תוכן העניינים:

פרק 22

חשבון דיפרנציאלי - בעיות קיצון

שלבי עבודה:

- נגדיר את אחד הגדלים בשאלה כ- x.
- נבטא את שאר הגדלים בשאלה באמצעות x.
- נבנה פונקציה שמבטאת את מה שרצינו שיהיה מינימלי/מקסימלי.
- נגזור את הפונקציה, נשווה לאפס ונחלץ ערך/ערכי ה- x.
- נוודא שערך ה- x מהסעיף הקודם הוא אכן מינימום/מקסימום באמצעות y'' (או טבלה).
- ננסח את התשובה לשאלה המקורית.

שאלות:

1) מבין כל זוגות המספרים שסכומם 14 מצא את הזוג שמכפלתו מקסימלית.

2) נתונים שלושה מספרים שסכומם 24. המספר הראשון שווה למספר השני.
מצא מהם המספרים אם ידוע שמכפלתם מקסימלית.

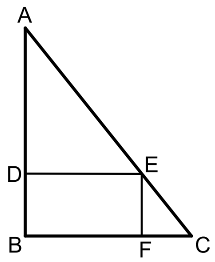
3) מצא את המספר החיובי שאם נוסיף לו את המספר ההופכי לו הסכום המתקבל יהיה מינימלי.

4) מבין כל המשולשים שווי השוקיים שהיקפם 24 ס"מ מצא את אורך בסיסו של המשולש בעל השטח הגדול ביותר.

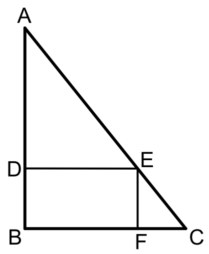
5) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מבין כל המשולשים שווי השוקיים שהיקפם a, מצא את בסיסו של המשולש בעל השטח הגדול ביותר.

ב. הוכח: מבין כל המשולשים שווי השוקיים בעלי אותו היקף, המשולש בעל השטח הגדול ביותר הוא משולש שווה צלעות.



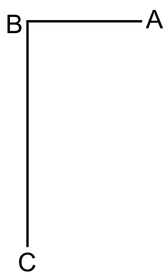
6) במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle B=90^\circ$)
הנקודה E נמצאת על היתר AC כך
שהמרובע EDBF הוא מלבן.
נתון: AB = 20 ס"מ, BC = 16 ס"מ.
מצא את שטחו של המלבן בעל השטח הגדול ביותר.



7) במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle B=90^\circ$) הנקודה E
נמצאת על היתר AC כך שהמרובע EDBF הוא מלבן.
נתון: $AB=a$, $BC=b$.
מצא את שטחו של המלבן בעל השטח הגדול ביותר.

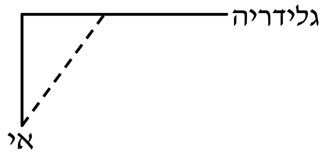
8) נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח הפנים שלה הוא 96 סמ"ר.
מצא את מידות התיבה שנפחה מקסימלי.

9) מכל הגלילים הישרים שהיקף פרישת המעטפת שלהם הוא k, מצא את נפחו של הגליל בעל הנפח המקסימלי.



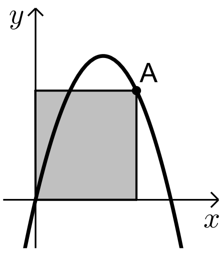
10) שני הולכי רגל יוצאים בו זמנית לדרכם, האחד
מעיר A מערבה לעיר B והשני מעיר B דרומה לעיר C.
המרחק בין הערים A ו-B הוא 20 ק"מ.
מהירות הולך הרגל שיצא מ-A היא 4 קמ"ש ומהירות
הולך הרגל השני 2 קמ"ש.
כעבור כמה זמן מיציאת הולכי הרגל יהיה המרחק ביניהם
מינימלי? מצא גם את המרחק המינימלי.

11) אדם נמצא על אי במרחק 0.5 ק"מ מהחוף. על החוף, במרחק של 3 ק"מ מהנקודה הקרובה ביותר לאי, נמצאת גלידריה. האדם שוחה במהירות של 8 קמ"ש ורץ על החוף במהירות של 10 קמ"ש.
לאיזה מרחק מהגלידריה עליו לשחות כדי להגיע לגלידריה בזמן הקצר ביותר?

