

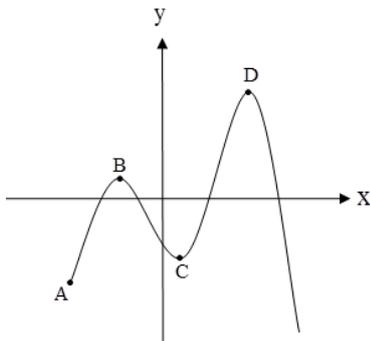
תוכן העניינים:

2	פרק 19
2	חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות
2	חקירת פולינום:
2	נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום):
2	נקודות קיצון מקומיות:
2	מציאת נקודות קיצון מקומיות:
3	שאלות:
5	תשובות סופיות:
7	פונקציה זוגית ואי-זוגית:
7	הגדרות:
7	שאלות:
11	תשובות סופיות:
14	חקירת פונקציות מנה ופונקציות שורש:
14	סעיפי חקירה מלאה של פונקציה:
14	תחום הגדרה של פונקציה:
14	אסימפטוטות:
15	שאלות:
20	תשובות סופיות:
23	חקירת פונקציה עם פרמטר:
23	שאלות:
23	תשובות סופיות:
24	תרגול נוסף:
24	תרגילים העוסקים בפונקציה פולינומית:
35	תשובות סופיות:
40	תרגילים העוסקים בפונקציה רציונאלית:
50	תשובות סופיות:
55	תרגילים העוסקים בפונקצית שורש (אי-רציונאלית):
77	תשובות סופיות:

פרק 19

חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות

חקירת פולינום:



נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום):

מינימום או מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D.

מינימום או מקסימום קצה - A.

מינימום או מקסימום מוחלט - D.

נקודות קיצון מקומיות:

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס. בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית – נקודה כזו נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

מציאת נקודות קיצון מקומיות:

- נגזור את הפונקציה.
- נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- x של הנקודות החשודות כקיצון.
- נציב את ערכי ה- x מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- y .
- נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון על ידי טבלה.

שאלות:

- (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.
- (2) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (3) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (4) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (5) לפונקציה $f(x) = ax - x^3 - 5$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.
 מצא את ערכו של הפרמטר a .
- (6) לפונקציה $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ יש נקודת קיצון ששיעורה $(2, 3)$.
 מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
- (7) לפונקציה $f(x) = ax^3 + bx^2 - 4x$ יש נקודת קיצון ב- $x = -1$ ו- $x = 4$.
 מצא את הפרמטרים ואת שיעור ה- y של שתי נקודות הקיצון.
- (8) לפונקציה $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$ יש נקודות קיצון ששיעוריה $(2, 3)$.
 מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

9 נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

10 נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

11 נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

12 נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

13 נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

1) $\max(5, 25)$

2) א. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$ ב. עולה: $x > 2$, $x < -2$, יורדת: $-2 < x < 2$.

3) א. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ב. עולה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$ יורדת: $0 < x < \sqrt{5}$, $x < -\sqrt{5}$.

4) א. $\min(3, 5)$ ב. עולה: $x > 3$ יורדת: $x < 3$.

5) $a = 3$

6) $a = -1$, $b = 3$

7) $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{3}{2}$, $\left(-1, 2\frac{1}{6}\right)$, $\left(4, -18\frac{2}{3}\right)$

8) $a = 2$, $b = -16$

9) א. כל x ב. $\max(5, 25)$

ג. עלייה: $x < 5$ ירידה: $x > 5$ ד. $(0, 0)$, $(10, 0)$

10) א. כל x ב. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$

ג. עלייה: $x < -2$, $x > 2$ ירידה: $-2 < x < 2$ ד. $(0, 0)$, $(\sqrt{12}, 0)$, $(-\sqrt{12}, 0)$

11) א. כל x ב. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ג. עולה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$ יורדת: $0 < x < \sqrt{5}$ או $x < -\sqrt{5}$

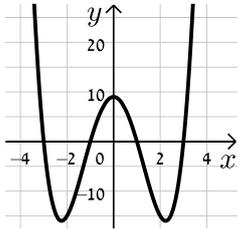
ד. $(0, 9)$, $(\pm 1, 0)$, $(\pm 3, 0)$

12) א. כל x ב. $\min(3, 5)$ ג. עולה: $x > 3$ יורדת: $x < 3$ ד. $(0, 32)$

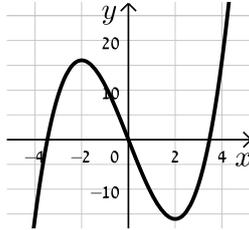
13) א. כל x ב. אין ג. עולה לכל x ד. $(0, 0)$

סקיצות לשאלות החקירה:

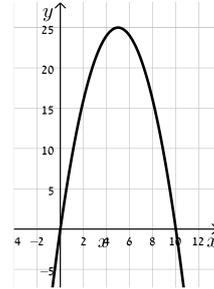
(11)



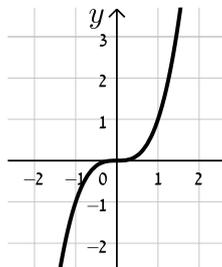
(10)



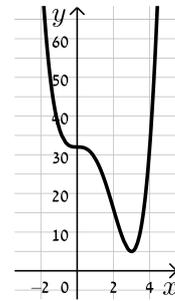
(9)



(13)



(12)



פונקציה זוגית ואי-זוגית:

הגדרות:

- פונקציה $f(x)$ תיקרא זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(x) = f(-x)$.
- פונקציה $f(x)$ תיקרא אי-זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(-x) = -f(x)$.

שאלות:

1) קבע אלו מהפונקציות הבאות הן זוגיות/אי-זוגיות לא זו ולא זו:

ב. $f(x) = 3x^2$

א. $f(x) = 3x - 5$

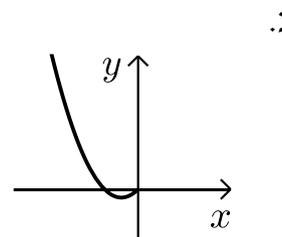
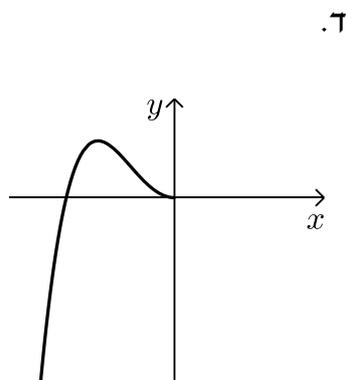
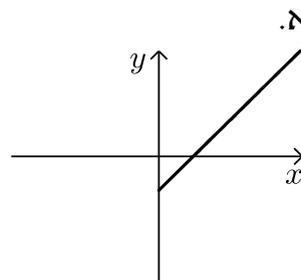
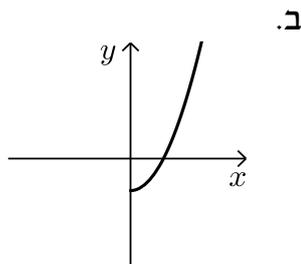
ד. $f(x) = x^3 - 2x^2$

ג. $f(x) = 2x^3$

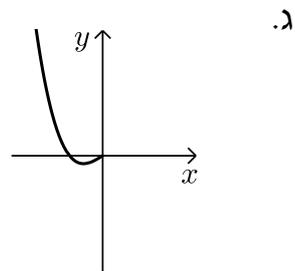
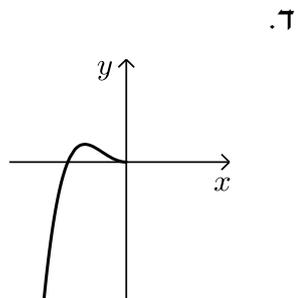
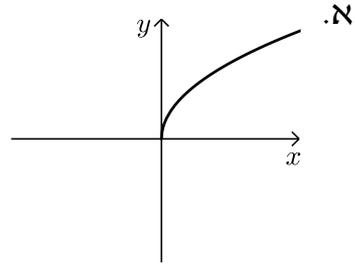
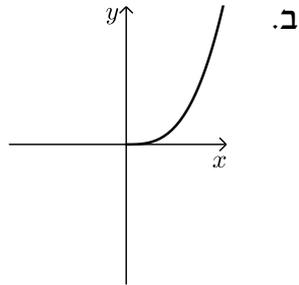
ו. $f(x) = 4x^5 - 3x^3 - 1$

ה. $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$

2) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתתקבל פונקציה זוגית:

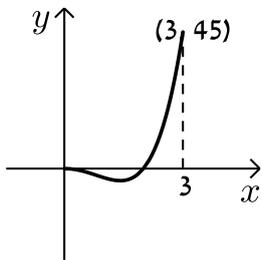


3 הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתתקבל פונקציה אי-זוגית:



4 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x^4 - 4x^2$ בתחום: $[0:3]$.

א. חקור את הפונקציה בתחום הנ"ל לפי הסעיפים הבאים:



- i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את הפונקציה בתחום: $[-3:3]$.
(הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-3:0]$ לגרף שסרטטת בסעיף הקודם).

5) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = x^6 - 3x^2 + 3$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:4]$ לפי הסעיפים הבאים :
תחום הגדרה, מציאת חיתוך עם ציר ה- y , מציאת נקודות קיצון וסיווגן,
כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה בתחום הנ"ל.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זו ולא זו?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שסרטטת
בסעיף א', את עקום הפונקציה בתחום $[-4:0]$.
- ד. הוכח כי הפונקציה חיובית לכל x בתחום הגדרתה.

6) לפניך הפונקציה : $f(x) = -2x^6 + 3x^4 + a$, פרמטר a .

ידוע כי לפונקציה ערך מירבי של 1 .

- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
- ב. חקור את הפונקציה בתחום : $[-2:0]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים,
מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ג. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זה ולא זה?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את גרף הפונקציה
בתחום : $[-2:2]$.

7) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = 3x^3 - 9x$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:5]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים,
מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ב. הוכח כי הפונקציה היא אי-זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את הפונקציה
בתחום : $[-5:5]$ (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-5:0]$
לגרף שסרטטת בסעיף הקודם).

- 8) לפניך הפונקציה הבאה: $f(x) = 5x^3 - 3x^5 + b$, פרמטר b . ידוע כי הישר $y = 2x$ עובר דרך כל הנקודות על גרף הפונקציה שמקיימות: $f'(x) = 0$.
- א. מצא את b וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
- ב. חקור את הפונקציה בתחום: $[0:2]$ לפי הסעיפים הבאים:
- i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. בדוק האם הפונקציה היא זוגית/אי-זוגית או לא זו ולא זו. נמק את קביעתך באמצעות חישוב מתאים.
- ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה של גרף הפונקציה את הגרף בתחום $[-2:0]$.

9) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^7 - x}{3}$

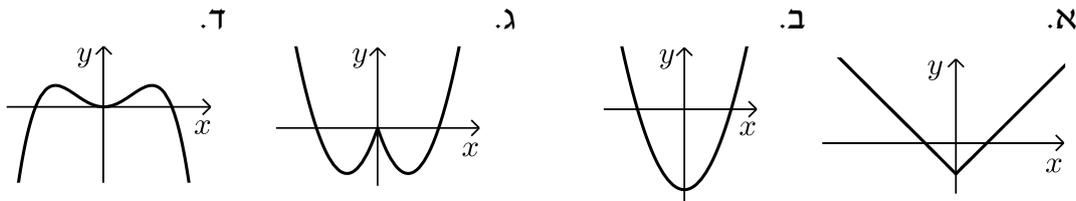
- א. חקור את הפונקציה בתחום: $[-4:0]$ לפי הסעיפים הבאים:
- i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן (בתשובתך השאר עד 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית).
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? או לא זו ולא זו? נמק ע"י חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שעשית את גרף הפונקציה בתחום $[0:4]$.

תשובות סופיות:

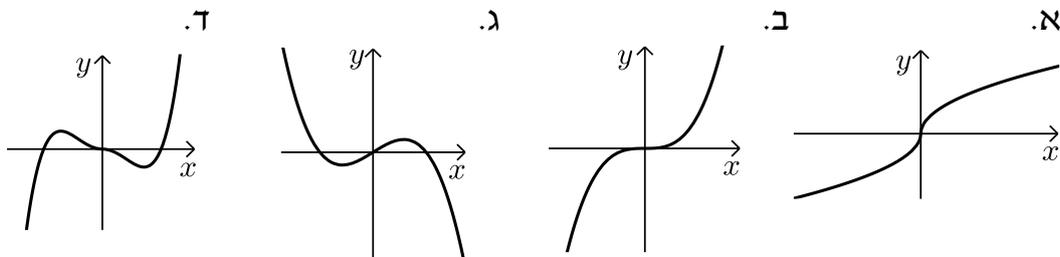
הערה: בסוף התשובות מופיעים כל הסרטוטים לשאלות החקירה במרוכז.

- (1) זוגית: ב', ה'.
 לאי-זוגית: ג',
 לא זו ולא זו: א', ד', ו'.

(2) להלן הגרפים:



(3) להלן הגרפים:



- (4) א. i. $0 \leq x \leq 3$. ii. $(0,0), (2,0)$. iii. $\max(3,45)$ קצה, $\min(\sqrt{2}, -4)$,

ב. סעיף הוכחה. ג. סרטוט בסוף.
 iv. עולה: $\sqrt{2} < x < 3$, יורדת: $0 < x < \sqrt{2}$. v. סרטוט בסוף.

- (5) א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 4$, חיתוך עם ציר ה- y : $(0,3)$,

נקודות קיצון: $\max(4, 4051)$ קצה, $\min(1,1)$, $\max(0,3)$ קצה,
 עולה: $1 < x < 4$, יורדת: $0 < x < 1$, סרטוט בסוף.

ב. זוגית. ג. סרטוט בסוף. ד. הוכחה עפ"י הסרטוט.

- (6) א. $a = 0$. ב. תחום הגדרה: $-2 \leq x \leq 0$, חיתוך עם הצירים: $(-1.225, 0), (0,0)$,

נקודות קיצון: $\min(-2, -80)$ קצה, $\max(-1,1)$, $\min(0,0)$ קצה,
 עולה: $-2 < x < -1$, יורדת: $-1 < x < 0$. סרטוט בסוף.
 ג. זוגית. ד. סרטוט בסוף.

- (7) א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 5$, חיתוך עם הצירים: $(0,0), (\sqrt{3}, 0)$,

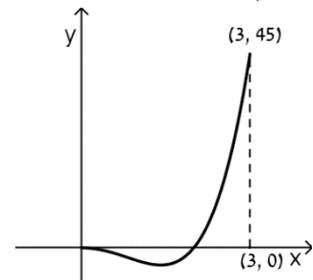
נקודות קיצון: $\max(5, 330)$ קצה, $\min(1, -6)$, $\max(0,0)$ קצה,
 עולה: $1 < x < 5$, יורדת: $0 < x < 1$, סרטוט בסוף.
 ב. אי-זוגית. ג. סרטוט בסוף.

- 8 א. $b=0$ ב. $0 \leq x \leq 2$ ii. $(0,0), (1.29,0)$ iii. $\min(2,-56)$ קצה, $\max(1,2)$,
 iv. $\min(0,0)$ קצה. עולה: $0 < x < 1$, יורדת: $1 < x < 2$. v. סרטוט בסוף.
 ג. אי-זוגית. ד. סרטוט בסוף.
- 9 א. $-4 \leq x \leq 0$ ii. $(-1,0), (0,0)$ iii. $\min(0,0)$ קצה, $\max(-0.723,0.207)$,
 iv. $\min(-4,-5460)$ קצה. עולה: $-4 < x < -0.723$, יורדת: $-0.723 < x < 0$.
 ג. אי-זוגית. ד. סרטוט בסוף. v. סרטוט בסוף.

סרטוטים:

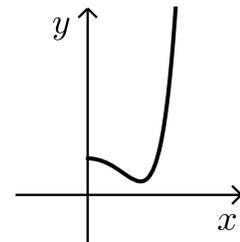
שאלה 4:

סעיף א'

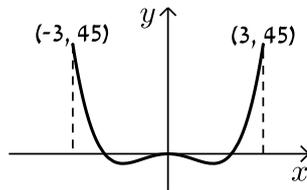


שאלה 5:

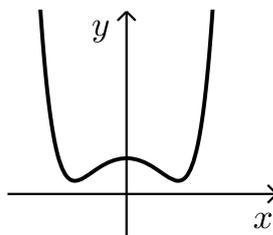
סעיף א'



סעיף ג'

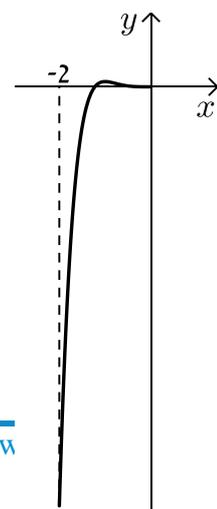


סעיף ג'

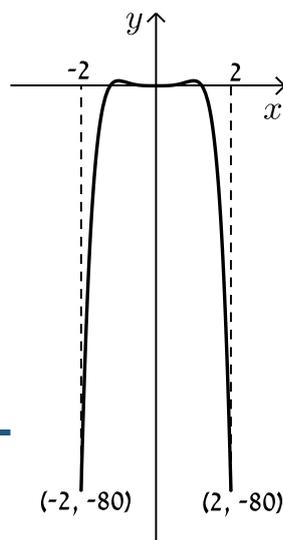


שאלה 6:

סעיף א'

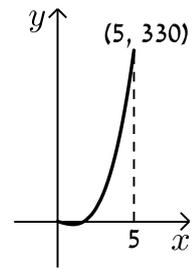


סעיף ג'

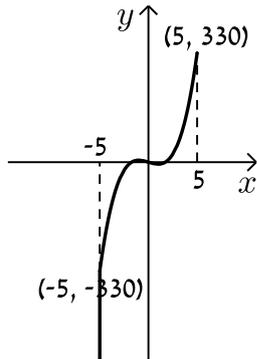


שאלה 7:

סעיף א'

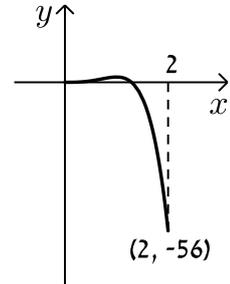


סעיף ג'

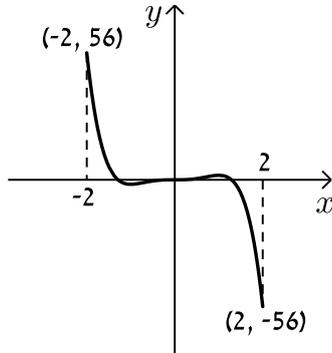


שאלה 8:

סעיף א'

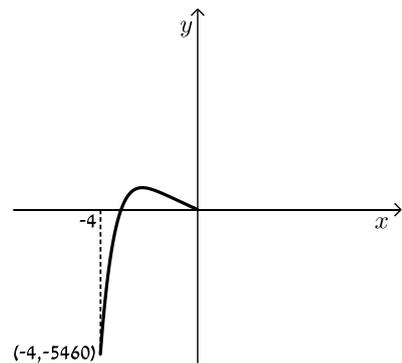


סעיף ד'

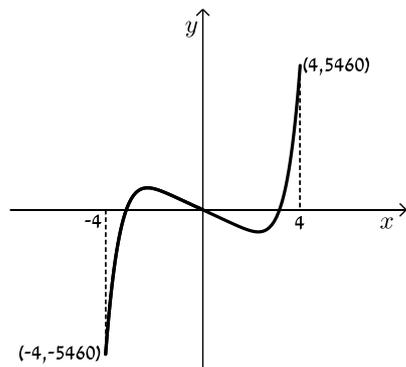


שאלה 9:

סעיף א'



סעיף ג'



חקירת פונקציות מנה ופונקציות שורש:

סעיפי חקירה מלאה של פונקציה:

- תחום הגדרה.
- נקודות קיצון.
- תחומי עלייה וירידה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- שרטוט.

