנך $x=1$, (S_1) .

ii. היעזר בתוצאה שקיבלת ובסעיף א'

וקבע לכמה שווה השטח : S_2 . נמק את טענתך.

10) נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$

א. ענה על הסעיפים הבאים :

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

iii. הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה ששיפועו הוא : $m = \frac{17}{16}$.

מצא את נקודת ההשקה.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x

ואנך לציר ה- x מנקודת ההשקה שנמצאת בסעיף הקודם.

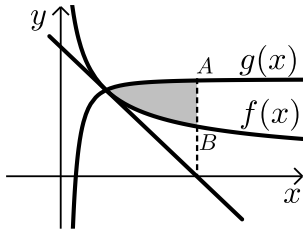
11) נתונות הפונקציות הבאות : $f(x) = \frac{64k}{\sqrt{x}}$, $g(x) = kx$ (k פרמטר).

א. הבע באמצעות k את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות.

ב. ידוע כי השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות, ציר ה- x

והאנך : $x=25$ הוא 1024. מצא את k .

12 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $g(x) = \frac{9}{16} - \frac{1}{x^2}$

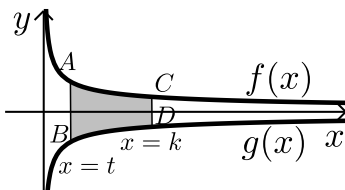


ברביע הראשון. מנקודת החיתוך של הגרפים מעבירים משיק לפונקציה $f(x)$.

- א. הראה כי הגרפים נחתכים בנקודה שבה: $x = 4$.
- ב. כתוב את משוואת המשיק.
- ג. מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x

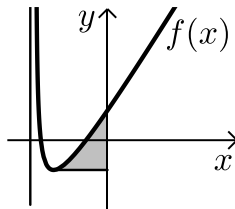
מעלים אנך החותך את הגרפים של הפונקציות בנקודות A ו-B. חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישר AB.

13 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$, $g(x) = -\frac{5}{\sqrt{x}}$



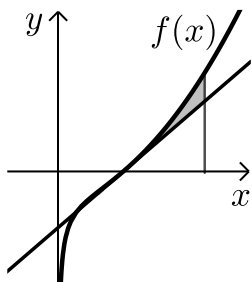
מעבירים שני ישרים: $x = k$ ו- $x = t$ ($k > t$) אשר חותכים את הגרפים של הפונקציות ויוצרים את הקטעים AB ו-CD. ידוע כי: $AB = 3CD$.

- א. הראה כי: $k = 9t$.
- ב. השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישרים: $x = t$ ו- $x = k$ הוא: $S = 80$. מצא את k .



14 נתונה הפונקציה: $f(x) = 16x + \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. מעבירים אנך לציר ה- y ומנקודת הקיצון. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, האנך וציר ה- y .



15 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 - \frac{32}{\sqrt{x}}$

- א. הוכח כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .
- ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק והאנך $x=9$ כמתואר באיור שלפניך.

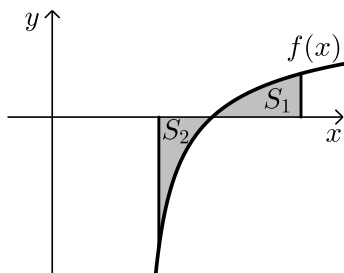
16 ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא עבור איזה ערך של a יתקיים: $\int_3^a \left(1 - \frac{2}{\sqrt{2x-5}}\right) dx = 0$ (פרמטר $a > 3$).

ב. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{2x-5}}$

מעבירים שני אנכים לציר ה- x והם: $x=3$ ו- $x=7$.
כך שנוצרים השטחים: S_1 ו- S_2 .

- ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:



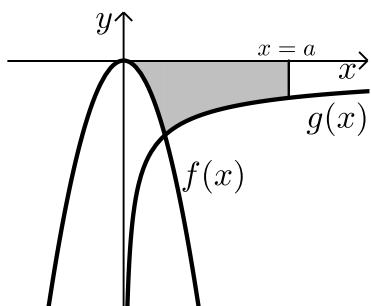
i. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והאנך $x=3$, (S_1) .

ii. היעזר בתוצאה שקיבלת ובסעיף א'

וקבע לכמה שווה השטח S_2 .

נמק את טענתך.

17 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = -6x^2$ ו- $g(x) = -\frac{6}{\sqrt{x}}$



ברביע הרביעי.