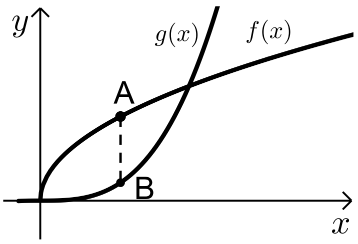


12) אדם מתכנן לבנות מרפסת בצורת מלבן בביתו ורוצה להציב מעקה סביב המרפסת (ראה איור).
שטח המרפסת המתוכנן הוא 24 מ"ר.
מחיר מעקה בחזית המרפסת (BC) הוא 120 ₪ למטר ומחיר מעקה בצדי המרפסת הוא 40 ₪ למטר.
מה צריכים להיות ממדי המרפסת כדי שמחיר המעקה יהיה מינימלי?

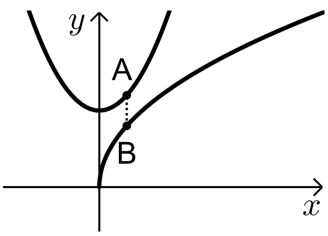
13) נתונה הפונקציה $f(x)=6x-x^2$.
מנקודה A שעל הפונקציה ברביע הראשון הורידו אנכים לצירי השיעורים כך שנוצר מלבן כמתואר בשרטוט. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



14) נתונות הפונקציות $f(x)=2\sqrt{x}$ ו- $g(x)=\frac{1}{3}x^3$.
את הנקודה A שעל $f(x)$ חיברו עם הנקודה B, שנמצאת מתחתיה על $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מקסימלי?



15) נתונות שתי הפונקציות: $g(x)=x^2+5$, $f(x)=4\sqrt{x}$.
א. התאם לכל גרף את הפונקציה המתאימה.
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודות A ו-B כדי שאורך הקטע AB (המקביל לציר ה- y) יהיה מינימלי?
חשב את אורך הקטע המינימלי.



16) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2}{x-1}$ והישר $y=2x$.
בין הישר והפונקציה ברביע הראשון חסמו מלבן.
מצא את מידות המלבן שהיקפו מינימלי.

תשובות סופיות:

1) 7,7	2) 8,8,8	3) 1
4) 8 יחידות אורך	5) א. $\frac{a}{3}$	6) 80 סמ"ר
7) $\frac{ab}{4}$ יח"ש	8) 4x4x4	9) $V=\frac{k^3}{216\pi}$ יח"נ
10) 4 שעות, המרחק: $\sqrt{80}$ ק"מ	11) $2\frac{1}{3}$ ק"מ	12) 4x6
13) $A(4,8)$	14) $A(1,2)$	

15) א. הנקודה A נמצאת על g והנקודה B נמצאת על f .
ב. $B(1,4)$, $A(1,6)$, האורך המינימלי הוא 2 יחידות אורך.

16) 2x1

תרגול נוסף:

תרגילים העוסקים בפונקציה פולינומית:

***הערה: לשאלות בחוצץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.**

1) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 45. ידוע שמספר אחד זהה לשני.

א. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

ב. כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?

ג. באיזה מקרה (א' או ב') המכפלה תהיה גדולה יותר? הראה דרך חישוב.

2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מבין כל המספרים המקיימים: $3x+y=60$ מצא את המספרים x ו- y שמכפלת ריבועיהם מקסימלית.

ב. מהי המכפלה הנ"ל?

3) סכום שלושה מספרים הוא 11. ידוע כי המספר הראשון גדול ב-4 מהמספר השני. הראה כי המספרים שמכפלתם היא מקסימלית מקיימים:

א. מכפלת שני המספרים הקטנים שווה למספר הגדול.

ב. ערך המכפלה של שלושת המספרים שווה לריבוע המספר הגדול מבניהם.

4) סכום שלושה מספרים הוא 26. מספר אחד גדול פי 3 מהשני. מצא את שלושת המספרים שסכום ריבועיהם הוא מינימלי.

5) x ו- y הם שני מספרים המקיימים: $x+6y=60$.

א. הבע את y באמצעות x.

ב. מה צריכים להיות המספרים x ו- y כדי שמכפלת ריבועיהם תהיה מקסימלית?

ג. מהי המכפלה הנ"ל?

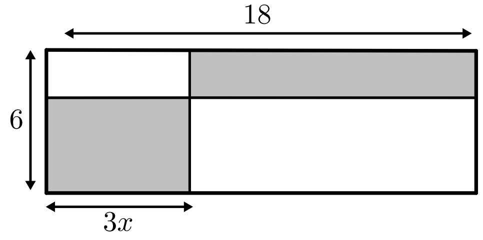
6) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 36. ידוע שמספר אחד זהה לשני.

א. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

ב. כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?

ג. באיזה מקרה תהיה מכפלה גדולה יותר?