תחום הגדרה של פונקציה:

- כל פולינום מוגדר לכל x .
- בפונקציה עם מכנה, אסור שיתקבל אפס במכנה.
- בפונקציה עם שורש זוגי, אסור שיתקבל מספר שלילי בתוך השורש.

אסימפטוטות:

- **אסימפטוטה אנכית:**
בעבור ערכי x שמאפסים את המכנה, אבל לא את המונה יש אסימפטוטה אנכית.
כאשר ערך x מאפס את המכנה וגם את המונה יש לפרק את המונה והמכנה (על ידי נוסחאות כפל מקוצר או טרינום למשל) ולצמצם.
אם אחרי הצמצום אותו ערך של x עדיין מאפס את המכנה תתקבל אסימפטוטה אנכית, אך אם ערך x זה לא מאפס את המכנה אחרי שצומצם אין אסימפטוטה אנכית אלא נקודת אי הגדרה.

- **אסימפטוטה אופקית:**

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^m + \dots}{bx^n + \dots}$ (יש בפונקציה קו שבר אחד!)

- אם $m > n$, לפונקציה אין אסימפטוטה אופקית.
- אם $m = n$, לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = \frac{a}{b}$.

- אם $m < n$, לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 0$.

שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x$ ב. $f(x) = 4x^3 - x^2 + \frac{x}{2} + 1$

ג. $f(x) = \frac{2x}{x-3}$ ד. $f(x) = \frac{5x^3 + 4x}{x^2 - 1}$

ה. $f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 4x}$ ו. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x - 8}$

ז. $f(x) = \frac{6}{x^2 + 1}$

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{x}$ ב. $f(x) = 2\sqrt{x-3}$

ג. $f(x) = 3x\sqrt{1-2x}$ ד. $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x+4}}$

ה. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 10}$ ו. $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^3 - 9x}}$

ז. $f(x) = \frac{x+1}{x - \sqrt{2-x}}$

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 10x + 9}$.

- א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

(4) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4x - 12$.

(5) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$.

6 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{5x^2+1}{x^2-9}$

7 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2-5x+2}{1+3x^2}$

8 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{3x}{x^2-2x-15}$

9 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x^3}$

10 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{6x^3-5x+1}{1+2x^2}$

11 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+b}{x-b}$

12 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

ואת נקודת אי ההגדרה שלה.

13 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2-7x+12}$

ואת נקודת אי ההגדרה שלה.

14 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+6x-16}{x-2}$

ואת נקודת אי ההגדרה שלה.

15 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{2x^2-4x}$

ואת נקודת אי ההגדרה שלה.

16 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

17 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$.

18 מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$.

19 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2+1}{ax^2-x+b}$. לפונקציה אסימפטוטה אופקית שמשוואתה

$y = 2$ ואסימפטוטה אנכית שמשוואתה $x = -1$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

20 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+8}{x+b\sqrt{x}}$.

הפונקציה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה בנקודה $(16, 2)$.

מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

21 נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \frac{1}{x}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

22 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

23 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x}{x^2-5x+4}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(24) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(25) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x^2 - 10x + 6}{3x^2 - 10x + 3}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
ו. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x-3}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(27) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-4)\sqrt{x-1}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(28) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{6-x}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(29) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{x^2+3}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(30) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

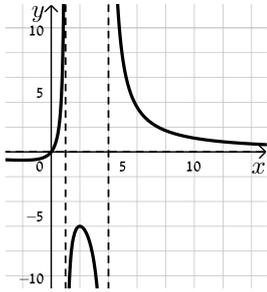
תשובות סופיות:

- (1) א. כל x ב. כל x ג. $x \neq 3$ ד. $x \neq \pm 1$ ה. $x \neq 0, 2, -2$
 ו. $x \neq 4, -2$ ז. כל x
- (2) א. $x \geq 0$ ב. $x \geq 3$ ג. $x \leq \frac{1}{2}$ ד. $x > -4$ ה. $x \geq 2$ או
 $x \leq -5$
 ו. $x > 3$ או $-3 < x < 0$ ז. $x \leq 2$ וגם $x \neq -2, 1$
- (3) א. $\min\left(-3, -\frac{3}{8}\right), \max\left(3, -1\frac{1}{2}\right)$
 ב. תחומי עלייה: $-3 < x < 3$ וגם $x \neq 1$, תחומי ירידה: $3 < x \neq 9$ או $x < -3$.
- (4) אין.
- (5) אופקית: $y = 3$ אנכית: $x = 2$.
- (6) אופקית: $y = 5$ אנכית: $x \pm 3$.
- (7) אופקית: $y = \frac{2}{3}$.
- (8) אופקית: $y = 0$, אנכית $x = 5$, $x = -3$.
- (9) $x = 0, y = 0$.
- (10) אין.
- (11) אופקית: $y = a$, אנכית: $x = b$.
- (12) אופקית: $y = 1$ אנכית: $x = 1$, נקודת אי הגדרה: $(2, 4)$.
- (13) אופקית: $y = 1$ אנכית: $x = 4$, נקודת אי הגדרה: $(3, -2)$.
- (14) אין, לפונקציה יש נקודת אי הגדרה ששיעוריה הם $(2, 10)$.
- (15) אופקית: $y = \frac{1}{2}$ אנכית: $x = 2$. נקודת אי הגדרה: $(0, 0)$.
- (16) $x = 0, y = 0$
- (17) $x = -1, y = 0$
- (18) אופקית: $y = 0$, אנכית: $x = 2$.
- (19) $b = -3, a = 2$
- (20) $b = 1, a = 2$
- (21) א. $x \neq 0$ ב. $\min(1, 2), \max(-1, -2)$
 ג. תחומי עלייה: $x > 1$ או $x < -1$, תחומי ירידה: $-1 < x < 1$, $x \neq 0$ ד. אין.

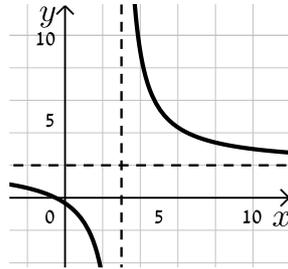
- (22)** א. $x \neq 3$ ב. אין. ג. הפונקציה יורדת בכל ת.ה.
- ד. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right), \left(0, -\frac{1}{3}\right)$. ה. $y = 2, x = 3$.
- (23)** א. $x \neq 1, x \neq 4$ ב. $\min\left(-2, -\frac{2}{3}\right), \max(2, -6)$
- ג. תחומי עלייה: $-2 < x < 2, x \neq 1$, תחומי ירידה: $2 < x \neq 4$ או $x < -2$
- ד. $(0, 0)$
- (24)** א. כל x ב. $\min\left(1, -\frac{1}{2}\right), \max\left(-3, 1\frac{1}{2}\right)$
- ג. תחומי עלייה: $x > 1$ או $x < -3$, תחומי ירידה: $-3 < x < 1$
- ד. $(3, 0), (0, 0)$. ה. $y = 1$.
- (25)** א. $x \neq \frac{1}{3}, x \neq 3$ ב. $\min\left(-1, 1\frac{3}{8}\right), \max\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
- ג. תחומי עלייה: $-1 < x < 1$ וגם $x \neq \frac{1}{3}$ תחומי ירידה: $1 < x \neq 3$ או $x < -1$
- ד. $(0, 2)$. ה. $x = 3, x = \frac{1}{3}, y = 2$.
- (26)** א. $x \geq 3$ ב. $\min(3, 0)$
- ג. הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה
- ד. $(3, 0)$.
- (27)** א. $x \geq 1$ ב. $\max(1, 0), \min(2, -2)$ קצה
- ג. תחומי עלייה: $x > 2$, תחומי ירידה: $1 < x < 2$
- ד. $(1, 0), (4, 0)$.
- (28)** א. $x \leq 6$ ב. $\min(6, 0), \max(4, 4\sqrt{2})$ קצה
- ג. עולה: $x < 4$, יורדת: $4 < x < 6$
- ד. $(0, 0), (6, 0)$.
- (29)** א. $x \geq 0$ ב. $\min(0, 0), \max(1, 1)$ קצה
- ג. עולה: $0 < x < 1$, יורדת: $x > 1$
- ד. $(0, 0)$.
- (30)** א. $-3 \leq x \leq 3$ וגם $x \neq 0$ ב. $\max(-3, 0)$ קצה, $\min(3, 0)$ קצה
- ג. עולה: אף x , יורדת: $-3 \leq x \leq 3, x \neq 0$ ד. $(-3, 0), (3, 0)$. ה. $x = 0$.

סקיצות לשאלות החקירה:

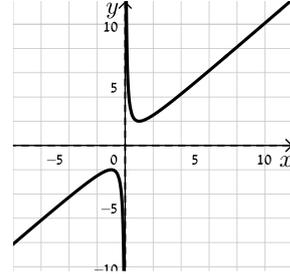
(23)



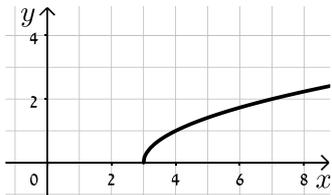
(22)



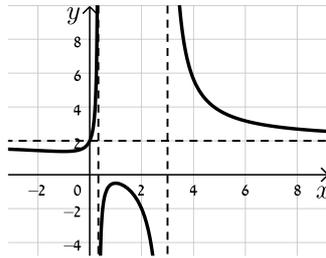
(21)



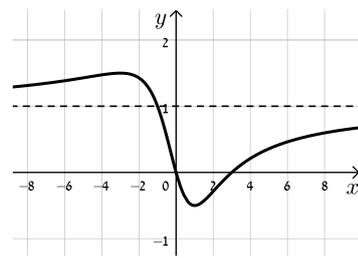
(26)



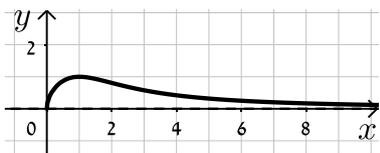
(25)



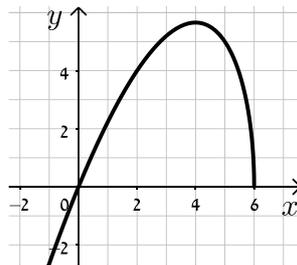
(24)



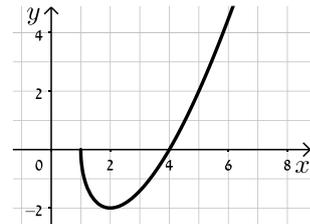
(29)



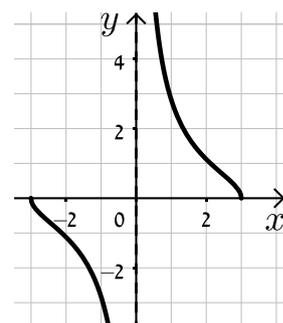
(28)



(27)



(30)



חקירת פונקציה עם פרמטר:

סיווג נקודות קיצון באמצעות "y :

אם הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת קיצון אז :

- אם $f''(x_1) > 0$ הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת מינימום.
- אם $f''(x_1) < 0$ הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת מקסימום.

שאלות:

(1) מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה : $f(x) = x^3 - 12x$.

(2) מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה : $f(x) = x^2 - 6x - 16$.

(3) מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה : $f(x) = x^3 - 3b^2x$, $b > 0$ פרמטר. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{a^2 + x^2}$ ($a > 0$). חקור לפי הסעיפים הבאים :

- מצאיאת תחום ההגדרה.
- מצאיאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאיאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

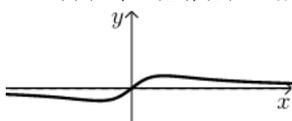
תשובות סופיות:

(1) $\min(2, -16), \max(-2, 16)$

(2) $\min(3, -25)$

(3) $\min(b, -2b^3), \max(-b, 2b^3)$

(4) א. כל x . ב. $\max\left(a, \frac{1}{a}\right), \min\left(-a, -\frac{1}{a}\right)$. ג. תחומי עלייה : $-a < x < a$ תחומי ירידה :



ד. $(0, 0)$ או $x < -a$ או $x > a$. ה. אסימפטוטה אופקית : $y = 0$

תרגול נוסף:

*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.

תרגילים העוסקים בפונקציה פולינומית:

תרגילים העוסקים בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = x^3 - 4x^2 + 4x + 3$ (3)	$y = (x-1)^2$ (2)	$y = x^2$ (1)
$y = x^2(2x+1)^2$ (6)	$y = (x^2-1)(x^2+3)$ (5)	$y = 3x^3 - 3x$ (4)
$y = \frac{4x^2 - 2x + 6}{2}$ (9)	$y = \frac{5}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{2}x$ (8)	$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$ (7)
$y = \frac{x(x+7)^2}{2}$ (12)	$y = x^4 + 1 + \frac{x^3 + 9x}{3}$ (11)	$y = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x - 9}{5}$ (10)
$y = (4x-5)^4$ (15)	$y = (3x+2)^8$ (14)	$y = (x-1)^6$ (13)

תרגילים העוסקים במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל: $f'(x_0) = m$.

(16) חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

$x = 7, f(x) = x^3 + 5x^2 - 5x$.ב	$x = 1, f(x) = 2x^2 - x$.א
$x = 2, f(x) = \frac{x^5 - 15x^3 + 20x + 4}{5}$.ד	$x = -1, f(x) = x(4x-3)^3$.ג
$x = -1, f(x) = x(x-3)(x^2+1)$.ו	$x = 0, f(x) = \frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4}$.ה

(17) לפניך מספר פונקציות. לכל פונקציה מצא את שיעורי הנקודות עבורם שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

$m = 0, f(x) = x(x-2)^2$.ב	$m = 13, f(x) = 5x^2 + 3x$.א
$m = 6, f(x) = (x^2 + 6)(x-2)$.ד	$m = 20, f(x) = 2x^3 + 14x$.ג

(18) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = 3x^2 - x - 2$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y = 5x + 2$.
- ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = x^3 + 3x^2 + 2x$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y + x = 3$.

(19) נתונה הפונקציה הבאה: $y = 3x^2 - 12x$.

הראה כי שיפוע המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x הם מספרים נגדיים ומצא את הזוויות שכל משיק יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

תרגילים העוסקים במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$,

כאשר: (x_1, y_1) - נקודת ההשקה ו- m שיפוע המשיק.

(20) מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

- | | |
|--|--|
| א. $x = 3, y = x^2 - 4x - 5$ | ב. $x = -1, y = x^3 - 4x$ |
| ג. $x = 0, y = x(x + 5)^2$ | ד. $x = 1, y = 3x^4 + 4x^3 + 5x$ |
| ה. $x = -3, y = \frac{x^3 + 6x^2 - 9x}{3}$ | ו. $x = 1, y = \frac{4x^7}{7} - \frac{2x^{10}}{5}$ |
| ז. $x = 0, y = (3x^2 - 4)(6 - x)$ | ח. $x = 2, y = x(x - 1)(3x + 8)$ |

(21) נתונה הפונקציה: $y = x^3 - 3x + 12$. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

(22) נתונה הפונקציה: $y = x^2 - 7x + 10$. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה העוברים דרך נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

(23) נתונה הפונקציה: $y = 2x^2 + 5x + 3$ ונתון הישר: $y = 4x + 4$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
- ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

24 נתונה הפונקציה: $y = 4x^3$ ונתון הישר: $y = 4x$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

25 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 3x - 4$ ו- $g(x) = 5x - x^2$.

- א. מצא את משוואות המשיקים לכל הפונקציה העוברים דרך הנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף הקודם.

26 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

- א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים בנקודות החיתוך.

תרגילים העוסקים במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:

27 ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x^2 + x + 3$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו: $m = 9$.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + 2x^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = -1$.

ג. נתונה הפונקציה: $f(x) = x(x+4)^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = 0$.

28 ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 12x + 4$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר: $y = 44x + 1$.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$.

המקבילים לישר: $3y - 12x = 5$.

(29) ענה על הסעיפים הבאים :

א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה : $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 4x + 1$ בעלי שיפוע 2.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה : $y = -2x^3 - 3x^2 + 10x + 3$ ששיפועם הוא : $m = -2$.

תרגילים עם פרמטרים :

(30) נתונה הפונקציה : $y = ax^2 + 4x + 5$.
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$ הוא 8.
מצא את a .