מעבירים ישר $x=a$ (פרמטר a) החותך

את גרף הפונקציה $g(x)$ ויוצר את השטח הכלוא

בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר (השטח המסומן).

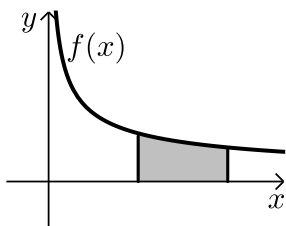
ידוע כי שטח זה שווה ל- $S=14$.

מצא את ערך הפרמטר a .

18 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x\sqrt{x+k}}{\sqrt{x}}$ (k פרמטר).

עבור: $x=1$ מתקיים כי: $f^2(1) = 676$.

- א. מצא את ערך הפרמטר k אם ידוע כי ידוע כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. חשב את השטח כלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והאנך: $x=36$.



19 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{k}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2x}}$ (k פרמטר).

- א. הוכח כי גרף הפונקציה לא חותך את הצירים לכל ערך של k .
- ב. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

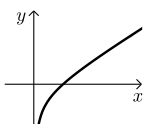
- ג. מעבירים את האנכים: $x=4$, $x=8$ כך שנוצר השטח המסומן. ידוע כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, האנכים וציר ה- x שווה ל: $42\sqrt{2} - 44$. מצא את k .

20 הנגזרת של פונקציה: $f(x)$ היא: $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{6x-5}}$.

ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה הנמצאת על הישר: $18y - 12x = -10$.

- א. מצא את הפונקציה: $f(x)$.
- ב. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = (f(x))^2 + f'(x)$. כתוב את הפונקציה $g(x)$ בצורה מפורשת.
- ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x והאנכים: $x=1$ ו- $x=5$.

תשובות סופיות:

- (1) א.** $k=1$ **ב.** $f(x) = \sqrt{x} - x^2 + 14$
- (2) א.** $k=4$ **ב.** $f(x) = 2x^2 - 2\sqrt{x} - 79$
- (3) א.** $(4,4)$ **ג.** כן - $(9,6)$ **ב.** $f(x) = x - 3\sqrt{x} + 6$
- (4) א.** $k=-2$ **ג.** $(0,0)$, $(16,0)$ **ב.** $f(x) = 8\sqrt{x} - 2x$
- (5) א.** $(4,8)$ **ב.** 48 יח"ש $S =$
- (6) א.** $(1,1)$ **ב.** 11 יח"ש $S =$ **ג.** $\frac{11}{16}$ יח"ש $S =$
- (7) ב.** $k=4$
- (8) א.** $\min(0.5, 1.5)$ **ב.** 1.75 יח"ש $S =$
- (9) א.** $a=13$ **ב.** $(5,0)$ **ג.** 1. $S_1 = 2$
- 2.** לפי $\int_1^{13} \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1 \right) dx = 0$ נקבל כי: $S_1 + S_2 = 0$ ולכן: $S_2 = |-S_1| = 2$
- (10) א.** 1. $x > 0$ **ב.** $(4,0)$ **ג.** 88 יח"ש $S =$
- 3.** הנגזרת היא: $f'(x) = 1 + \frac{4}{x\sqrt{x}} > 0$
- (11) א.** $(16, 16k)$ **ב.** $k=4$
- (12) ב.** $y = -\frac{1}{16}x + \frac{3}{4}$ **ג.** $S = 8\frac{1}{3} - 4\sqrt{3} \approx 1.405$ יח"ש $S =$
- (13) ב.** $k=36$
- (14) א.** $x > -0.5$ **ב.** $\min(-0.375, -2)$ **ג.** $\frac{5}{8}$ יח"ש $S =$
- (15) ב.** $y = 10x - 40$ **ג.** $32\frac{2}{3}$ יח"ש $S =$
- (16) א.** $S = 7$ **ב.** $(4.5, 0)$ **ג.** $\frac{1}{2}$ יח"ש $S_1 =$ **ד.** $\frac{1}{2}$ יח"ש $S_2 =$
- (17) א.** $a=4$
- (18) א.** $k=-27$ **ב.** $(9,0)$ **ג.** להלן גרף:
 
- ד.** 445.5 יח"ש $S =$
- (19) ב.** $k=10$
- (20) א.** $f(x) = \sqrt{6x-5}$ **ב.** $g(x) = 6x - 5 + \frac{3}{\sqrt{6x-5}}$ **ג.** 56 יח"ש $S =$