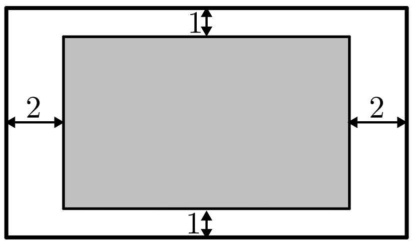
7) במלבן שצלעותיו הן 6 ס״מ ו-18 ס״מ חסומים שני מלבנים מסומנים.
אורך אחד המלבנים המסומנים גדול פי 3 מרוחב המלבן השני כמתואר באיור.



א. מה צריך להיות האורך x כדי שסכום שטחי שני המלבנים יהיה מקסימלי.

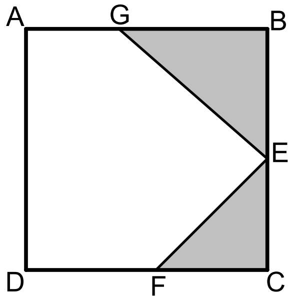
ב. בעבור ה- x שמצאת מהו סכום השטחים הללו?

8) יוסי רוצה לקנות דף מחשב צבעוני ומיוחד בעל היקף של 60 ס״מ כדי להכין ברכה ליום הולדתה של חברתו רחל. המדפסת של יוסי אינה מדפיסה עד גבולות הדף אלא משאירה מרחק של ס״מ אחד מקצות הדף העליון והתחתון, ומרחק של 2 ס״מ מצידי הדף (ראה איור).



יוסי רוצה לבחור דף שבו השטח שהמדפסת תוכל להדפיס יהיה מקסימלי.
מה הן מידות הדף שיוסי צריך לקנות כדי שהשטח המודפס יהיה מקסימלי?

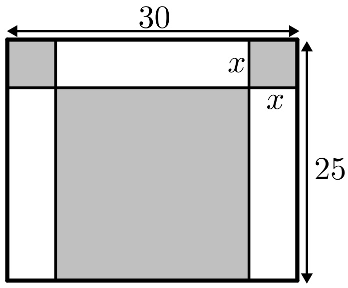
9) בריבוע ABCD חסומים שני משולשים ישרי-זווית GBE ו- ECF כמתואר באיור.
ידוע שאורך הקטע AG הוא 5 ס״מ ואורך צלע הריבוע ABCD הוא 13 ס״מ. המשולש ECF הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים (CE=CF).



א. מצא מה צריך להיות אורך שוק המשולש ECF בעבורו סכום שטחי שני המשולשים הנ״ל יהיה מינימלי?

ב. מה יהיה השטח הלבן במקרה זה?

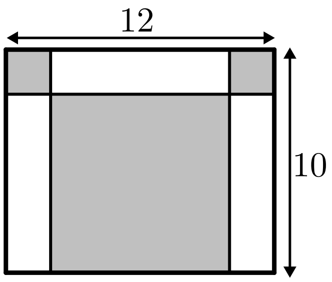
10) במלבן שצלעותיו הן 30 ס"מ ו- 25 ס"מ חסומים שני ריבועים ומלבן (המסומנים) כמתואר באיור.



א. מסמנים את צלע הריבוע ב- x.
מצא מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שסכום השטחים של שני הריבועים והמלבן יהיה מינימלי.

ב. בעבור אורך הצלע שמצאת מהו סכום השטחים המינימלי?

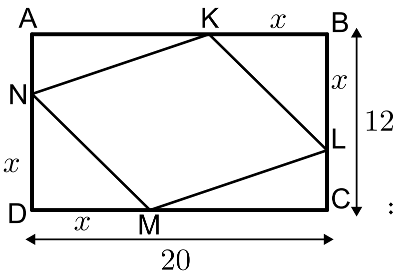
11) במלבן שמידותיו הן 12 ס"מ ו- 10 ס"מ חסומים בצדדים למעלה שני ריבועים ומלבן מתחתיהם במרכז.



א. מצא מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שסכום השטחים של שני הריבועים והמלבן יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה השטח שלהם במקרה זה?

12) הנקודות N , M , L , K מקצות קטעים שווים במלבן $ABCD$ כך ש: $BK = BL = DM = DN = x$
צלעותיו של המלבן הן 20 ס"מ ו-12 ס"מ.

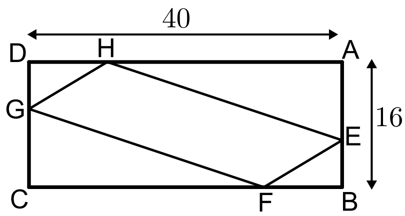


א. הבע באמצעות x את סכום שטחי המשולשים: $\Delta AKN + \Delta BKL + \Delta CLM + \Delta DNM$.