(31) נתונה הפונקציה : $y = x^2 + a$.
ידוע כי לגרף הפונקציה יש משיק שמשוואתו : $y = 2x - 2$.
א. מצא את נקודת ההשקה.
ב. מצא את a .

(32) נתונה הפונקציה : $y = x^3 + 6x^2 + ax$.
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא 5.
מצא את a וכתוב את הפונקציה.

(33) נתונה הפונקציה : $y = \frac{x^2}{A} + 8x + 20$.
ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא : $y = 12x + 24$.
א. מצא את A .
ב. מצא את משוואת המשיק העובר דרך נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה- x .
ג. מצא את הזווית החדה שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם ציר ה- x .

(34) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = (x-1)(x^2 + a)$.
ידוע כי : $f'(1) = 2$. מצא את a .

35 נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{x^4}{A} + 2x^3 + 4x^2 + 4$

א. ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ מקביל לציר ה- x . מצא את A .

ב. האם יש לגרף הפונקציה משיקים נוספים המקבילים לציר ה- x ? אם כן, מצא את המשוואות שלהם.

36 נתונה הפונקציה : $f(x) = x^5 + Bx^3 + 4x$

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לישר : $y = 24x$.
א. מצא את B .

ב. כתוב את משוואת המשיק.

ג. האם יש משיק נוסף לגרף הפונקציה המקביל לישר $y = 24x$? במידה וכן מצא את משוואתו.

37 נתונה הפונקציה : $f(x) = Ax^2 + Bx + 5$

ידוע כי : $f(1) = 12$ וגם : $f'(1) = 8$.

מצא את A ו- B .

38 נתונה הפונקציה : $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + Ax + C$

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה : $y = 5$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודה זו הוא 4. מצא את A ו- C .

39 נתונה הפונקציה : $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + 8$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = -2$ היא : $y = 12x + 28$. מצא את A ו- B .

40 נתונה הפונקציה : $f(x) = Ax^4 + Bx^2 + 10$. שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, 18)$ הוא 18.

א. מצא את A ו- B .

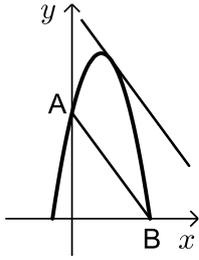
ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- x .

41 נתונות הפונקציות : $f(x) = 3x^2 + Ax$ ו- $g(x) = x^2 + B$

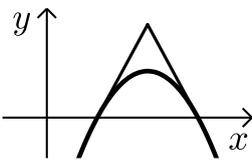
ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה : $x = 1$ ולשתיהן יש את אותו השיפוע בנקודה שבה $x = -0.25$. מצא את A ו- B .

- 42 נתונות הפונקציות: $f(x) = Ax^2 + 10x$ ו- $g(x) = x^2 + Bx - 16$.
ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה: $x = -1$.
כמו כן לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע בעבור $x = -8.5$.
מצא את A ו-B.

תרגילים שונים – שימושי הנגזרת:



- 43 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 6x + 16$.
הנקודה A היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y והנקודה B היא נקודת החיתוך החיובית של הפונקציה עם ציר ה-x.
א. מצא את משוואת המיתר העובר דרך הנקודות A ו-B.
ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם.
ג. מצא את הזווית שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

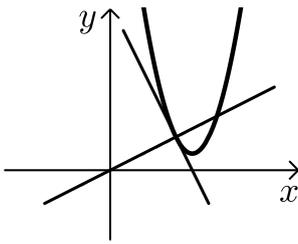


- 44 נתונה הפרבולה: $f(x) = -x^2 + 8x - 12$.
א. מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.
ב. דרך נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה-x מעבירים משיקים. מצא את משוואות המשיקים הללו.
ג. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.
ד. חשב את שטח המשולש הנוצר בין שני המשיקים וציר ה-x.
ה. חשב את זווית המשולש הנוצר בין המשיקים וציר ה-x, איזה משולש זה?

- 45 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 27x$.
א. מצא את שיעורי הנקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה-x.
ב. כתוב את משוואות המשיקים העוברים דרך הנקודות שמצאת.
ג. חשב את שטח המלבן הנוצר בין שני המשיקים שמצאת והאנכים לציר ה-x היוצאים מנקודות ההשקה.

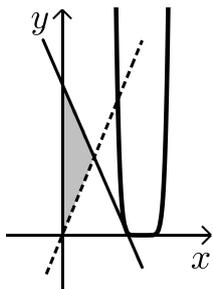
(46) נתונות הפונקציות: $f(x) = 8 - x^2$ ו- $g(x) = Ax^2 + 15.5x - 1$.
ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה: $x = 1$.
א. מצא את A.

ב. הראה כי המשיקים לכל פונקציה בנקודת החיתוך שבה $x = 1$ מאונכים זה לזה.
(תזכורת: השיפועים m_1, m_2 של שני ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$ - מכפלתם שווה ל-1).



(47) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 2x^2 - 10x + 13$.
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = 2$.
ב. מצא את משוואת הנורמל לפונקציה העובר דרך נקודת ההשקה של המשיק שמצאת.
ג. חשב את שטח המשולש הנוצר בין הנורמל, המשיק והצירים. (היעזר באיור).

(48) נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^2 - 6x + 9$. שיפוע הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$ הוא אפס.
א. מצא את A.
ב. הראה כי הפונקציה משיקה לציר ה- x .
ג. מעבירים את הישר $y = 1$ החותך את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.
מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם הישר.



(49) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x - 5)^8$.
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = 2$.
ב. מצא את נקודת החיתוך של משיק זה עם הישר $y = 17x$.
ג. חשב את שטח המשולש שנוצר בין המשיק, הישר וציר ה- y (ראה איור).
ד. חשב את זוויות המשולש הנ"ל (היעזר בשיפועי הישר והמשיק).

50 נתונה הפונקציה: $f(x) = a(x-b)^2$, $a, b \neq 0$.

ידוע כי ערך הנגזרת הוא אפס כאשר $x=1$.

כמו כן הישר $y = 6x - 9$ משיק לפונקציה בנקודה שבה: $x=2$.

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לגרף הפונקציה $f(x)$

ולגרף הפונקציה: $g(x) = 7.5(x-1)^3 + \frac{16}{225}$.

תרגילים העוסקים במציאת נקודות קיצון לפי הכלל: $f'(x) = 0$,

סיווג ומציאת תחומי עלייה וירידה:

51 מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

א. $y = x^2 - 6x + 8$ ב. $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 8$

ג. $y = x(x+3)^2$ ד. $y = x^5 + 80x$

ה. $y = \frac{x^5}{5} - \frac{26x^3}{3} + 25x$

52 לפניך מספר פונקציות. רשום בעבור כל פונקציה את תחומי העלייה והירידה שלה:

א. $y = x^2 - 7x + 10$ ב. $y = x^3 - 12x$

ג. $y = x^2(x-1)$ ד. $y = 16 - x^2 + 2x^4$

ה. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ ו. $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 15x}{3}$

ז. $y = (2x-5)^6$ ח. $y = (4-x)^7$

53 נתונה הפונקציה הבאה: $y = x^4 - 3x^3 + 4x$.

א. הראה כי הנקודה שבה: $x=2$ היא נקודת קיצון.

ב. כתוב את הנגזרת השנייה של הפונקציה.

ג. קבע על פי הנגזרת השנייה את סוג הקיצון של נקודה זו.

54 נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 6x^2$.

א. הראה כי יש לפונקציה נקודת קיצון על ציר ה- x וקבע את סוגה.

ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וכתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

55) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מצא את הערך הגדול ביותר של הפונקציה : $y = 27 - x^2$.
 ב. מצא את הערך הקטן ביותר של הפונקציה : $y = x^4 - 8x^2 + 10$.

56) נתונה הפונקציה : $y = 4x^3 + x$.

- א. הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.
 ב. הראה כי הפונקציה עולה תמיד.
 ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תרגילים העוסקים במציאת נקודות קיצון מוחלטות כאשר נתונה פונקציה בקטע מסוים :

57) מצא את נקודות הקיצון המוחלטות בעבור כל פונקציה בתחום הנתון לידה :

- א. $1 \leq x \leq 7, y = x^2 - 2x$.
 ב. $-4 \leq x \leq 4, y = 16 - x^2$.
 ג. $-2 \leq x \leq 4, y = x^3 - 3x^2 - 9x$.
 ד. $-1 \leq x \leq 5, y = -x^3 + 7.5x^2 - 12x$.
 ה. $-6 \leq x \leq 6, y = x^4 - 50x^2 + 3$.

58) נתונה הפונקציה : $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 6$ בתחום הסגור : $[0, 5]$.

- א. מצא את נקודות קיצון הקצה בתחום הסגור הנ"ל.
 ב. מצא את נקודות הקיצון המקומיות בתחום הנ"ל.
 ג. קבע אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות.

59) נתונה הפונקציה : $f(x) = x^3 - 36x$ בתחום : $[-8, 6]$.

- א. מצא את שיעורי נקודות קיצון הקצה בתחום הנתון.
 ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון המקומיות.
 ג. מצא אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות בתחום הנתון.

תרגילים העוסקים בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית:

60 חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- i. תחום הגדרה.
- ii. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- iii. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $y = x^2 - 8x + 12$	ב. $y = x^3 - 12x$
ג. $y = x(x+8)^2$	ד. $y = x(x-12)(2x-9)$
ה. $y = x^4 - 4x$	ו. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$
ז. $y = (3x-1)^6$	ח. $y = (6-x)^8$

תרגילים שונים העוסקים בחקירות:

61 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את הנקודות המקיימות $f'(x) = 0$.
- ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

62 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + a$. ידוע כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

63 נתונה הפונקציה: $y = (x-2)(x+1)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

64 נתונה הפונקציה: $y = (x-3)(2-x)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

65 נתונה הפונקציה: $y = 2x^2(x+a)^2$, $a > -6$. ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 4$.

- א. מצא את הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
- ב. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון? אם כן, מצא אותן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה וכתוב את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

66 לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + kx$ מעבירים משיק $y = 31x + 6$

החותך אותו בנקודה שבה $x = 6$.

- א. מצא את k .
- ב. מצא את נקודת ההשקה של המשיק עם הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון?
- ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

67 נתונה הפונקציה: $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$.

ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את d .
- ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

68 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3(3x-5)^4$.

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
 ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

- (1) $y' = 2x$ (2) $y' = 2x - 2$ (3) $y' = 3x^2 - 8x + 4$
- (4) $y' = 9x^2 - 3$ (5) $y' = 4x^3 + 4x$ (6) $y' = 16x^3 + 12x^2 + 2x$
- (7) $y' = x + \frac{1}{3}$ (8) $y' = 5x^6 - 4x^4 + \frac{1}{2}$ (9) $y' = 4x - 1$
- (10) $y' = \frac{3x^2 - 6x - 6}{5}$ (11) $y' = 4x^3 + x^2 + 3$ (12) $y' = \frac{3x^2 + 28x + 49}{2}$
- (13) $y' = 6(x-1)^5$ (14) $y' = 24(3x+2)^7$ (15) $y' = 16(4x-5)^3$
- (16) א. 3 ב. 212 ג. -931 ד. -16 ה. 0 ו. -18
- (17) א. (1,8) ב. $(2,0)\left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27}\right)$ ג. $(-1,-16)$ ד. $(0,-12)\left(\frac{4}{3}, -5\frac{5}{27}\right)$
- (18) א. (1,0) ב. (-1,0)
- (19) $m = \pm 12, 94.76^\circ, 85.24^\circ$
- (20) א. $y = 2x - 14$ ב. $y = -x + 2$ ג. $y = 25x$ ד. $y = 29x - 17$ ה. $y = -6x$
- ו. $y = \frac{6}{35}$ ז. $y = 4x - 24$ ח. $y = 48x - 68$
- (21) $y = -3x + 12$
- (22) $y = -3x + 6, y = 3x - 15$
- (23) א. (0.5,6), (-1,0) ב. $y = x + 1, y = 7x + 2.5$
- (24) א. (0,0), (1,4), (-1,-4) ב. $y = 0, y = 12x + 8, y = 12x - 8$
- (25) א. $y = 5x - 5, y = 3x + 1$ ב. (3,10)
- (26) א. (0,3), (1,3), (3,3) ב. $y = 3x + 3, y = -2x + 5, y = 6x - 15$

- $y = 0, y = -9\frac{13}{27}$.ג $y = -x, y = -x - \frac{4}{27}$.ב $y = 9x - 1$.א (27)
- $y = 4x - 4, y = 4x + 5\frac{13}{27}$.ב $y = 44x - 44$.א (28)
- $y = -2x + 10, y = -2x - 17$.ב $y = 2x - 9, y = 2x + 4.5$.א (29)
- $a = 1$ (30)
- -1 .ב $(1, 0)$.א (31)
- $a = 5, y = x^3 + 6x^2 + 5x$ (32)
- $.85.24^\circ$.ג $y = -12x + 120$.ב -1 .א (33)
- $a = 1$ (34)
- $y = 4$: כן .ב $A = 4$.א (35)
- $y = 24x + 14$: כן .ג $y = 24x - 14$.ב $B = 5$.א (36)
- $A = 1, B = 6$ (37)
- $A = 4, C = 5$ (38)
- $A = 2, B = 3$ (39)
- $A = 1, B = 7$.א (40)
- $A = 1, B = 3$ (41)
- $A = 2, B = -7$ (42)
- $.116.57^\circ$.ג $y = -2x + 32$.ב $y = -2x + 16$.א (43)
- 16 .ד $(4, 8)$.ג $y = -4x + 24, y = 4x - 8$.ב $(2, 0), (6, 0)$.א (44)
- $.75.96^\circ, 75.96^\circ, 28.08^\circ$.ה
- $.648$.ג $y = \pm 54$.ב $(3, -54), (-3, 54)$.א (45)
- $A = -7.5$.א (46)
- $.1.25$.ג $y = 0.5x$.ב $y = -2x + 5$.א (47)
- $y = -2x + 5, y = 2x - 7$.ג $A = 1$.א (48)
- $.3.58^\circ, 3.37^\circ, 173.06^\circ$.ד $.16.5$.ג $(1, 17)$.ב $y = -16x + 33$.א (49)

50 א. $a = 3, b = 1$ ב. $y = \frac{8}{5}x - \frac{136}{75} = 1.6x - 1.813$

51 א. $(3, -1)$ ב. $(-\frac{1}{3}, 8\frac{14}{27}), (3, -10)$ ג. $(-3, 0), (-1, -4)$

ד. אין קיצון. ה. $(-1, -16\frac{8}{15}), (1, 16\frac{8}{15}), (-5, 333\frac{1}{3}), (5, -333\frac{1}{3})$

52 א. עולה: $x > 3.5$ יורד: $x < 3.5$ ב. עולה: $x < -2, x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$

ג. עולה: $x < 0, x > \frac{2}{3}$ יורד: $0 < x < \frac{2}{3}$

ד. עולה: $-0.5 < x < 0, x > 0.5$ יורד: $0 < x < 0.5, x < -0.5$

ה. עולה: $x < -1, x > 2$ יורד: $-1 < x < 2$ ו. עולה לכל x .

ז. עולה: $x > 2.5$ יורד: $x < 2.5$ ח. יורד לכל x .

53 ב. $f''(x) = 12x^2 - 18x$ ג. מינימום.

54 א. $\min(0, 0)$ ב. $\max(-4, 32)$ עולה: $x < -4, x > 0$ יורד: $-4 < x < 0$

ג. חיובית: $-6 < x < 0, x > 0$ שלילית: $x < -6$.

55 א. 27 ב. -6

56 ג. חיובית: $x > 0$ שלילית: $x < 0$.

57 א. $\min(1, -1)$ מוחלט. $\max(7, 35)$ מוחלט.

ב. $\min(\pm 4, 0)$ מוחלט. $\max(0, 16)$ מוחלט.

ג. $\min(3, -27)$ מוחלט. $\max(-1, 5)$ מוחלט.

ד. $\min(1, -5.5)$ מוחלט. $\max(-1, 20.5)$ מוחלט.

ה. $\min(\pm 5, -622)$ מוחלט. $\max(0, 3)$ מוחלט.

58 א. $\max(0, -6), \min(5, -26)$ ב. $\max(3, -6), \min(1, -10)$

ג. $\min(5, -26)$ מוחלט, $\max(0, -6), \max(3, -6)$ מוחלטים.

59 א. $\max(6, 0), \min(-8, -224)$ ב. $\max(3.464, -83.13), \min(-3.464, 83.13)$

ג. $\min(-8, -224), \max(-3.464, 83.13)$.

60 תשובות עבור סעיפים i-iv:

א.i. כל x ii. $\min(4, -4)$ iii. עולה: $x > 4$ יורד: $x < 4$

iv. $(0, 12), (6, 0), (2, 0)$

ב.i. כל x ii. $\max(-2, 16), \min(2, -16)$

iii. עולה: $x < -2, x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$. iv. $(0,0), (\pm 3.464, 0)$.

ג. i. כל x . ii. $\max(-8, 0), \min\left(-2\frac{2}{3}, -75\frac{23}{27}\right)$.

iii. עולה: $x < -8, x > -2\frac{2}{3}$ יורד: $-8 < x < -2\frac{2}{3}$. iv. $(0,0), (-8,0)$.

ד. i. כל x . ii. $\max(2, 100), \min(9, -243)$.

iii. עולה: $x < 2, x > 9$ יורד: $2 < x < 9$. iv. $(0,0), (12,0), (4.5,0)$.

ה. i. כל x . ii. $\min(1, -3)$. iii. עולה: $x > 1$ יורד: $x < 1$.

iv. $(0,0), (1.587,0)$.