ב. מצא מה צריך להיות x כדי ששטח המרובע $LKNM$ יהיה מקסימלי.

ג. מה הוא השטח של המרובע $LKNM$ במקרה זה?

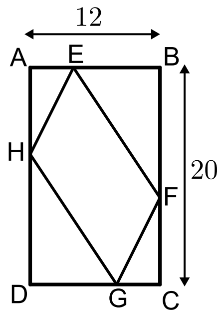
13) במלבן $ABCD$ שמידותיו הן 40 ס"מ ו-16 ס"מ מקצים נקודות על צלעות המלבן כך שמתקיים: $AE = BF = CG = DH = x$.



א. הבע באמצעות x את שטחי ארבעת המשולשים: $\Delta AEH + \Delta BEF + \Delta CGF + \Delta DGH$.

ב. מצא מה צריך להיות x בעבורו שטח המרובע $EFGH$ יהיה מינימלי.

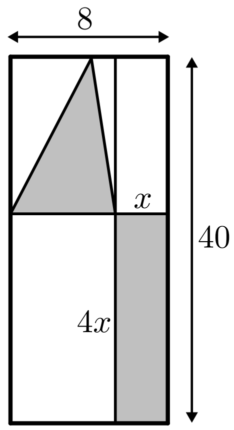
ג. מה יהיה שטח המרובע $EFGH$ במקרה זה?



14) אורך המלבן ABCD הוא 20 ס"מ ורוחבו הוא 12 ס"מ.
מקצים על צלעות המלבן קטעים
כך ש: $AH = BE = CF = DG = x$.

א. מצא מה צריך להיות x בעבורו שטח המרובע EFGH יהיה מינימלי.

ב. בעבור ה- x שמצאת מה השטח המינימלי?

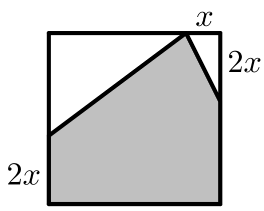


15) נתון מלבן שמידותיו הן 8 ס"מ על 40 ס"מ. מעבירים ישרים המקבילים לצלעות המלבן כך שנוצרים 4 מלבנים.
מסמנים צלע אחת של המלבן הימני ב- x , כך שהצלע הסמוכה לה גדולה פי 4 ממנה כמתואר באיור ובמלבן השמאלי בונים משולש.

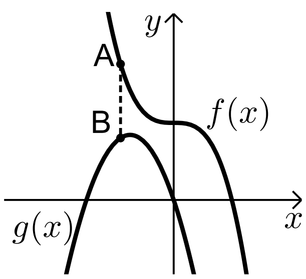
א. בטא באמצעות x את סכום השטחים של המלבן והמשולש המסומנים.

ב. מצא מה צריכות להיות מידות המלבן הימני כדי שסכום השטחים הנ"ל יהיה מינימלי.

ג. מה יהיה השטח הלבן במקרה זה?



16) נתון ריבוע בעל אורך צלע של 16 ס"מ. מקצים קטע שאורכו x על הצלע העליונה ושני קטעים שאורכם הוא $2x$ על הצלעות הצדדיות כמתואר באיור, כך שנוצר המחומש המסומן. מצא מה צריך להיות ערכו של x בעבורו שטח המחומש יהיה מקסימלי.



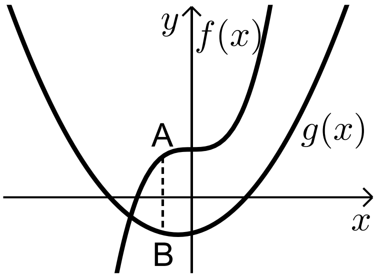
17) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x) = 16 - 2x^3$, $g(x) = -6x^2 - 18x$.
מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני ומותחים ממנה ישר המקביל לציר ה- y שחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

18) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=x^3+8$, $g(x)=x^2+x-6$.

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$
ומורידים ממנה ישר המקביל לציר ה- y
שחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B.

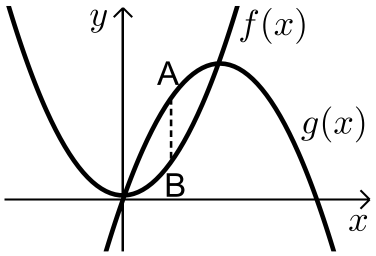


א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

ב. מה יהיה האורך המקסימלי?

19) באיור שלפניך מתוארות הפונקציות: $f(x)=x^2+3$, $g(x)=20x-x^2$.

מעבירים קטע AB המקביל לציר ה- y
כך שהנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$
והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.



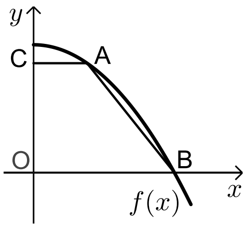
א. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.
הבע באמצעות t את אורך הקטע AB.

ב. מה צריך להיות t כדי שאורך הקטע AB יהיה מקסימלי?

ג. מהו האורך AB במקרה זה?

20) נתונה הפונקציה: $f(x)=36-x^2$. על גרף הפונקציה ברביע הראשון מסמנים נקודה A.

מהנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x שחותך את ציר ה- y בנקודה C.
הנקודה B היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x ו-O ראשית הצירים.

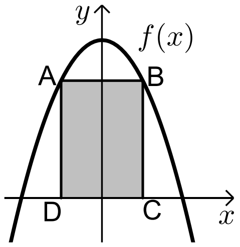


א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז ABOC יהיה מקסימלי?

ב. מהו שטח הטרפז המקסימלי?

21) מעבירים ישר AB המקביל לציר ה- x כך שהנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)=48-x^2$.

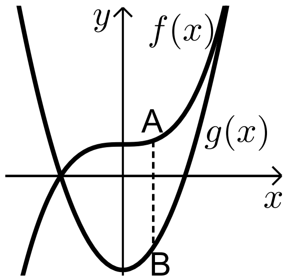
מהנקודות A ו-B מורידים אנכים לציר ה- x
כך שנוצר מלבן ABCD.



א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B בעבורם שטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי.

ב. בעבור שיעורי הנקודה B שמצאת מה יהיה השטח?

22) באיור שלפניך נתונות הפונקציות : $f(x)=x^3+8$ ו- $g(x)=6x^2-24$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

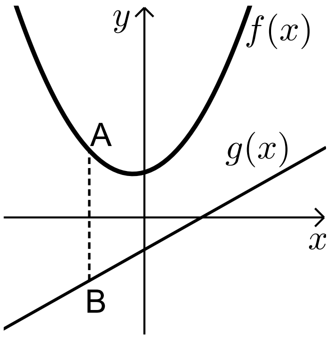
והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$

כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .

א. מצא את שיעורי הנקודה A בתחום $x_A<4$
עבורם הקטע AB יהיה מקסימלי.

ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

23) באיור שלפניך מתוארים הגרפים
של הפונקציות : $f(x)=x^2+x+7$



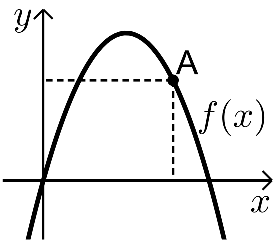
ו- $g(x)=2x-5$. הנקודה A נמצאת על גרף
הפונקציה $f(x)$ ונקודה נמצאת על גרף
הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

ב. מצא את t בעבורו אורך הקטע AB יהיה מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאת בסעיף הקודם, מה יהיה אורך הקטע AB?

24) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה :

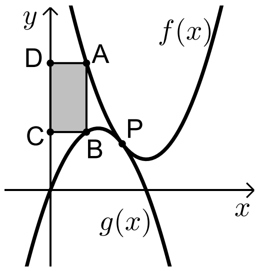


$f(x)=-x^2+7x$. הנקודה A נמצאת על גרף
הפונקציה ברביע הראשון. מהנקודה A מורידים
אנכים לצירים כך שנוצר מלבן.

א. מצא מה צריכים להיות שיעורי
הנקודה A בעבורם היקף המלבן יהיה מקסימלי.

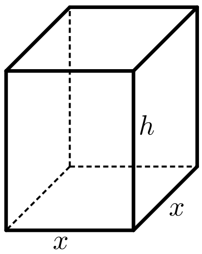
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם היקף המלבן יהיה
מינימלי?

25) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=x^2-8x+18$ ו- $g(x)=-x^2+4x$.
הגרפים נחתכים בנקודה P. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון
והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ ברביע הראשון
כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y. ידוע כי שיעורי ה- x
של הנקודות A ו-B קטן משיעור ה- x של הנקודה P.
מעבירים אנכים מהנקודות A ו-B לציר ה- y כך שנוצר
מלבן ABCD (המסומן). נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



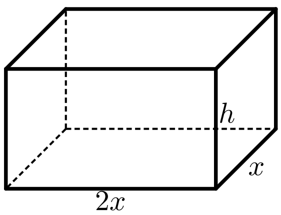
א. הבע באמצעות t את שטח המלבן המסומן.
ב. מצא את ערכו של t בעבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.
ג. מה יהיה שטח המלבן במקרה זה?