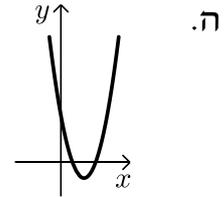
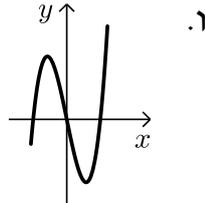
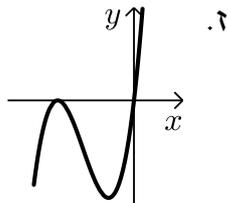
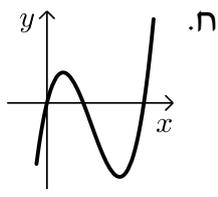
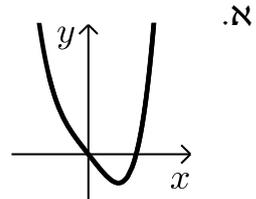
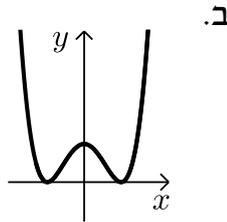
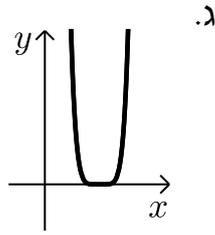
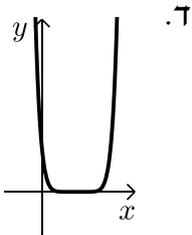
ו. i. כל x . ii. $\min(\pm 1, 0), \max(0, 0.25)$.

iii. עולה: $x > 1, x < -1$ יורד: $-1 < x < 1, 0 < x < 1$. iv. $\min(\pm 1, 0), \max(0, 0.25)$.

ז. i. כל x . ii. $\min\left(\frac{1}{3}, 0\right)$. iii. עולה: $x > \frac{1}{3}$ יורד: $x < \frac{1}{3}$. iv. $\left(\frac{1}{3}, 0\right), (0,1)$.

ח. i. כל x . ii. $\min(6, 0)$. iii. עולה: $x > 6$ יורד: $x < 6$. iv. $(6,0), (0,6)$.

סקיצות עבור שאלה 60:



61) א. $a = -3$. ב. $(1,4)$. ג. לא. ד. עולה בכל תחום הגדרתה חוץ מ- $x=1$.

62) א. $a = 0$. ב. $\min(-2, -4), \max\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{256}\right), \min(0,0)$.

ג. עולה: $x > 0, -2 < x < -\frac{1}{4}$ יורדת: $-\frac{1}{4} < x < 0, x < -2$.

63) א. $\max(-1,0), \min(1,-4)$. ב. עולה: $x < -1, x > 1$ יורדת: $-1 < x < 1$.

ג. $(-1,0), (2,0), (0,-2)$. ה. חיובית: $x > 2$ שלילית: $-1 < x < 2, x < -1$.

64 א. $\max(2,0)$, $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{4}{27}\right)$. ב. עולה: $x > 2\frac{2}{3}$, $x < 2$, יורדת: $2 < x < 2\frac{2}{3}$.

ג. $(3,0)$, $(2,0)$, $(0,-12)$.

65 א. $y = 2x^2(x-4)^2$, $a = -4$. ב. $(0,0)$, $(2,32)$, $(4,0)$.

ג. עולה: $0 < x < 2$, $x > 4$, יורדת: $2 < x < 4$. ד. $(4,0)$, $(0,0)$.

ה. חיובית: $x \neq 0,4$.

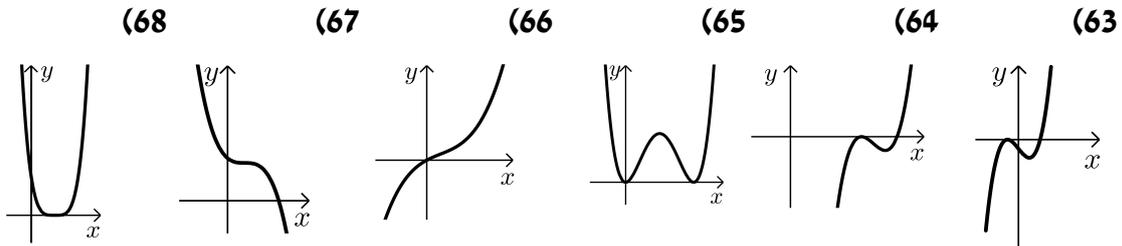
66 א. $k = 20$. ב. $(-1,-25)$. ג. $(0,0)$. ד. לא. ה. עולה בכל תחום הגדרתה.

67 א. $d = 8$. ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה. ד. $(0,8)$.

68 א. $\min\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$. ב. עולה בתחום: $x > 1\frac{2}{3}$. יורדת בתחום: $x < 1\frac{2}{3}$.

ג. $\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$, $(0,1875)$.

סקיצות של שאלות 63-68:



תרגילים העוסקים בפונקציה רציונאלית:

תרגילים העוסקים בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = \frac{x}{6} + \frac{6}{x}$ (3)	$y = \frac{4x-1}{x}$ (2)	$y = \frac{1}{x}$ (1)
$y = \frac{(x+3)^2}{x^2}$ (6)	$y = \frac{x^2-3x+4}{x^2}$ (5)	$y = \frac{x^2+5x+4}{x}$ (4)
$y = \frac{x+6}{x^2-6}$ (9)	$y = \frac{6}{x^2+8x+12}$ (8)	$y = \frac{3x}{2x+1}$ (7)
$y = \frac{x^2}{(x^2+4)^2}$ (12)	$y = 3 + \frac{(x-9)^2}{(x+9)^2}$ (11)	$y = \frac{x^2-6x+8}{x^2+2x+1}$ (10)
	$y = \frac{x^2+7x+12}{x^4}$ (14)	$y = \frac{x^3+x}{x^2-1}$ (13)

תרגילים העוסקים במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל: $f'(x_0) = m$.

(15) חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

$x = 2, f(x) = \frac{x^2}{3x^2-2}$.ב	$x = 1, f(x) = \frac{x-1}{x-2}$.א
$x = 0, f(x) = \frac{x^2+3x+5}{3x^2-x-2}$.ד	$x = -2, f(x) = \frac{3x}{(x-1)^2}$.ג

(16) לפניך מספר פונקציות. מצא את הנקודות שבהן שיפוע הפונקציה הוא m :

$m = \frac{5}{9}, f(x) = x + \frac{4}{x+1}$.ב	$m = -3, f(x) = \frac{x^2}{x-3}$.א
$m = 4, f(x) = x^2 + 4x - \frac{x-16}{x}$.ד	$m = \frac{1}{36}, f(x) = \frac{x}{x^2+8}$.ג

תרגילים העוסקים במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$,

כאשר: (x_1, y_1) - נקודת ההשקה ו- m שיפוע המשיק.

17 מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

<p>א. $x = -1, y = \frac{x^2 + 2x}{x + 3}$</p>	<p>ב. $x = 2, y = \frac{2x + 5}{x^2 + 5}$</p>
<p>ג. $x = 7, y = 3x - \frac{x + 6}{x^2 - 12x + 36}$</p>	<p>ד. $x = 3, y = \frac{(x + 3)^2}{x^2}$</p>

18 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $y = \frac{2x + 4}{(x + 1)^2}$ העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x ואת הזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

19 נתונה הפונקציה: $y = \frac{x}{2} + \frac{4}{x^2}$.

- א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .

20 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x - 2}$.

- מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה שבה $x = 3$.
 א. מצא את משוואת המשיק.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
 ג. מצא את הזווית שיוצר המשיק עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .
 ד. חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק לצירים.

21 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x + 4}{2} + \frac{5}{2x}$.

- א. האם יש לגרף הפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- x ?
 ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 1$.
 ג. האם יש לגרף הפונקציה משיק נוסף המקביל למשיק שמצאת בסעיף הקודם?
 אם כן – כתוב את משוואתו.

(22) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x-1}{x+1}$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
 ב. חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק שמצאת לצירים.

(23) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{4x+2}{2x}$, $g(x) = x^3 + 2$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לכל פונקציה העוברים דרך הנקודה הנמצאת ברביע הראשון.

תרגילים העוסקים במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:

(24) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x-6}{x}$.

- א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה שהשיפוע שלהם הוא 6.
 ב. מצא את המרחק בין שתי נקודות החיתוך של שני המשיקים עם ציר ה- y .

(25) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ היוצרים זווית של 108.43° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ המקבילים לישר: $y + 3x = 10$.

תרגילים עם פרמטרים:

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + kx - 5}{x}$.

- הישר $y = 6x - 14$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 א. מצא את הפרמטר k .
 ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ג. האם קיים עוד משיק לגרף הפונקציה המקביל למשיק זה?
 אם כן, מצא את משוואתו.

(27) המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+3}{x+A}$ בנקודה שבה $x=1$ מקביל לציר ה- x . מצא את A .

(28) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2+kx+3}{x^2}$.

ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=1$.
א. מצא את הפרמטר k .

ב. האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בעוד נקודות? אם כן, מצא אותן.
ג. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם ציר ה- x .

(29) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{12}{9-ax^2}$. הישר $x=3$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.

א. מצא את הפרמטר a .
ב. האם יש לגרף הפונקציה עוד אסימפטוטות?
ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$.

(30) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{8x+4}{x^2+a}$. הישר $x=4$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.

א. מצא את הפרמטר a .
ב. האם יש לגרף הפונקציה עוד אסימפטוטות?
ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלו עם הישר $4y+2x+1=0$ הנמצאת על ציר ה- x .

(31) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{mx^2+2x+3}{x^2+1}$.

ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית: $y=3$.
א. מצא את m .

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם האסימפטוטה האופקית $y=3$.

(32) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+1}{x^2-3} + A$.

ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית: $y=3$.
א. מצא את A .

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם האסימפטוטה האופקית $y=3$.

33 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 2} + A$.

ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית: $y = 5$.
א. מצא את A .

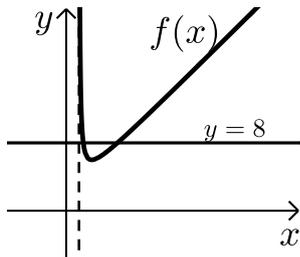
ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה.

34 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{Ax^2 + 1}{x^2 + 1} + B$.

ידוע כי לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית: $y = 1$.
כמו כן, שיפוע הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ הוא 1.
א. מצא את A ואת B .

ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה.

תרגילים שונים – שימושי הנגזרת:



35 באיור שלפניך נתונות הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{2x-3}$

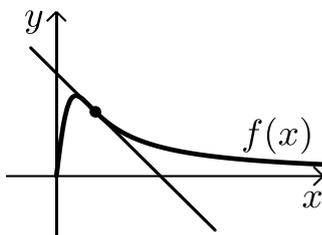
והישר: $y = 8$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הישר והפונקציה.

ב. כתוב את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ העוברים דרך נקודות החיתוך שלה עם הישר.

ג. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

ד. חשב את שטח המשולש הנוצר בין שני המשיקים לישר $y = 8$.



36 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{10x}{x^2 + 1}$.

מעבירים לפונקציה משיק בנקודה שבה $x = 2$.

חשב את שטח המשולש הנוצר בין המשיק לצירים.

37 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$.

א. הראה כי הפונקציה עולה תמיד.

ב. מצא את משוואת המשיק המאונך לישר: $y = -9x$ העובר דרך נקודת ההשקה

הנמצאת ברביע ראשון.

38) ענה על הסעיפים הבאים :

א. מצא את שיפוע המשיק לפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$ בנקודה שבה: $x=1$.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $g(x) = \frac{x^2-4x}{x+2}$ המקבילים למשיק שאת שיפועו מצאת בסעיף א'.

ג. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה: $h(x) = \frac{x^2+1}{x+7}$ המאונכים למשיק שאת שיפועו מצאת בסעיף א'.

תרגילים העוסקים בחקירה מלאה של פונקציה רציונאלית:

חקור את הפונקציות שבעמוד הבא לפי הסעיפים הבאים :

א. תחום הגדרה.

ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.

ג. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).

ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.

ו. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x} \quad (40)$$

$$y = -\frac{16x^2 - 3x + 4}{x} \quad (39)$$

$$y = 1 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2} \quad (42)$$

$$y = \frac{x^2 + 10x + 25}{x} \quad (41)$$

$$y = 1 - \frac{6}{x} + \frac{8}{x^2} \quad (44)$$

$$y = 5 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} \quad (43)$$

$$y = \frac{3}{x^2 - 10x + 25} \quad (46)$$

$$y = \frac{3x}{5} - \frac{12}{5x} \quad (45)$$

$$y = \frac{6}{x^2 - 9} \quad (48)$$

$$y = \frac{4}{3x^2 - 6x - 9} \quad (47)$$

$$y = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+5} \quad (50)$$

$$y = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+3} \quad (49)$$

חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים :

- א. תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$f(x) = \frac{(x+4)^2}{3x-5} \quad (52) \qquad f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 8}{x^2 - 5x + 4} \quad (51)$$

$$f(x) = \frac{3x^2}{2x^2 - 8} \quad (54) \qquad f(x) = 1.5x - \frac{5x+1}{x+5} \quad (53)$$

(55) נתונה הפונקציה: $y = ax + \frac{9}{2x}$, a פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה עובר בנקודה (3, 7.5).

- א. מצא את ערך הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(56) נתונה הפונקציה: $y = \frac{-9}{10 + ax - 2x^2}$. ידוע כי יש לפונקציה אסימפטוטה אנכית: $x = 5$.

- א. מצא את ערך הפרמטר a .
- ב. האם יש לפונקציה עוד אסימפטוטות? אם כן, מהן?
- ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(57) נתונה הפונקציה: $y = \frac{a}{2x^2 + 5}$, a פרמטר. ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- y

בנקודה שבה $y = 2$.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ד. האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? אם כן – מצא אותן.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

58 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{9-x^2}{x^2-k}$, $(k \neq 9)$.

- א. הוכח כי לגרף הפונקציה יש נקודת קיצון שנמצאת על ציר ה- y .
- ב. ידוע כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון הוא 3. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ד. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע בכמה נקודות יחתוך אותו הישר $y = -1$.
- ו. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

59 לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+4}{x^2}$, $(a$ פרמטר) יש נקודת קיצון שבה $x = -8$.

- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

60 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 - 20x + 28}{x^2 + 2a}$, $(a$ פרמטר).

- ידוע כי גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלו בנקודה $(0.5, 3)$.
- א. מצא את ערך הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
 - ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - ו. קבע לאלו ערכים של k הישר $y = k$ יחתוך את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.

61 הפונקציה: $f(x) = \frac{ax-30}{x^2-6x+a}$, $(a$ פרמטר) מוגדרת לכל x .

- ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 2$.
- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
 - ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
 - ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

62 נתונה הפונקציה: $y = \frac{a^2x-4}{2x^2-1}$, a פרמטר).

- ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא 4.
- מצא את כל הערכים האפשריים בעבור a .
 - מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את נקודת החיתוך בין המשיק הנתון ומשיק העובר דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

63 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+ax+6}{x-2}$, a פרמטר).

- ידוע שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y .
- מצא את הערך של הפרמטר a .
 - הצב את הערך של a שמצאת בסעיף א' ומצא:
 - את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 - את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
 - לאילו ערכי x הפונקציה שלילית?
 - לאילו ערכי k אין נקודות משותפות לישר $y=k$ ולגרף הפונקציה? נמק.

64 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, $a \neq 1$ פרמטר.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 - הבע באמצעות a את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .
 - ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא לאילו ערכים של a הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה.
 - ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ מקביל לישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=2$.
- מצא את הערך של a אם נתון כי הפונקציה עולה לכל x .

65 נתונה הפונקציה: $y = \frac{x+3}{x-2} + A$, (A פרמטר). גרף הפונקציה עובר בנקודה: (3A, A).

- א. מצא את ערך הפרמטר A.
- ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. הוכח כי גרף הפונקציה יורד לכל x בתחום ההגדרה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. נתון הישר: $y = k$. האם קיים ערך של k בעבורו הישר חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? נמק.

66 נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2 - m}{ax - 4}$, $m, a > 0$ פרמטרים.

ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y .

- א. מצא את הערך של הפרמטר m .
- ב. הצב את הערך של m שמצאת בסעיף א' והבע באמצעות a את:
 - i. תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ii. נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - iii. האסימפטוטות לגרף הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. שרטט סקיצה וסמן בה את נקודות הקיצון ואת משוואות האסימפטוטות שהבעת באמצעות a בסעיף הקודם.
- ד. ידוע כי נקודת הקיצון שאינה על ציר ה- y , נמצאת במרחקים שווים מהצירים. מצא את הערך של הפרמטר a .
- ה. מצא לאלו ערכים של k אין לישר $y = k$ ולגרף הפונקציה נקודות משותפות.