26) נתונה תיבה שגובהה הוא h ובסיסה הוא ריבוע
שאורך צלעו היא x. נתון כי צלע הריבוע וגובה
התיבה מקיימים: $4x+h=63$.

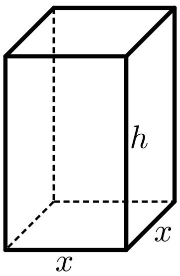


א. הבע את h באמצעות x.
ב. הבע את שטח הפנים של התיבה באמצעות x.
ג. מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח הפנים יהיה מקסימלי?

27) נתונה תיבה שבסיסה הוא מלבן שבו צלע אחת
גדולה פי 2 מהצלע הסמוכה לה כמתואר באיור.
ידוע כי גובה התיבה h וצלע המלבן הקטנה x
מקיימים: $x+h=9$. מצא מה צריכות להיות מידות
בסיס התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי.

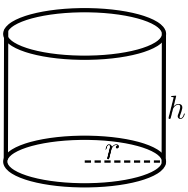


28) נתונה תיבה שבסיסה הוא ריבוע.
ידוע כי סכום כל המקצועות הוא 60 ס"מ.
נסמן את אורך צלע הבסיס ב- x ואת גובה התיבה ב- h.



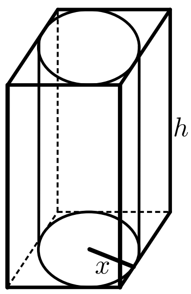
א. הבע את h באמצעות x.
ב. מצא את מידות התיבה עבורן נפחה הוא מקסימלי.
ג. מה הוא הנפח המקסימלי של התיבה?

29) נתון גליל שרדיוס בסיסו הוא r וגובהו h.
ידוע כי סכום הרדיוס והגובה הוא 6 ס"מ.
מצא את מידות רדיוס הגליל וגובהו בעבורם נפח הגליל



יהיה מקסימלי.

30) באיור שלפניך מתוארים תיבה שבסיסה ריבוע וגליל החסום בתוך התיבה. רדיוס הגליל יסומן ב- x וגובהו ב- h.
ידוע כי הסכום של x ו- h הוא 12 ס"מ.



א. הבע באמצעות x את אורך מקצוע הבסיס של התיבה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות x את נפח הגליל.

ii. הבע באמצעות x את נפח התיבה.

ג. מצא את x בעבורו הנפח הכלוא בין התיבה לגליל יהיה מקסימלי.

תשובות סופיות:

1)	א. 15, 15, 15	ב. 10, 20, 15	ג. מקרה א'.
2)	א. $x=10$, $y=30$	ב. $M=90000$.	
3)	המספרים: 2, 3, 6.		
4)	4, 10, 12.		
5)	א. $y=10-\frac{x}{6}$	ב. $x=30$, $y=5$	ג. $M=22500$.
6)	א. 12, 12, 12	ב. 8, 12, 16	ג. מקרה א'.
7)	א. $x=3$	ב. $S=54$.	
8)	14 ס"מ, 16 ס"מ.		
9)	א. 4 ס"מ	ב. $S=125$.	
10)	א. $x=10$	ב. $S=350$.	
11)	א. 4 ס"מ	ב. $S=56$.	
12)	א. $2x^2-32x+240$	ב. $x=8$	ג. $S=128$.
13)	א. $-2x^2+56x$	ב. $x=14$	ג. $S=248$.
14)	א. $x=8$	ב. $S_{Min}=112$.	

15) א. $6x^2-36x+160$ ב. 3 ס"מ על 12 ס"מ ג. $S=214$.

16) $x=6$.

17) א. $A(-1,18)$ ב. 6.

18) א. $A\left(-\frac{1}{3},7\frac{26}{27}\right)$ ב. $AB=14\frac{5}{27}$.

19) א. $-2t^2+20t-3$ ב. $t=5$ ג. $AB=47$.

20) א. $A(2,32)$ ב. $S=128$.

21) א. $B(4,32)$ ב. $S=256$.

22) א. $A(0,8)$ ב. $AB=32$.

23) א. $B(t,2t-5)$ ב. $t=0.5$ ג. $AB=11.75$.

24) א. $A(4,12)$ ב. $A(0,0)$.

25) א. $S=2t^3-12t^2+18t$ ב. $t=1$ ג. $S=8$.

26) א. $h=63-4x$ ב. $p=-14x^2+252x$ ג. $x=9$.

27) $x=6$.

28) א. $h=15-2x$ ב. 5x5x5 ג. V = 125 סמ"ק.

29) h = 2 ס"מ, r = 4 ס"מ.

30) א. $2x$ ב. i. $V=12\pi x^2-\pi x^3$ ב. ii. $V=48x^2-4x^3$ ג. $x=8$.

תרגילים העוסקים בפונקציה רציונאלית:

***הערה: לשאלות בחוצץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.**

1) נתונים שני מספרים x ו- y שמקיימים: $2x^2y=27$.

א. הבע את y באמצעות x.

ב. מה צריכים להיות המספרים כדי שסכומם יהיה מינימלי?

2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מבין כל המשולשים שווי השוקיים ששטחם הוא 128 סמ"ר מצא את אורך הבסיס ואורך גובהו במשולש שבו סכום אורך הבסיס וגובהו הוא מינימלי.

ב. מה יהיה הסכום במשולש זה?

3) מכפלת שלושה מספרים היא 27. ידוע כי המספר הראשון זהה לשני.
נסמן ב- x את המספר הראשון.

א. הבע באמצעות x את המספר השלישי.

ב. מצא את שלושת המספרים שסכומם מינימלי.

4) נתונים שני מספרים חיוביים.
ידוע כי המספר הראשון גדול פי 4 מהמספר השני.
מחברים את המספר השני עם ההופכי של המספר הראשון.

א. מצא מה יהיו המספרים בעבורם חיבור זה יהיה מינימלי.

ב. מה הוא ערך החיבור?

5) נתונים שלושה מספרים חיוביים כך שהמספר השני גדול פי 3 מהמספר הראשון והמספר השלישי גדול פי 9 מהמספר הראשון.
המספר הראשון יסומן ב- x.

א. הבע באמצעות x את המספרים השני והשלישי.

ב. הבע באמצעות x את הסכום בין המספר הראשון למספרים ההופכיים של המספרים השני והשלישי.

ג. מצא את שלושת המספרים בעבורם הסכום שהבעת בסעיף הקודם הוא מינימלי.

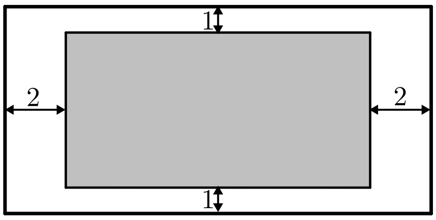
6) נתונים שני מספרים. ידוע כי המספר הראשון גדול ב- 14 מהמספר השני.
סמן ב- x את המספר הקטן.
מצא את המספרים בעבורם ההפרש בין המספר ההופכי של המספר הקטן למספר ההופכי של המספר הגדול הוא מקסימלי.

7) x ו- y הם שני מספרים חיוביים המקיימים: $xy+y=16$.

א. הבע את y באמצעות x.

ב. מצא מה צריכים להיות x ו- y בעבורם הסכום: $x+y$ יהיה מינימלי.
מה יהיה הסכום במקרה זה?

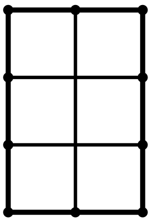
8) בבית הדפוס "עמירן" רוצים לעצב גלויה על גבי קרטון ששטחו הכולל הוא 242 סמ"ר.
הנהלת החברה החליטה שיש להשאיר רווחים של ס"מ אחד מקצות הדף העליון והתחתון ו-2 ס"מ מצדי הדף (ראה איור).



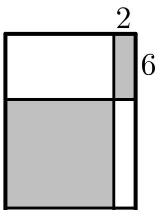
א. מצא מה צריכות להיות מידות הקרטון כדי שהשטח של התמונה יהיה מקסימלי.

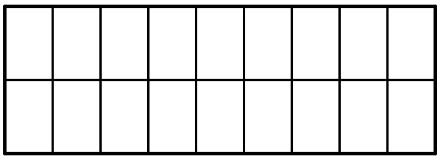
ב. מה יהיה השטח במקרה זה?

9) בחלון מלבני ששטחו הכולל הוא 192 מ"ר בונים סורגי מתכת מ-7 מוטות: 3 מאונכים ו-4 אופקיים (ראה איור).
מצא מה צריכים להיות אורכי המוטות המינימליים שיחסמו את חלון זה.