תשובות סופיות:

- (1) $y' = -\frac{1}{x^2}$
- (2) $y' = \frac{1}{x^2}$
- (3) $y' = \frac{1}{6} - \frac{6}{x^2}$
- (4) $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$
- (5) $y' = \frac{3}{x^2} - \frac{8}{x^3}$
- (6) $y' = -\frac{6}{x^2} - \frac{18}{x^3}$
- (7) $y' = \frac{3}{(2x+1)^2}$
- (8) $y' = -\frac{6(2x+8)}{(x^2+8x+12)^2}$
- (9) $y' = -\frac{x^2+12x+6}{(x^2-6)^2}$
- (10) $y' = \frac{8x^2-14x-22}{(x^2+2x+1)^2}$
- (11) $y' = \frac{36(x-9)}{(x+9)^3}$
- (12) $y' = \frac{2x(4-x^2)}{(x^2+4)^3}$
- (13) $y' = \frac{x^4-4x^2-1}{(x^2-1)^2}$
- (14) $y' = -\frac{2x^2+21x+48}{x^5}$
- (15) א. -1 ב. $-\frac{2}{25}$ ג. $-\frac{1}{9}$ ד. $-\frac{1}{4}$
- (16) א. (1.5, -1.5) , (4.5, 13.5) ב. $(2, 3\frac{1}{3})$, $(-4, -5\frac{1}{3})$ ג. $(-2, -\frac{1}{6})$, $(2, \frac{1}{6})$ ד. (2, 19)
- (17) א. $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ ב. $y = -\frac{2}{9}x + 1\frac{4}{9}$ ג. $y = 28x - 188$ ד. $y = -\frac{4}{3}x + 8$
- (18) $y = 2x + 4$, 63.64°
- (19) א. (-2, 0) ב. $y = 1.5x + 3$
- (20) א. $y = 4 - x$ ב. (0, 4) , (4, 0) ג. 135° ד. 8
- (21) א. לא ב. $y = -2x + 7$ ג. $y = -2x - 3$
- (22) א. $y = 2x - 1$ ב. $\frac{1}{4}$
- (23) א. (-1, 1) , (1, 3) ב. $y = 4 - x$, $y = 3x$
- (24) א. $y = 6x - 8$, $y = 6x + 16$ ב. 24
- (25) א. $y = -3x + 9$, $y = -3x + 1$ ב. $y = -3x - 18$, $y = -3x - 2$
- (26) א. $k = -4$ ב. (5, 0) , (-1, 0) ג. $y = 6x + 6$ ד. כן
- (27) A = 1
- (28) א. $k = -5$ ב. (1.5, 0) ג. $y = -x + 1$, $9y = 4x - 6$

- (29) א. $a=1$. ב. כן. ג. $y = \frac{4}{3}$. ד. $y=0, x=-3$.
- (30) א. $a=-16$. ב. $y=0, x=-4$. ג. $63y+32x+16=0$.
- (31) א. $m=3$. ב. $y=2x+3$.
- (32) א. $A=3$. ב. $y=-0.5x+2.5$.
- (33) א. $A=3$.
- (34) א. $A=3, B=-2$.
- (35) א. $(2,8), (6,8)$. ב. $y=-8x+24, 9y=8x+24$. ג. $(2.4,4.8)$. ד. 6.4.
- (36) $S=17\frac{1}{15}$.
- (37) א. לכל x מתקיים: $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0$ ולכן הפונקציה עולה תמיד.
ב. $9y = x+5$.
- (38) א. -2. ב. $y=-2x, y=-2x-24$. ג. $y=0.5x-0.5, y=0.5x-20.5$.
- (39) א. $x \neq 0$. ב. $\max(0.5, -13), \min(-0.5, 19)$. ג. עולה: $-0.5 < x < 0.5, x \neq 0$. יורדת: $x < -0.5, x > 0.5$. ד. אין. ה. $x=0$.
- (40) א. $x \neq 0$. ב. $\max(-1, -9), \min(1, -1)$. ג. עולה: $x < -1, x > 1$. יורדת: $-1 < x < 1, x \neq 0$. ד. $(0.5, 0), (2, 0)$. ה. $x=0$.
- (41) א. $x \neq 0$. ב. $\max(5, 20), \min(-5, 0)$. ג. עולה: $x < -5, x > 5$. יורדת: $-5 < x < 5, x \neq 0$. ד. $(-5, 0)$. ה. $x=0$.
- (42) א. $x \neq 0$. ב. $\max(2.5, 1.8)$. ג. עולה: $0 < x < 2.5$. יורדת: $x < 0, x > 2.5$. ד. $(-5, 0), (1, 0)$. ה. $x=0, y=1$.
- (43) א. $x \neq 0$. ב. $\max\left(3, 5\frac{1}{3}\right)$. ג. עולה: $0 < x < 3$. יורדת: $x < 0, x > 3$. ד. $(-1, 0), (0.6, 0)$. ה. $x=0, y=5$.
- (44) א. $x \neq 0$. ב. $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{1}{8}\right)$. ג. עולה: $x < 0, x > 2\frac{2}{3}$. יורדת: $0 < x < 2\frac{2}{3}$. ד. $(2, 0), (4, 0)$. ה. $x=0, y=1$.

(45) א. $x \neq 0$ ב. אין נקודות קיצון. ג. עולה בכל תחום הגדרתה. ד. $(-2,0)$, $(2,0)$.
ה. $x=0$.

(46) א. $x \neq 5$ ב. אין נקודות קיצון. ג. עולה: $x < 5$ יורדת: $x > 5$. ד. $(0,0.12)$.
ה. $x=5, y=0$.

(47) א. $x \neq -1, 3$ ב. $\max\left(1, -\frac{1}{3}\right)$ ג. עולה: $-1 < x < 1$, $x < -1$. ד. חיתוך עם ציר ה- y : $\left(0, -\frac{4}{9}\right)$.
ה. $x = -1, 3, y = 0$.

יורדת: $1 < x < 3, x > 3$ ד. חיתוך עם ציר ה- y : $\left(0, -\frac{4}{9}\right)$ ה. $x = -1, 3, y = 0$.

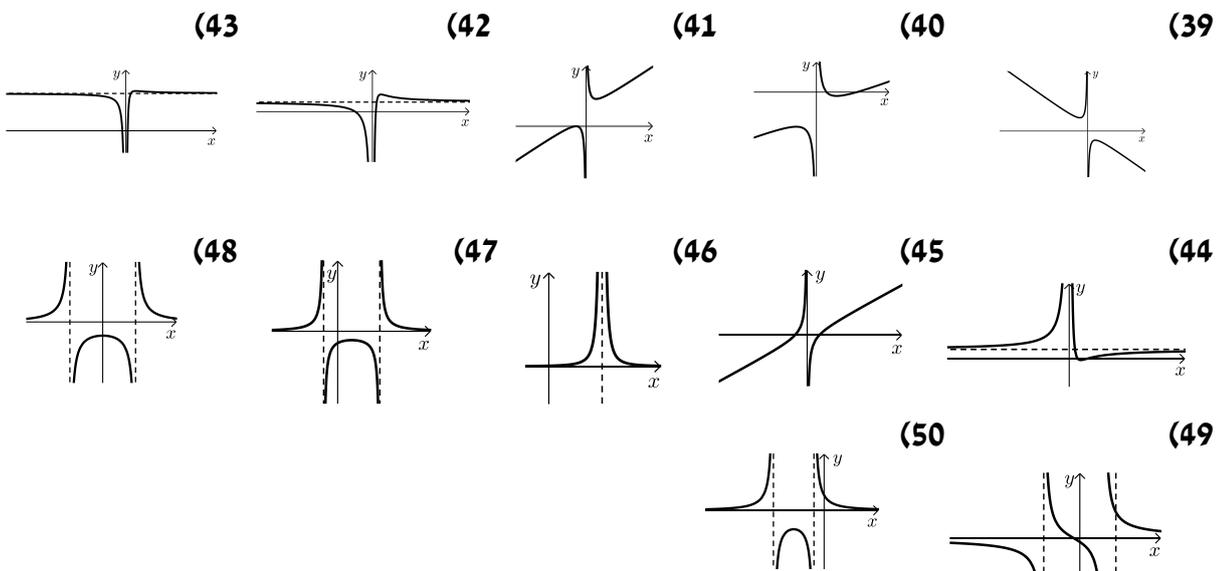
(48) א. $x \neq \pm 3$ ב. $\max\left(0, -\frac{2}{3}\right)$ ג. עולה: $-3 < x < 0$, $x < -3$. ד. חיתוך עם ציר ה- y : $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$.
ה. $x = \pm 3, y = 0$.

יורדת: $0 < x < 3, x > 3$ ד. חיתוך עם ציר ה- y : $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$ ה. $x = \pm 3, y = 0$.

(49) א. $x \neq -3, 2$ ב. אין נקודות קיצון. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה. ד. $(-0.5, 0)$, $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$.
ה. $x = -3, 2, y = 0$.

(50) א. $x \neq -1, -5$ ב. $\max(-3, -1)$ ג. עולה: $-5 < x < -3$, $x < -5$. ד. $(0, 0.8)$.
ה. $x = -5, -1, y = 0$. יורדת: $-3 < x < -1, x > -1$.

סקיצות של שאלות 39-50:



(51) א. $x \neq 1, 4$. ב. $\max(2, 0)$, $\min\left(-2, 1\frac{7}{9}\right)$

ג. עולה: $1 < x < 2$, $-2 < x < 1$. יורדת: $x < -2$, $2 < x < 4$, $x > 4$. ד. $(0, 2)$, $(2, 0)$.
ה. $x = 1, 4$, $y = 2$.

(52) א. $x \neq \frac{5}{3}$. ב. $\max(-4, 0)$, $\min\left(7\frac{1}{3}, 7\frac{5}{9}\right)$

ג. עולה: $x < -4$, $x > 7\frac{1}{3}$, יורדת: $\frac{5}{3} < x < 7\frac{1}{3}$, $-4 < x < \frac{5}{3}$. ד. $(0, -3.2)$, $(-4, 0)$.
ה. $x = \frac{5}{3}$.

(53) א. $x \neq -5$. ב. $\max(-9, -24.5)$, $\min(-1, -0.5)$

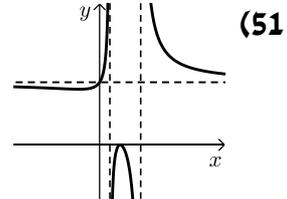
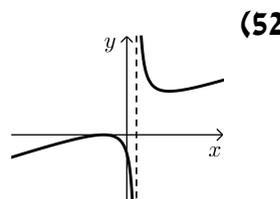
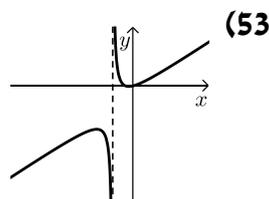
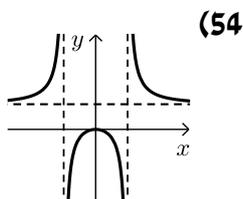
ג. עולה: $x < -9$, $x > -1$, יורדת: $-9 < x < -5$, $-5 < x < -1$.

ד. $(-2, 0)$, $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $(0, -0.2)$. ה. $x = -5$.

(54) א. $x \neq \pm 2$. ב. $\max(0, 0)$. ג. יורדת: $0 < x < 2$, $x > 2$.

ד. $(0, 0)$. ה. $x = \pm 2$, $y = 1.5$. עולה: $x < -2$, $-2 < x < 0$.

סקיצות של שאלות 51-54:



(55) א. $a = 2$. $y = 2x + \frac{9}{2x}$. ב. $\max(-1.5, -6)$, $\min(1.5, 6)$.

ג. עולה: $x < -1.5$, $x > 1.5$, יורדת: $-1.5 < x < 0$, $0 < x < 1.5$.

(56) א. $a = 8$. ב. כן. $y = 0$, $x = -1$. ג. $\max(2, -0.5)$.

ד. עולה: $-1 < x < 2$, $x < -1$, יורדת: $2 < x < 5$, $x > 5$.

(57) א. $a = 10$. ב. כל x . ג. $\max(0, 2)$. ד. אין חיתוך עם ציר ה- x .

ה. חיובית לכל x .

(58) א. $k = -3$. ב. מתקבל: $k = -3$. ג. $(0, 3)$, $(-3, 0)$, $(3, 0)$. ד. $y = -1$.

ה. באף נקודה. הגרף שואף לישר ואינו חותך אותו.

ו. חיובית: $-3 < x < 3$, שלילית: $x < -3$, $x > 3$.

(59) א. $a = 1$. $f(x) = \frac{x+4}{x^2}$. ב. עולה: $-8 < x < 0$, יורדת: $x < -8$, $x > 0$.

ג. $(-4, 0)$.

60 א. $f(x) = \frac{3x^2 - 20x + 28}{x^2 + 6}$, $a = 3$. ב. $\max(-2, 8)$, $\min\left(3, -\frac{1}{3}\right)$.

ג. עולה: $x < -2$, $x > 3$; יורדת: $-2 < x < 3$. ד. $\left(0, 4\frac{2}{3}\right)$, $(2, 0)$, $\left(4\frac{2}{3}, 0\right)$.

ו. $k = 8, -\frac{1}{3}, 3$.

61 א. $f(x) = \frac{10x - 30}{x^2 - 6x + 10}$, $a = 10$ (הפתרון: $a = -6$ נפסל). ב. כן - $(4, 5)$.

ג. עולה: $2 < x < 4$; יורדת: $x < 2$, $x > 4$. ד. $(0, -3)$, $(3, 0)$.

62 א. $a = \pm 2$. ב. $(0, 4)$, $(1, 0)$.

ג. $(1, 0)$ (המשיק הוא: $y = -4x + 4$).

63 א. $a = -3$. ב. i. $x \neq 2$. ii. $(0, -3)$. iii. $\max(0, -3)$, $\min(4, 5)$.

4. $x = 2$. ג. $x < 2$. ד. $-3 < k < 5$.

64 א. $x \neq 1$. ב. $x = 1$, $y = 1$. ג. $(0, a)$, $(a, 0)$. ד. i. $a > 1$. ii. $a = 2$.

65 א. $A = -1$. ב. $x \neq 2$.

ג. הנגזרת בנויה ממנה של מספר שלילי בחיובי ולכן תמיד שלילית:

$$y' = \frac{-5}{(x-2)^2} = \left[\begin{array}{l} (-) \\ (+) \end{array} \right] \rightarrow \text{שלילי}$$

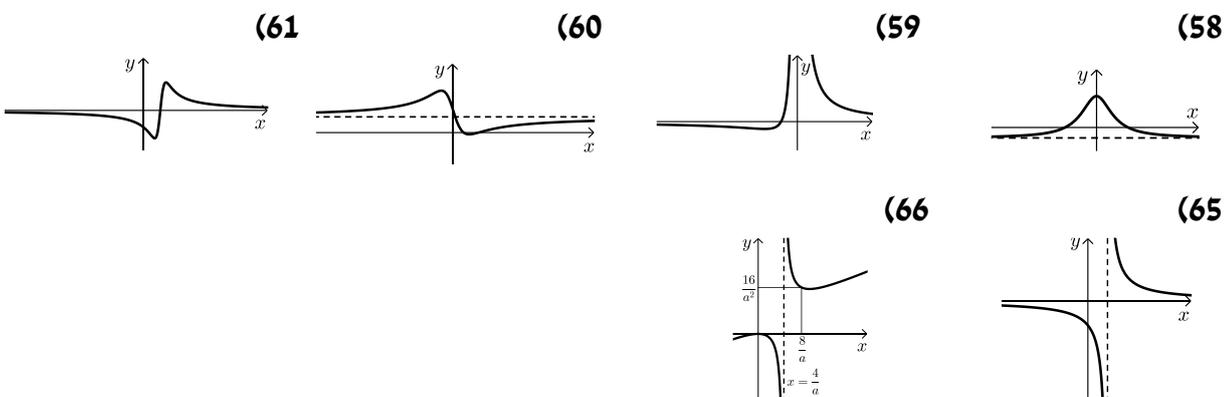
ד. $(0, -2.5)$. ו. לא. אין נקודות על גרף הפונקציה בעלות שיעור y זהה.

66 א. $m = 0$ (מתקבל: $am = 0$ וידוע כי: $a > 0$ לכן נותרנו עם הפתרון הנ"ל).

ב. i. $x \neq \frac{4}{a}$. ii. $\max(0, 0)$, $\min\left(\frac{8}{a}, \frac{16}{a^2}\right)$. iii. $x = \frac{4}{a}$. ד. $a = 2$.

ה. $0 < k < 4$.

סקיצות של שאלות: 61-58 ו- 66-65:



תרגילים העוסקים בפונקצית שורש (אי-רציונאלית):

תרגילים העוסקים בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

- | | | |
|--|------------------------------------|------------------------------------|
| $y = x^2 - 16\sqrt{x}$ (3) | $y = x - 3\sqrt{x}$ (2) | $y = \sqrt{x}$ (1) |
| $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ (6) | $y = x^2\sqrt{x}$ (5) | $y = (2x-1)\sqrt{x}$ (4) |
| $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ (9) | $y = \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-2}$ (8) | $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ (7) |
| $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2}$ (12) | $y = (x^2+4)\sqrt{x-2}$ (11) | $y = x\sqrt{5x-2}$ (10) |
| $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ (15) | $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ (14) | $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ (13) |
| $y = x\sqrt{x^4+6x^2-8}$ (18) | $y = (3x+1)^8\sqrt{x^2+x}$ (17) | $y = (x+10)^6\sqrt{x}$ (16) |
| $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ (21) | $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ (20) | $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ (19) |

תרגילים העוסקים במציאת תחום ההגדרה של פונקציות:

(22) לפניך מספר פונקציות, מצא את תחום ההגדרה שלהן.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| $y = \sqrt{x-5}$.ב | $y = \sqrt{x}$.א |
| $y = \sqrt{x^2-1}$.ד | $y = \sqrt{7-2x}$.ג |
| $y = \sqrt{x^2-4x-5}$.ו | $y = \sqrt{x^2+2x}$.ה |
| $y = \sqrt{x^3-3x^2-4x}$.ח | $y = x^2-3\sqrt{x}$.ז |
| $y = (x^2-3)\sqrt{x^2+x}$.י | $y = 2x\sqrt{2-x}$.ט |
| $y = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$.יב | $y = \frac{4-\sqrt{x}}{x+2}$.יא |
| $y = \frac{x+6}{\sqrt{x}}$.יד | $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-16}$.יג |
| $y = \frac{4}{\sqrt{x^2-25}}$.יז | $y = \frac{x^2}{\sqrt{3x-8}}$.יט |

$$y = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} \quad \text{יח.}$$

$$y = \sqrt{\frac{25x-x^2}{x+2}} \quad \text{כ.}$$

$$y = \frac{2x}{\sqrt{81-4x^2}} \quad \text{יז.}$$

$$y = \sqrt{\frac{x}{x^2+4}} \quad \text{יט.}$$

(23) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. נתונה הפונקציה הבאה : $y = \sqrt{kx^2 - 18}$, $(k$ פרמטר).
 ידוע כי תחום ההגדרה שלה הוא : $x \leq -3$, $x \geq 3$. מצא את ערך הפרמטר k .
- ב. נתונה הפונקציה הבאה : $y = \sqrt{k-3x^2}$, $(k$ פרמטר).
 ידוע כי תחום ההגדרה שלה הוא : $-1 \leq x \leq 1$. מצא את ערך הפרמטר k .
- ג. נתונה הפונקציה הבאה : $y = \frac{x}{\sqrt{x+k}}$, $(k$ פרמטר).
 לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית : $x = 7$. מצא את ערך הפרמטר k .
- ד. נתונה הפונקציה הבאה : $y = \frac{6}{\sqrt{x^2+k}}$, $(k$ פרמטר).
 לפונקציה יש אסימפטוטות אנכיות : $x = \pm 4$. מצא את k .

- (24)** נתונה הפונקציה הבאה : $y = ax + \sqrt{x-b}$, $(a, b$ פרמטרים).
 ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה : $(2, 2)$ וכי תחום הגדרתה הוא : $x \geq 2$.
 מצא את a ואת b .

- (25)** נתונה הפונקציה הבאה : $y = ax^2 \sqrt{bx+3}$, $(a, b$ פרמטרים).
 ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה : $(1, 4)$ וכי תחום הגדרתה הוא : $x \geq -3$.
 מצא את a ואת b .

- (26)** נתונה הפונקציה : $y = \sqrt{ax^2 + bx + 12}$, $(a, b$ פרמטרים).
 ידוע כי הפונקציה אינה מוגדרת בתחום : $-4 < x < -3$.
 מצא את a ואת b .

תרגילים העוסקים במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל: $f'(x_0) = m$.

27 חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א. $x=1, f(x) = 3x + \sqrt{x}$ ב. $x=4, f(x) = (x+2)\sqrt{x}$

ג. $x=9, f(x) = (x^2 - 4)\sqrt{x}$ ד. $x=1, f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+3}$

ה. $x=3, f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{x}$ ו. $x=2, f(x) = x\sqrt{x^2+4x+8}$

28 לפניך מספר פונקציות. מצא את שיעורי הנקודות שבעבורם שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

א. $m=1.5, f(x) = \sqrt{3x-2}$ ב. $m = \frac{2}{5}, f(x) = \sqrt{4x-7}$

ג. $m = \frac{1}{4}, f(x) = x - \frac{1}{4}\sqrt{x}$ ד. $m=2, f(x) = \sqrt{x^2-12}$

ה. $m=2, f(x) = x\sqrt{x-1}$ ו. $m=5, f(x) = (x+3)\sqrt{x}$

29 ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = 2x\sqrt{4x+5}$ אשר המשיק העובר דרכה יוצר זווית של 116.57° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = 3x + \sqrt{3x^2 + 24}$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y = 4x - 7$.

30 ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x^2 + 24}$.

מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה שבה: $x = 2$.

ב. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \sqrt{3x^2 + 240}$.

מצא נקודה על גרף הפונקציה שבה שיפוע המשיק העובר דרכה שווה לשיפוע הפונקציה שמצאת בסעיף א'. האם קיימת יותר מנקודה אחת? אם כן, מצא את כולן. אם לא, נמק.

ג. הראה כי לשתי הפונקציה יש את אותו השיפוע בעבור: $x = 0$. מהו השיפוע?

31 נתונות שתי הפונקציות הבאות: $f(x) = \sqrt{x-3}$ ו- $g(x) = 2 - \sqrt{5-x}$.

- א. מצא את שיעור ה- x בעבורו לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע.
 ב. הראה כי הפונקציות גם נחתכות בנקודה זו.

32 נתונות שתי הפונקציות הבאות: $f(x) = \sqrt{2x+6}$ ו- $g(x) = 6 - \sqrt{9-x}$.

- א. מצא את שיעור ה- x בעבורו לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע.
 ב. הראה כי הפונקציות גם נחתכות בנקודה זו.

33 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = 5\sqrt{4x-3} + \frac{1}{3}\sqrt{36x-27}$.

- מצא נקודה על גרף הפונקציה ששיפוע המשיק העובר דרכה שווה ל-12.
 הנחייה: לאחר הגזירה הוצא גורם משותף בתוך השורש שבמכנה השני וסמן: $t = 4x - 3$ ופתור משוואה בעבור t .

34 מצא שתי נקודות על גרף הפונקציה $y = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ ששיפוע המשיק העובר

דרכן הוא: $m = -1$.

תרגילים העוסקים במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$,

כאשר: (x_1, y_1) - נקודת ההשקה ו- m שיפוע המשיק.

35 מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

ב. $x = 7; y = \sqrt{2x-5}$

א. $x = 1; y = 3x^2 - \sqrt{x}$

ד. $x = 2\frac{2}{3}; y = \sqrt{x^2 - 2x}$

ג. $x = 4; y = (2x^2 - 8)\sqrt{x}$

ו. $x = 3; y = \frac{\sqrt{x+6}}{x}$

ה. $x = 2; y = x\sqrt{x^2+5}$

ח. $x = 1; y = \frac{x^2 - 3x + 4}{\sqrt{x}}$

ז. $x = 6; y = \frac{x^2}{\sqrt{x-2}}$

(36) נתונה הפונקציה הבאה: $y = x - 4\sqrt{x}$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. כתוב את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x שאינה בראשית הצירים.

(37) נתונה הפונקציה הבאה: $y = 2x - \frac{1}{3}\sqrt{x}$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. כתוב את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x שאינה בראשית הצירים.

(38) לגרף הפונקציה: $y = x - 2\sqrt{x}$ מעבירים משיק בנקודה שבה $y = 3$.

- א. מצא את משוואת המשיק.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של משיק זה עם הצירים.
- ג. חשב את הזוויות של המשולש שנוצר בין המשיק והצירים.
- ד. חשב את שטח משולש זה.

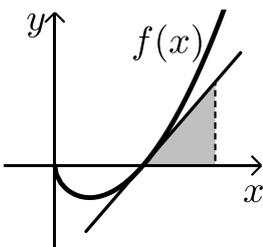
(39) נתונה הפונקציה הבאה: $y = \sqrt{x^2 - 4x + 9}$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ב. כתוב את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

(40) נתונה הפונקציה הבאה: $y = 3x - \sqrt{25 - 2x^2} + 1$.

- א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ב. כתוב את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

(41) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$.



- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x הנמצאת ברביע הראשון.
- ג. מהנקודה A שנמצאת על המשיק מורידים אנך לציר ה- x כך שנוצר משולש בין המשיק, האנך וציר ה- x (ראה איור). ידוע כי שטח המשולש הוא $S = 12$. מצא את שיעורי הנקודה A.

(42) נתונה הפונקציה הבאה: $y = x\sqrt{x^2 + 4}$.

מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה $x = 1.5$.

- א. מצא את משוואת המשיק.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- y .
- ג. מעבירים אנך לציר ה- y מנקודת ההשקה של המשיק. חשב את שטח המשולש הנוצר בין המשיק, האנך וציר ה- y .

(43) נתונה הפונקציה: $y = \sqrt{-x^2 + 8x - 12}$.

א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. הראה כי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$ עובר ב- $(0,0)$.

(44) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{3}\sqrt{2x+3}$.

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 11$.
- ב. כתוב את משוואת המשיק הנ"ל.
- ג. האם יש לגרף הפונקציה משיק נוסף המקביל למשיק שמצאת בסעיף הקודם? אם כן – כתוב את משוואתו.

(45) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{3x+1}}{x}$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 1$.
- ב. חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק שמצאת לצירים.

(46) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
- ג. חשב את שטח המשולש הנוצר בין המשיק שמצאת לצירים.

(47) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$ ונתון הישר: $y = 2x$.

- א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה והישר הנמצאת ברביע הראשון. הנחייה: השווה בין שני הביטויים והעלה בריבוע את המשוואה ופתור משוואה דו-ריבועית על ידי סימון: $x^2 = t$.
- ב. מצא את משוואות המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

תרגילים העוסקים במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:

תזכורת: בחלק מהתרגילים יש להיעזר בתכונות השיפועים של ישרים מקבילים ומאונכים:

- ישרים מקבילים הם בעלי אותו השיפוע ולהפך.
- מכפלת השיפועים של ישרים מאונכים תמיד -1.

כגון שני ישרים בעלי שיפועים: m_1, m_2 אזי: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

(48) ענה על הסעיפים הבאים:

א. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = 4\sqrt{x} - 2$
המקביל לישר: $2y - x = 3$.

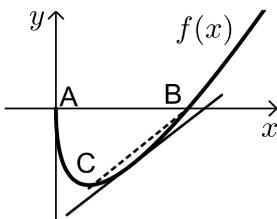
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \sqrt{10x + 7}$
המקביל לישר: $y = 5x$.

ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = 3x + \sqrt{x}$
המאונך לישר: $4y = 5 - x$.

ד. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \sqrt{4x + 3} - 2x$
המאונך לישר: $y = x$.

(49) נתונה הפונקציה: $f(x) = 8\sqrt{x} - x$

- א. מצא על גרף הפונקציה נקודה שבה שיפוע המשיק העובר דרכה הוא 3.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ג. כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ונקודת החיתוך עם ציר ה- x שאינה ראשית הצירים.



(50) נתונה הפונקציה: $f(x) = x - 10\sqrt{x}$ באיור הסמוך.

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B - נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. מצא את שיעורי הנקודה C המקיימת: $f'(x) = 0$.
- ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר BC.

(51) נתונות הפונקציה הבאות: $f(x) = x^2\sqrt{x}$, $g(x) = 4\sqrt{2x + 3}$

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בעל השיפוע $m = 20$.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק שמצאת בסעיף הקודם והפונקציה $g(x)$.
- ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.

52 נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = 4\sqrt{3x-2}$, $g(x) = 2x\sqrt{x+3}$.
הראה כי לשתי הפונקציות משיק משותף ששיפועו הוא 3.

53 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = 4x\sqrt{10-x}$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המאונך לישר: $y = -0.5x + 51$.
ב. הראה כי הישר הנתון בסעיף הקודם הוא נורמל לפונקציה בנקודת ההשקה.

54 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x+3}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ג. מצא את הנקודה אשר שיפוע המשיק לגרף הפונקציה העובר דרכה הוא 0.
ד. כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות שמצאת בסעיפים ב' ו-ג'.

55 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x^2}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
ב. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ? אם כן, באיזו נקודה?
ג. הראה כי לא קיים ישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לישר: $y = 6$.

56 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}-1}$.

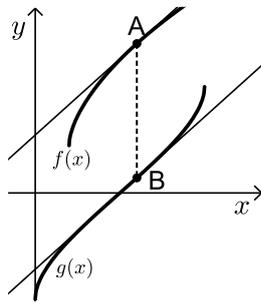
- א. מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
ב. כמה נקודות יש לגרף הפונקציה ששיפוע המשיק העובר דרכן מקביל לציר ה- x ?
מצא אותן.
ג. כתוב את משוואות המשיקים בנקודות שמצאת בסעיף הקודם.

57 נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt{3-3x}$.

- א. מצא את נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.
ב. הראה כי הגרפים מאונכים זה לזה בנקודת החיתוך שמצאת.
ג. מצא את משוואות המשיקים לכל פונקציה בנקודת החיתוך שמצאת.
ד. דרך הנקודות A ו-B, הנמצאות על הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה, מעבירים ישר. ידוע כי הישר מקביל לציר ה- y . כמו כן מעבירים משיקים לפונקציות דרך הנקודות A ו-B. משיקים אלו מאונכים זה לזה.
מצא את הנקודות A ו-B.

58 נתונות הפונקציות הבאות :

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x-2}, \quad g(x) = 2\sqrt{x} - 2\sqrt{10-x}$$



מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ונקודה B על גרף הפונקציה $g(x)$ כמתואר באיור. ידוע כי הישר AB מקביל לציר ה- y . מעבירים מהנקודות A ו-B משיקים לכל פונקציה. ידוע כי המשיקים מקבילים.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את משוואות המשיקים.

תרגילים עם פרמטרים :

59 ענה על השאלות הבאות :

א. נתונה הפונקציה : $f(x) = A\sqrt{x} + 3x^2$, (A פרמטר).

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה : $x = 4$ הוא 25. מצא את A.

ב. נתונה הפונקציה : $f(x) = 2\sqrt{5x+A}$, (A פרמטר).

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה : $x = 2$ הוא 1. מצא את A.

ג. נתונה הפונקציה : $f(x) = \sqrt{x^2 + Ax + 25}$, (A פרמטר). ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא 2. מצא את A.

ד. נתונה הפונקציה : $y = (x+A)\sqrt{x+1}$, (A פרמטר).

ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודה שבה : $x = 3$ הוא 3. מצא את A.

ה. נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+A}$, (A פרמטר). ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודה

שבה : $x = 1$ הוא $\frac{1}{18}$. מצא את A. הבחן בין שני מקרים.

ו. נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + Ax + 4}}$, (A פרמטר).

ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא 4. מצא את A.

60 נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = \sqrt{2x+A} + Bx$, (A, B פרמטרים).

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y היא : $y = 3x + 1$. מצא את A ואת B.

61 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x^2 + Ax + B}$, (A, B פרמטרים).
משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת שבה: $x=1$ היא: $y = x + 2$.
מצא את A ואת B.

62 נתונה הפונקציה: $f(x) = a\sqrt{x-3}$, פרמטר a.
ידוע כי הפונקציה עוברת ב-A(12, a+4).

- א. מצא את ערך הפרמטר a.
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.
ג. חשב את השטח שנוצר בין המשיק לצירים.

63 נתונה הפונקציה: $f(x) = a\sqrt{3x+16}$, פרמטר a.
ידוע כי הישר $y = 2x - 8$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x=11$.

- א. מצא את נקודת החיתוך.
ב. מצא את ערך הפרמטר a.
ג. האם הישר חותך את גרף הפונקציה בעוד נקודה? אם כן, מהי?
ד. האם הישר הנתון הוא המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף א'?
אם כן, נמק. אם לא, מצא את משוואת המשיק.

64 הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2 - 2x + 5$ ו- $g(x) = x^2 - k\sqrt{x}$ (k פרמטר) נחתכים
בנקודה שבה: $x = 6.25$.

- א. מצא את ערך הפרמטר k.
ב. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?
ג. האם הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בעוד נקודות?
אם כן – מצא אותן.
ד. מצא את משוואות המשיקים לגרפים של שתי הפונקציות בנקודות
החיתוך שלהם.

65 נתונות שתי הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+k}}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x-k}}{x}$ (k פרמטר).

- ידוע כי הפונקציות חותכות זו את זו בנקודה שבה: $x = 0.8$.
א. מצא את ערך הפרמטר k.
ב. האם הפונקציות נחתכות בנקודה נוספת מלבד לנקודה הנתונה?
אם כן-מצא אותה.
ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = 0.52$.

66 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{x+A}}{x+B}$, (A, B) פרמטרים.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ הוא: $-\frac{1}{18}$.

א. מצא את A ואת B .

ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y והראה כי בעבור שני המקרים מתקבלת אותה הנקודה.

67 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{Ax^2 + Bx}}$, (A, B) פרמטרים.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ הוא: $\frac{1}{8}$. מצא את A ואת B .

68 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x\sqrt{Ax+3}$. ידוע כי $f'(1) = 2.25$.

א. מצא את ערך הפרמטר A .

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 1$.

ג. כתוב את משוואת הישר המאונך לגרף הפונקציה ועובר דרך נקודת ההשקה הנ"ל (נורמל לפונקציה).

69 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{x^2 + A}$, פרמטר A .

ידוע כי לגרף הפונקציה יש אסימפטוטה אנכית: $x = 4$.

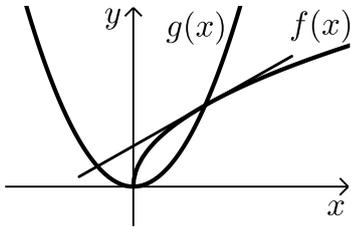
א. מצא את A ואת האסימפטוטה האנכית הנוספת של גרף הפונקציה.

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: $x = 2$.

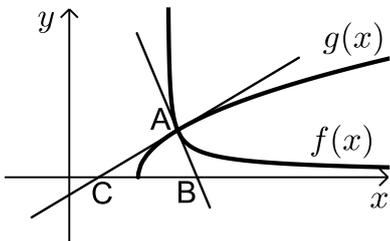
ג. מצא את נקודת החיתוך של המשיק והאסימפטוטה: $x = 4$.

תרגילים שונים – שימושי הנגזרת:

70) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \sqrt{x}$ ו- $g(x) = x^2 - 1$.



- מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.
- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך נקודת החיתוך שמצאת הנמצאת ברביע הראשון.
- מצא את נקודת החיתוך הנוספת של המשיק שמצאת עם גרף הפונקציה $g(x)$.



71) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-5}} \text{ ו- } g(x) = \sqrt{x-3.5}$$

- מצא את הנקודה A - נקודת החיתוך של הגרפים.
- מצא את משוואות המשיקים לכל גרף העוברים דרך נקודת החיתוך.
- המשיקים חותכים את ציר ה- x בנקודות B ו-C כך שנוצר המשולש ABC. חשב את שטח המשולש.

72) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{kx - \sqrt{x}}{2}$. ידוע כי: $f'(9) = \frac{5}{12}$.

- מצא את k וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שבה x חיובי שמצאת בסעיף הקודם.

73) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + 4}}$, A פרמטר.

- הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- x כלל.
- מצא את A אם ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 5$.
- כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

74 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{\sqrt{x}}$, (A, B פרמטרים).

מעבירים לגרף הפונקציה שני משיקים.

משיק אחד עובר דרך הנקודה שבה $x = 4$ ושיפועו הוא: $m = \frac{3}{8}$.

משיק שני מעבירים דרך הנקודה שבה $x = 1$ וידוע כי הוא מקביל לישר: $2y = 5x + 3$.
מצא את A ואת B.

75 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$.

א. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את הצירים כלל.

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה ששיפוע המשיק העובר הוא 0.

ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 5$.

76 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^2-4}{\sqrt{x}}$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. האם ניתן להעביר משיק לגרף הפונקציה המקביל לציר ה- x ?
נמק והראה חישוב מתאים.

ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .

ד. חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק לצירים.

תרגילים העוסקים במציאת נקודות קיצון לפי הכלל: $f'(x) = 0$ סיווג

ומציאת תחומי עלייה וירידה:

77 לפניך הפונקציות הבאות:

מצא את נקודות הקיצון (כולל נקודות קיצון קצה במידה וישנן) שלהן וקבע את סוגן (זכור למצוא תחילה את תחום ההגדרה ולפסול נקודות שאינן נמצאות בו).

א. $y = x - \sqrt{x}$ ב. $y = x^2 \sqrt{x+2}$ ג. $y = \sqrt{x^2 - 4x + 25}$

ד. $y = \sqrt{x^4 - 8x^2 + 16}$ ה. $y = \frac{\sqrt{x}}{x+3}$ ו. $y = \frac{\sqrt{x}}{x-3}$

ז. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}}$ ח. $y = \frac{x}{\sqrt{3x^2 - x - 2}}$

(78) נתונה הפונקציה הבאה : $y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה (כולל נקודות קיצון קצה)?
 ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(79) נתונה הפונקציה הבאה : $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4.5}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה (כולל נקודות קיצון קצה)?
 ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(80) נתונה הפונקציה : $y = \sqrt{x^2 + 3x} - x$.

- א. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון מקומיות כלל.
 ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

תרגילים העוסקים בחקירה מלאה של פונקציה אי-רציונאלית:

חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים :

- א. תחום הגדרה.
 ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ג. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
 ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
 ו. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$y = 2x - \frac{\sqrt{16x-1}}{4}$ **(82)**

$y = 2\sqrt{x} - x$ **(81)**

$y = \sqrt{x^3 - x}$ **(84)**

$y = x^2 \sqrt{4x+5}$ **(83)**

$y = \sqrt{x+8} + \sqrt{x+1}$ **(86)**

$y = x\sqrt{x^2 + 5x + 7}$ **(85)**

$y = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ **(88)**

$y = \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ **(87)**

$y = \frac{x}{\sqrt{10-x}}$ **(90)**

$y = \frac{\sqrt{x+8}}{x^2}$ **(89)**

$y = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{9-x^2}}$ **(92)**

$y = \frac{3x^2}{\sqrt{x^2 + 3}}$ **(91)**

93 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{16x - x^2}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיים וקצוות).
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

94 נתונה הפונקציה: $f(x) = -2\sqrt{36x - x^2}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיים וקצוות).
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

95 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיות וקצוות).
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

96 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x^2 + 24x - 25}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. כתוב את נקודות קיצון הקצה של הפונקציה.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

97 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 10x - 16} + k$, פרמטר k .

ידוע כי לפונקציה יש נקודת מקסימום הנמצאת על ציר ה- x .

- א. מצא את ערך הפרמטר k .
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון כלשהן? אם כן, מצא אותן.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

98 נתונה הפונקציה: $f(x) = k\sqrt{9-x^2}$. ידוע כי לפונקציה נקודת קיצון שבה: $y = 12$.

- א. מצא את ערך הפרמטר k .
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון כלשהן? אם כן, מצא אותן.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

99 נתונה הפונקציה: $f(x) = x+1-2\sqrt{x+1}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

100 נתונה הפונקציה: $f(x) = x+k-\sqrt{11-2x}$, k פרמטר.

- ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $(5,6)$.
- א. מצא את ערך הפרמטר k .
 - ב. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
 - ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון כלשהן? אם כן, מצא אותן ואם לא, נמק.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

101 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x+k\sqrt{x}$, k פרמטר.

- ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 16$.
- א. מצא את ערך הפרמטר k .
 - ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

102 נתונה הפונקציה: $f(x) = k\sqrt{x} - x$, k פרמטר.

- ידוע כי הישר $y = 3$ חותך את הפונקציה בנקודה שבה $x = 9$.
- א. מצא את ערך הפרמטר k .
 - ב. האם הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בעוד נקודות? אם כן, מצא אותן.
 - ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(103) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{8} - 4\sqrt{x}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

(104) נתונה הפונקציה: $f(x) = kx + k\sqrt{x} - 4$, פרמטר k .

ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה: $(4, 4k)$.

- א. מצא את ערך הפרמטר k .
- ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(105) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{16-x}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(106) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{kx} - \sqrt{4-x}$, פרמטר k .

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את ערך הפרמטר k .
- ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x בעוד נקודות?
אם כן, מצא אותן ואם לא נמק.
- ד. האם יש לפונקציה נקודות קיצון? אם כן, מצא אותן ואם לא, נמק.

107 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{9-2x} + m$, פרמטר m .

- א. הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. מצא את m אם ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $(3, 2)$.
- ד. מצא את נקודות קיצון הקצה של הפונקציה.

108 נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \sqrt{16-x^2}$.

- א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

109 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{8-x^2} + kx$, פרמטר k .

- הישר $y = -2x + 4$ משיק לפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .
- א. מצא את ערך הפרמטר k .
 - ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

110 נתונה הפונקציה: $y = \frac{\sqrt{x-2}}{4} + \frac{x}{16}$.

- א. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון מקומיות (פנימיות)? מצא במידה וכן.
- ג. מצא את נקודת קיצון הקצה של הפונקציה.
- ד. האם יש לגרף הפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים? אם כן, מצא אותן.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. נתון הישר: $y = m$. לאלו ערכים של m יש לישר ולגרף הפונקציה נקודה משותפת אחת בלבד?

(111) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x^2}$

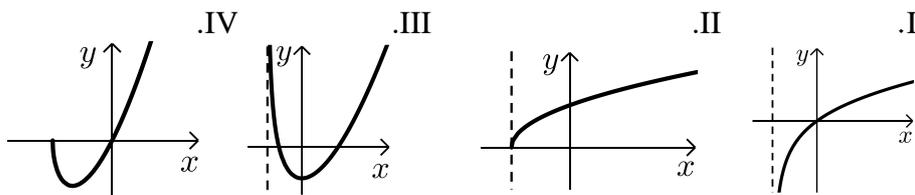
- א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודת קיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. הסבר מדוע הפונקציה חיובית בכל תחום הגדרתה.

(112) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{ax+6}{\sqrt{9-x^2}}$, פרמטר a .

- מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
ידוע כי הוא מקביל לישר: $3y - x = 0$.
- א. מצא את ערך הפרמטר a .
 - ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 - ד. כתוב את התחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

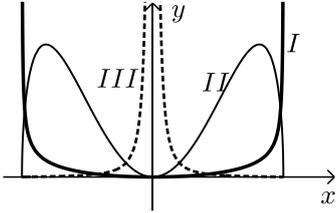
(113) לפניך שלוש פונקציות: $f(x) = \sqrt{x+k}$, $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+k}}$, $h(x) = x\sqrt{x+k}$ ($k > 0$).

- א. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו לא נכונות והצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:
 - i. לכל הפונקציות יש את אותו תחום ההגדרה.
 - ii. כל הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.
 - iii. כל הפונקציות חותכות את ציר ה- x פעם אחת בלבד.
- ב. מעבירים משיקים לגרפים של הפונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודת החיתוך שלהם עם ציר ה- y . ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $g(x)$ גדול ב- $\frac{1}{4}$ משיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
 - i. בטא באמצעות k את שיפועי המשיקים לכל פונקציה.
 - ii. מצא את k .
- ג. לפניך 4 איורים, קבע איזה איור מייצג כל פונקציה. נמק את בחירותיך.



114 לפניך שלוש פונקציות :

$$(k > 0); f(x) = x^2 \sqrt{k-x^2}, g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{k-x^2}}, h(x) = \frac{\sqrt{k-x^2}}{x^2}$$



א. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים :

i. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ תחום הגדרה זהה,

השונה מתחום ההגדרה של $h(x)$.

ii. קיימת פונקציה אשר אינה חותכת את ציר ה- x כלל.

iii. הפונקציות $h(x)$ ו- $g(x)$ הפוכות זו מזו בתחומי העלייה

והירידה שלהן (כאשר אחת עולה השנייה יורדת).

iv. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת ציון אחת בלבד.

מסמנים נקודה $A(0, \sqrt{12})$ על ציר ה- y . ידוע כי מרחקה מאחת מנקודות

החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x שאינה בראשית הוא: $d = 6$.

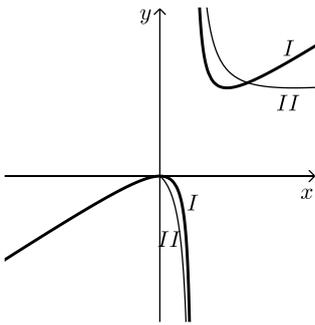
ב. מצא את k .

ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. לפניך איור ובו משורטטות הסקיצות של שלושת הפונקציות.

קבע על פי הסעיפים הקודמים איזה גרף שייך לכל פונקציה.

115 לפניך הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}, g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$



א. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים :

i. לשתי הפונקציות יש את אותו תחום ההגדרה.

ii. לשתי הפונקציות יש נקודות קיצון הנמצאות

על הישר: $y = x$.

iii. הפונקציות לא חותכות זו את זו.

מגדירים פונקציה נוספת והיא: $h(x) = (g(x))^2$.

ב. כתוב באופן מפורש את הפונקציה החדשה $h(x)$.

ג. האם תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$ זהה לשל $g(x)$? נמק.

ד. באיור הסמוך ישנם שני גרפים. קבע על פי הסעיפים הקודמים איזו פונקציה כל

גרף מתאר מבין הפונקציות $f(x), g(x), h(x)$. נמק את בחירותיך.

(116) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{kx}{\sqrt{k-x^2}}$, $k > 0$.

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? (בטא באמצעות k).
 - ii. מהן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה?
- ב. הראה כי הפונקציה עולה בעבור כל ערך של k בתחום הגדרתה.
- ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x . (בטא באמצעות k).
- ד. המשיק אשר מצאת בסעיף הקודם חותך את אחת האסימפטוטות של הפונקציה בנקודה A . ידוע כי שטח המשולש הכלוא בין המשיק, ציר ה- x והאסימפטוטה הנ"ל הוא: $S = 4$. מצא את k .

(117) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+2}{x+4}$. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

- א. כתוב בצורה מפורשת את הפונקציה $g(x)$.
- ב. לפניך מספר טענות. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות. הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:
- i. לפונקציות תחום הגדרה זהה.
 - ii. שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.
 - iii. שתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x באותה נקודה.
 - iv. לשתי הפונקציות יש אסימפטוטות משותפות.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- y .
- ד. אסף פתר את סעיפים א' ו-ב' והחליט לטעון את הטענה הבאה:
- מאחר שהפונקציה $g(x)$ מוגדרת להיות: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ אזי ניתן למצוא את שיעור ה- y של כל נקודה שעל גרף הפונקציה $f(x)$ על ידי כך שנמצא תחילה את שיעור ה- y של הנקודה בעלת אותו שיעור x על הגרף של $g(x)$ ונעלה אותה בריבוע. האם אסף צודק? נמק בצורה איכותית (חישובים אינם נדרשים) את שיקולך.

***הערה: בשאלה הבאה נדרש ידע בפתרון אי-שוויונים ממעלה גבוהה.**

(118) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. גזור את הפונקציה $f(x)$.

מגדירים פונקציה נוספת $g(x)$ המקיימת: $g(x) = (f(x))^2$

לפי כללי הגזירה של פונקציה מורכבת ניתן לכתוב את הנגזרת של $g(x)$

באופן הבא: $g'(x) = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x)$.

ג. כתוב את הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ לפי המכפלה הני"ל וצמצמם במידת האפשר.

הראה כי הביטוי הסופי של הנגזרת הוא: $g'(x) = -\frac{4+x^2}{(x^2-4)^2}$

ד. באופן כללי, לפי כלל הגזירה הני"ל, אלו נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$

הן נקודות החשודות לקיצון בעבור $g(x)$?

ה. ענה על הסעיפים הבאים:

i. האם לגרף הפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון במקרה שלנו?

נמק על פי הסעיף הקודם.

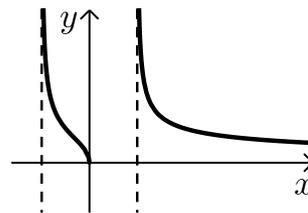
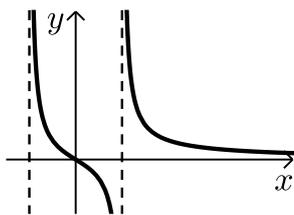
ii. מה ניתן לומר על גרף הפונקציה $f(x)$ לפי זה?

ו. לפניך שתי סקיצות:

קבע איזו סקיצה מתארת את גרף הפונקציה $f(x)$. נמק את בחירתך.

II.

I.



תשובות סופיות:

- $y' = 2x - \frac{8}{\sqrt{x}}$ (3) $y' = 1 - \frac{3}{2\sqrt{x}}$ (2) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (1)
- $y' = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$ (6) $y' = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$ (5) $y' = 2\sqrt{x} + \frac{2x-1}{2\sqrt{x}}$ (4)
- $y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ (9) $y' = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$ (8) $y' = -\frac{3x^2+4x\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}(x^2-1)^2}$ (7)
- $y' = \frac{8-3x}{2x^3\sqrt{x-2}}$ (12) $y' = 2x\sqrt{x-2} + \frac{x^2+4}{2\sqrt{x-2}}$ (11) $y' = \sqrt{5x-2} + \frac{5x}{2\sqrt{5x-2}}$ (10)
- $y' = \frac{1-x}{2(x^2+x+1)^{1.5}}$ (15) $y' = -\frac{4}{(x^2-4)\sqrt{x^2-4}}$ (14) $y' = -\frac{x}{(x^2-4)\sqrt{x^2-4}}$ (13)
- $\frac{3x^4+12x^2-8}{\sqrt{x^4+6x^2-8}}$ (18) $8(3x+1)^7\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x+1)(3x+1)^8}{2\sqrt{x^2+x}}$ (17) $6(x+10)^5\sqrt{x} + \frac{(x+10)^6}{2\sqrt{x}}$ (16)
- $y' = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$ (21) $y' = \frac{x^2-1}{2x^2\sqrt{x+\frac{1}{x}}}$ (20) $y' = -\frac{3}{2(x-2)^2}\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$ (19)
- $x \leq -1, x \geq 1$.א $x \leq 3.5$.ג $x \geq 5$.ב $x \geq 0$.א (22)
- $-1 \leq x \leq 0, x \geq 4$.ב $x \geq 0$.א $x \leq -1, x \geq 5$.א $x \leq -2, x \geq 0$.ה
- $x \geq 0, x \neq 5$.ב $x \geq 0$.א $x \leq -1, x \geq 0$.א $x \leq 2$.ט
- $x < -5, x > 5$.ט $x > 2\frac{2}{3}$.ט $x > 0$.ד $x \neq \pm 4$.ג
- $x < -2, 0 \leq x \leq 25$.ב $x \geq 0$.ט $x < -3, x \geq 1$.ח $-4.5 < x < 4.5$.י
- -16 .ד -7 .ג 3 .ב 2 .א (23)
- $a = 1, b = 2$ (24)
- $a = 2, b = 1$ (25)
- $a = 1, b = 7$ (26)
- $\frac{28}{\sqrt{20}}$.א $-\frac{2}{9}$.ה $\frac{1}{16}$.ד $66\frac{5}{6}$.ג 3.5 .ב 3.5 .א (27)
- $(2,2), \left(\frac{10}{9}, \frac{10}{27}\right)$.ה $(4,2)$.ד $\left(\frac{1}{36}, -\frac{1}{72}\right)$.ג $(8,5)$.ב $(1,1)$.א (28)
- $(9,36), \left(\frac{1}{9}, \frac{28}{27}\right)$.א
- $(2,12)$.ב $(-1,-2)$.א (29)

30 א. $m = \frac{2}{\sqrt{28}}$ ב. $(2, \sqrt{252})$ הנקודה $x = -2$ נפסלת עקב העלאה בריבוע.

. $m = 0$ ג.

(4,1) א. 31

(5,4) א. 32

(1,6) 33

. (0,0) , (2.25,4.5) 34

א. $y = 5.5x - 3.5$ ב. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ג. $y = 38x - 104$ 35

א. $y = 1.25x - 2$ ב. $y = 4\frac{1}{3}x - 2\frac{2}{3}$ ג. $y = -\frac{5}{8}x + 1\frac{5}{6}$ 36

א. $y = 3.74x - 4.5$ ב. $y = -2x + 4$ 37

. (16,0) , (0,0) א. 38

א. $(\frac{1}{36}, 0)$, (0,0) ב. $y = x - \frac{1}{36}$ 39

א. $y = \frac{2}{3}x - 3$ ב. $(4.5, 0)$, $(0, -3)$ ג. 56.31° , 33.69° , 90° ד. 6.75 40

א. (0,3) ב. $y = -\frac{2}{3}x + 3$ 41

א. (0,-4) ב. $y = 3x - 4$ 42

א. (0,0) , (1,0) ב. $y = 1.5x - 1.5$ ג. A(5,6) 43

א. $y = 3.4x - 1.35$ ב. $(0, -1.35)$ ג. 3.825 44

א. $2 \leq x \leq 6$ 45

ב. משוואת המשיק: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ניתן לראות כי הגרף עובר ב- $(0,0)$.

א. $m = 2.4$ 46

א. ג. לא. מתקבל פתרון שנפסל עקב העלאה בריבוע. ב. $y = 2.4x - 8\frac{1}{15}$ 47

א. $y = -1\frac{1}{4}x + 3\frac{1}{4}$ ב. 4.225 48

א. (0,1) ב. $y = -x + 1$ ג. 0.5 49

א. (1,2) ב. $y = -1.5x + 3.5$ 50

א. $y = 0.5x + 6$ ב. $y = 5x + 4$ ג. $y = 4x + 0.25$ ד. $y = -x + 0.75$ 51

א. (1,7) ב. $(0,0)$, $(64,0)$ ג. $.9y + x = 64$ 52

א. $k=1, f(x) = \frac{x-\sqrt{x}}{2}$ ב. $(0,0), (1,0)$ ג. $y = 0.25x - 0.25$ **(72)**

א. $A=10$ ב. $A=1, B=-7$ ג. $y = 5$ **(73)**

א. $A=1, B=-7$ ב. $\left(3, \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ ג. $y = 0.125x + 2.375$ **(74)**

א. $(2,0)$ **(75)**

א. $f'(x) = 0$ ב. לא, מאחר שאין פתרון למשוואה: $f'(x) = 0$ ג. $y = \frac{4}{\sqrt{2}}x - 4\sqrt{2}$ **(76)**

א. $S = 4\sqrt{2}$ **(77)**

א. $\max(0,0), \min(0.25, -0.25)$ ב. $\max(-1.6, 1.619), \min(0,0), \min(-2,0)$ **(78)**

א. $\min(2, \sqrt{21})$ ב. $\max(0,4), \min(2,0), \min(-2,0)$ **(79)**

א. $\max\left(3, \frac{1}{2\sqrt{3}}\right), \min(0,0)$ ב. $\max(0,0)$ ג. אין קיצונים כלל. **(80)**

א. $\max\left(-4, -\frac{4}{\sqrt{50}}\right)$ **(81)**

א. $x \leq -4, x \geq 1$ ב. $\min(-4,0), \min(1,0)$ **(82)**

א. עולה: $x > 1$ יורדת: $x < -4$ **(83)**

א. כל x ב. $\min(-1.5, 1.5)$ ג. עולה: $x > -1.5$ יורדת: $x < -1.5$ **(84)**

א. $x \leq -3, x \geq 0$ ב. $x > 0$ יורדת: $x < -3$ **(85)**

א. $x \geq 0$ ב. $\max(1,1), \min(0,0)$ **(86)**

א. עולה: $0 < x < 1$ יורדת: $x > 1$ ב. $(0,0), (0,4)$ ג. אין. **(87)**

א. $x \geq \frac{1}{16}$ ב. $\max\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{8}\right), \min\left(\frac{1}{8}, 0\right)$ **(88)**

א. עולה: $x > \frac{1}{8}$ יורדת: $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{8}$ ב. $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$ ג. אין. **(89)**

א. $x \geq -\frac{5}{4}$ ב. $\max(-1,1), \min(0,0), \min\left(-\frac{5}{4}, 0\right)$ **(90)**

א. עולה: $x > 0, -\frac{5}{4} < x < -1, -1 < x < 0$ יורדת: $-1 < x < 0$ ב. $\left(-\frac{5}{4}, 0\right), (0,0)$ ג. אין. **(91)**

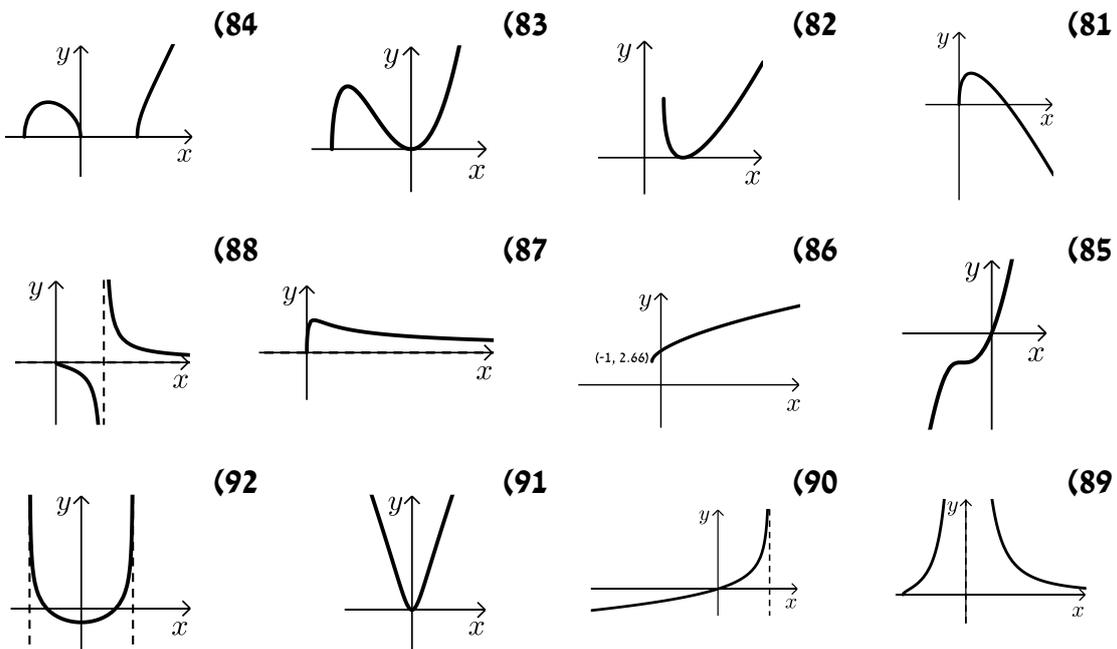
א. $-1 \leq x \leq 0, x \geq 1$ ב. $\max(-0.57, 0.62), \min(0,0), \min(1,0), \min(-1,0)$ **(92)**

א. עולה: $-1 < x < -0.57, x > 1$ יורדת: $-0.57 < x \leq 0$ **(93)**

א. $(0,0), (1,0), (-1,0)$ ג. אין. **(94)**

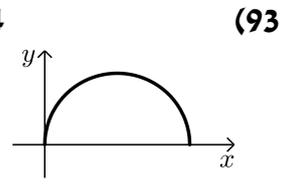
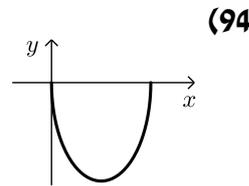
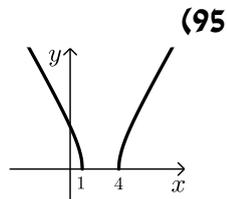
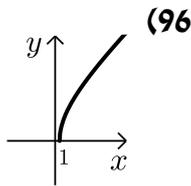
- (85) א. כל x . ב. $\max(-2, -2), \min(-1.75, -2.004)$. ג. עולה: $x > -1.75, x < -2$; יורדת: $-2 < x < -1.75$. ד. $(0, 0)$. ה. אין.
- (86) א. $x \geq -1$. ב. $\min(-1, \sqrt{7})$. ג. עולה בכל תחום הגדרתה. ד. אין. ה. אין.
- (87) א. $x \geq 0$. ב. $\max\left(2, \frac{\sqrt{2}}{4}\right), \min(0, 0)$. ג. עולה: $0 < x < 2$; יורדת: $x > 2$. ד. $(0, 0)$. ה. $y = 0$.
- (88) א. $x \geq 0, x \neq 2$. ב. $\max(0, 0)$. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה. ד. $(0, 0)$. ה. $x = 2, y = 0$.
- (89) א. $x \geq -8, x \neq 0$. ב. $\min(-8, 0)$. ג. עולה: $-8 < x < 0$; יורדת: $x > 0$. ד. $(-8, 0)$. ה. $x = 0, y = 0$.
- (90) א. $x < 10$. ב. אין קיצון. ג. עולה בכל תחום הגדרתה. ד. $(0, 0)$. ה. $x = 10$.
- (91) א. כל x . ב. $\min(0, 0)$. ג. עולה: $x > 0$; יורדת: $x < 0$. ד. $(0, 0)$. ה. אין.
- (92) א. $-3 < x < 3$. ב. $\min\left(0, -\frac{4}{3}\right)$. ג. עולה: $0 < x < 3$; יורדת: $-3 < x < 0$. ד. $(\pm 2, 0), \left(0, -\frac{4}{3}\right)$. ה. $x = \pm 3$.

סקיצות של שאלות 81-92:



- 93** א. $0 \leq x \leq 16$. ב. $\max(8,8)$, $\min(0,0)$, $\min(16,0)$. ג. עולה: $0 < x < 8$, יורדת: $8 < x < 16$.
- 94** א. $0 \leq x \leq 36$. ב. $\max(36,0)$, $\max(0,0)$, $\min(18,-36)$. ג. עולה: $18 < x < 36$, יורדת: $0 < x < 18$.
- 95** א. $x \geq 4$, $x \leq 1$. ב. $\min(4,0)$, $\min(1,0)$. ג. עולה: $x > 4$, יורדת: $x < 1$. ד. $(0,2)$.
- 96** א. $x \geq 1$, $x \leq -25$. ב. $\min(-25,0)$, $\min(1,0)$. ג. עולה: $x > 1$, יורדת: $x < -25$.

סקיצות של שאלות: 93-96:

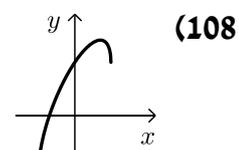
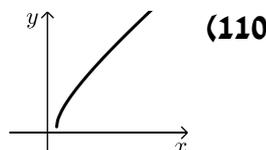
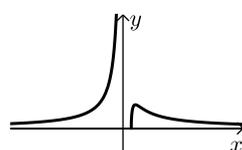
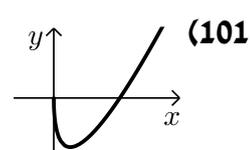
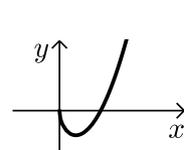
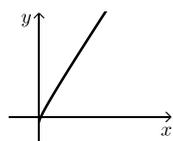
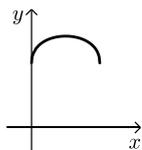


- 97** א. $k = -3$. ב. $2 \leq x \leq 8$. ג. כן – ישנן נקודות קיצון קצה: $\min(2,-3)$, $\min(8,-3)$. ד. עולה: $2 < x < 5$, יורדת: $5 < x < 8$.
- 98** א. $k = 4$. ב. $-3 \leq x \leq 3$. ג. כן – ישנן נקודות קיצון קצה: $\min(-3,0)$, $\min(3,0)$. ד. עולה: $-3 < x < 0$, יורדת: $0 < x < 3$.
- 99** א. $x \geq -1$. ב. $\max(-1,0)$, $\min(0,-1)$. ג. $(-1,0)$, $(3,0)$. ד. עולה: $x > 0$, יורדת: $-1 < x < 0$. ה. חיובית: $x > 3$, שלילית: $-1 < x < 3$.
- 100** א. $k = 2$. ב. $x \leq 5.5$. ג. כן – ישנה נקודת קיצון קצה: $(5.5, 7.5)$. לא קיימת נקודת קיצון מקומית מאחר ש- $x = 5$ המתקבל בעת השוואת הנגזרת לאפס נפסל כי אינו מקיים את המשוואה המקורית.

ד. הנקודה שבה $x = -7$ אינה מקיימת את המשוואה המקורית ולכן נפסלת.

- 101** א. $k = -12$. ב. $\min(4,-12)$, $\max(0,0)$. ג. עולה: $x > 4$, יורדת: $0 < x < 4$.
- 102** א. $k = 4$. ב. $(1,3)$. ג. $\min(0,0)$, $\max(4,4)$. ד. $(0,0)$, $(16,0)$.

- 103** א. $x \geq 0$. ב. $\min(4, -6)$, $\max(0, 0)$. ג. עולה : $x > 4$ יורדת : $0 < x < 4$. ד. $(0, 0)$, $(0, \sqrt[3]{1024})$.
ו. חיובית : $x > 10$, שלילית : $0 < x < 10$.
- 104** א. $k = 2$. ב. יש קיצון קצה - $(0, -4)$. ג. עולה בכל תחום הגדרתה . ד. $(1, 0)$.
- 105** א. $0 \leq x \leq 16$. ב. $\min(0, 4)$, $\min(16, 4)$, $\max(8, 2\sqrt{8})$. ג. עולה : $0 < x < 8$, יורדת : $8 < x < 16$.
- 106** א. $k = 1$. ב. $0 \leq x \leq 4$. ג. לא . ד. אין קיצונים .
- 107** א. יש להראות כי הנגזרת מורכבת מחיבור של שני ביטויים שחיוביים תמיד ומכאן שסימן הנגזרת חיובי והפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה .
- $\left(f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{9-2x}} \right)$ הנגזרת בנויה משני ביטויים חיוביים .
- ב. $0 \leq x \leq 4.5$. ג. $m = 2$. ד. $\min(0, -1)$, $\max(4.5, 2 + \sqrt{4.5})$.
- 108** א. $-4 \leq x \leq 4$. ב. $\min(-4, -4)$, $\min(4, 4)$, $\max(\sqrt{8}, 2\sqrt{8})$. ג. $(0, 4)$, $(-\sqrt{8}, 0)$.
- 109** א. $k = -1$. ב. $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$. ג. $\min(-\sqrt{8}, \sqrt{8})$, $\min(\sqrt{8}, -\sqrt{8})$, $\max(-2, 4)$. ד. עולה : $-\sqrt{8} < x < 2$, יורדת : $-2 < x < -\sqrt{8}$.
- 110** א. $x \geq 2$. ב. אין נקודות קיצון . ג. $\left(2, \frac{1}{8} \right)$. ד. אין נקודות חיתוך עם הצירים . ו. $m \geq \frac{1}{8}$.
- 111** א. $x \geq 2$, $x < 0$. ב. $\min(2, 0)$, $\max\left(3, \frac{1}{\sqrt{27}} \right)$. ג. $(2, 0)$.
- 112** א. $a = 1$. ב. $-3 < x < 3$. ג. $(-1.5, \sqrt{3})$. ד. יורדת : $-3 < x < -1.5$, עולה : $-1.5 < x < 3$.
- סקיצות של שאלות 101-111 (אלו שיש בהן גרף):**



(113) א. i. הטענה אינה נכונה.

תחומי ההגדרה הם: $f(x): x \geq -k$; $g(x): x > -k$; $h(x): x \geq -k$.

ii. הטענה אינה נכונה. הפונקציה $f(x)$: עולה תמיד שכן: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+k}} > 0$.

הפונקציה $g(x)$: גם עולה תמיד שכן: $g'(x) = \frac{x+2k}{(x+k)^{1.5}} > 0$ כי הנקודה $x = -2k$

אינה בתחום ההגדרה וערך הנגזרת בתחום ההגדרה חיובי. לפונקציה $h(x)$ יש

נקודת מינימום ב- $x = -\frac{2}{3}k$ אשר בתוך תחום הגדרתה ולכן היא יורדת

בעבור: $-k < x < -\frac{2}{3}k$.

iii. הטענה אינה נכונה.

נקודות החיתוך: $f(x): (-k, 0)$; $g(x): (0, 0)$; $h(x): (-k, 0), (0, 0)$.

ב. i. $f'(0) = \frac{1}{2\sqrt{k}}$, $g'(0) = \frac{1}{\sqrt{k}}$. ii. $k = 4$. ג. $I = g(x)$, $II = f(x)$, $IV = h(x)$.

(114) א. i. הטענה אינה נכונה.

ת"ה: $f(x): -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}$; $g(x): -\sqrt{k} < x < \sqrt{k}$; $h(x): -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}, x \neq 0$.

ii. הטענה אינה נכונה.

נקודות החיתוך הן: $f(x): (\pm\sqrt{k}, 0), (0, 0)$; $g(x): (0, 0)$; $h(x): (\pm\sqrt{k}, 0)$.

iii. הטענה נכונה. בעבור $g(x)$ נקבל: $g'(x) = \frac{2kx - x^3}{(k - x^2)^{1.5}}$ ולכן: $x = 0$ נקודת

מינימום. (הנקודות $x = \pm\sqrt{2k}$ נפסלות). בעבור $h(x)$ נקבל: $h'(x) = \frac{x^3 - 2kx}{(k - x^2)^{1.5}}$

ולכן: $x = 0$ נקודת מקסימום. (הנקודות $x = \pm\sqrt{2k}$ נפסלות).

iv. הטענה אינה נכונה. לפונקציה יש 3 נקודות קיצון: $x = 0, x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}k}$.

ב. $k = 24$. ג. $\min(0, 0), \max(\pm 4, 32\sqrt{2})$. ד. $I = g(x)$, $II = f(x)$, $III = h(x)$.

- 115** א. i. הטענה אינה נכונה. תחומי ההגדרה הם: $f(x): x \geq 0, x \neq 1$; $g(x): x > 1$.
 ii. הטענה נכונה. ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון $(4,4)$ ול- $g(x)$ יש קיצון $(2,2)$. שתיהן נמצאות על הישר $y = x$.
 iii. הטענה נכונה. מתקבלים: $x = 0, 1$ אשר שניהם נפסלים מחמת תחום ההגדרה של הפונקציות.

ב. $h(x) = \frac{x^2}{x-1}$ ג. לא. $h(x): x \neq 1$ ד. $\Pi = f(x), I = h(x)$
116 א. i. $-\sqrt{k} < x < \sqrt{k}$ ii. $x = \pm\sqrt{k}$
 ב. הנגזרת היא: $f'(x) = \frac{k^2}{(k-x^2)^{1.5}} > 0$ ג. $y = \sqrt{k}x$ ד. $k = 4$

א. **117** $g(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x+4}}$

- ב. i. הטענה אינה נכונה. ת"ה: $g(x) = x < -4, x \geq -2$; $f(x): x \neq 4$

ii. הטענה נכונה. הנגזרות חיוביות: $f(x) = \frac{2}{(x+4)^2} > 0$

ג. $g(x) = \frac{1}{(x+4)^2 \sqrt{\frac{x+2}{x+4}}} > 0$

- iii. הטענה נכונה. הנקודה היא: $(-2, 0)$.

- iv. הטענה נכונה. האסימפטוטות משותפות הן: $x = -4, y = 1$.

ג. $f(x): \left(0, \frac{1}{2}\right); g(x): \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

- ד. אסף צודק שכן מכוח ההגדרה: $g(x) = \sqrt{f(x)}$. ניתן לראות כי בעבור

כל ערך של x_0 בחיתוך תחום ההגדרה המשותף קיימות שתי נקודות: $A(x_0, f(x_0))$

ו- $B(x_0, g(x_0))$ (אחת על כל גרף כמובן) ושיעורי ה- y שלהן מקיימות: $g(x_0) = \sqrt{f(x_0)}$.

118 א. $-2 < x \leq 0, x > 2$. ב. $f'(x) = -\frac{x^2+4}{2(x^2-4)^2 \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}}$

- ד. נקודות החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה- x ונקודות המאפסות את הנגזרת של $f(x)$.

ה. i. לא. ל- $f(x)$ אין נק' קיצון והנקודה $(0,0)$ אינה קיצון בעבור $g(x)$.

ii. יורדת בכל תחום הגדרתה. ג. ו.