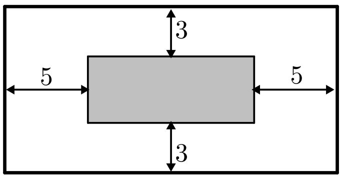


10) נתון מלבן ששטחו 1176 סמ"ר. מקצים בצדדי המלבן העליון והתחתון קטעים שאורכם 2 ס"מ ובצדדי המלבן הימניים קטעים שאורכם 6 ס"מ כך שנוצרים שישה מלבנים.
מסמנים שלושה מלבנים כמתואר באיור.
חשב מה צריכות להיות מידות המלבן כדי שסכום שטחי המלבנים המסומנים יהיה מקסימלי.





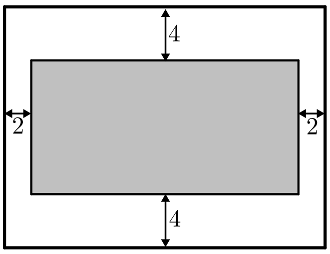
11) בתור תשתית לקיר עץ, קנו רפי וחבריו מוטות מתכת. מחיר המוטות נקבע בהתאם לאורכם. החבורה העמידה 10 מוטות מתכת מאונכים ולאחר מכן תפסו אותם עם שלושה מוטות נוספים אופקים כמתואר בתרשים. אחד מחבריו של רפי מדד וגילה ששטח המלבן שנוצר הוא 120 מ"ר. רפי בתגובה שמח ואמר "איזה יופי! עכשיו אני יודע שהשקעתנו הייתה מינימלית".
מצא מה צריכים להיות אורכי המוטות המינימליים בעבור השטח שמדד חברו של רפי.



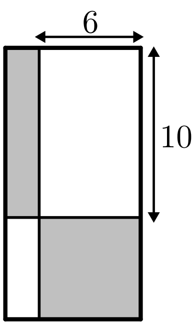
12) חיים הוא אחד מעובדי חברת "דפוס יהלום בע"מ". תפקידו של חיים הוא להדביק גלויות על משטחי קרטון בעלי שטח מינימלי כך שיישארו רווחים של 3 ס"מ מקצות הקרטון העליון והתחתון, ו-5 ס"מ מצדי הקרטון (ראה איור).
יום אחד קיבל חיים שיחת טלפון מלקוח אנונימי ששאל אותו את השאלה הבאה: "יש לי מגוון גדול של גלויות במידות שונות אשר שטחן זהה והוא 60 סמ"ר. מה הן המידות של גלויה אשר שטח משטח הקרטון שלה יהיה מינימלי?"

א. עזור לחיים לענות ללקוח על שאלתו והראה דרך חישוב.

ב. מה תהיינה מידות הקרטון עבור הגלויה המסוימת?

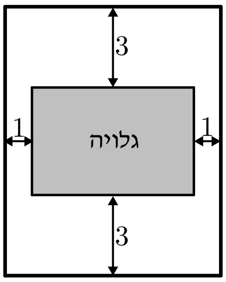


13) לרותי צבעי מים ומשטח עץ ששטחו הכולל הוא 162 סמ"ר. רותי רוצה לצייר מלבן במרכז המשטח כך שמרחקו מצדי המשטח 2 ס"מ ומהקצוות העליון והתחתון של המשטח - 4 ס"מ. רותי ראתה שהמשטח שברשותה לא עומד בתנאים אלו ולכן החליטה לקנות משטח חדש.
כשהגיעה רותי לנגר הוא אמר לה שמחיר העץ נקבע לפי מידותיו.
איזה מידות רותי צריכה לבקש כדי לקבל משטח שבו היא תוכל לצייר מלבן בעל שטח מקסימלי לפי דרישותיה?



14) נתון מלבן ששטחו הוא 135 סמ"ר.
מעבירים ישרים המקבילים לצלעות המלבן ומקצים עליהם קטעים באורכים של 6 ו-10 ס"מ (ראה איור).
על ידי הקצאת קטעים אלו נוצרים מלבנים נוספים המסומנים.
א. מצא מה צריכות להיות מידות המלבן הנתון בעבורם סכום שטחי מלבנים אלו יהיה מינימלי.
ב. מה יהיה השטח הלבן במקרה זה?

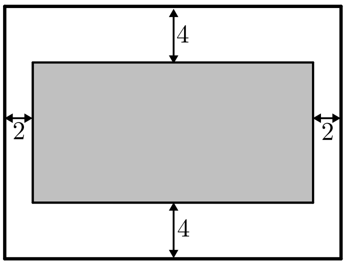
15) לדני גלויה מלבנית במידות לא ידועות ששטחה הכולל הוא 12 סמ"ר.
דני רוצה לקנות קרטון כדי להדביק את הגלויה במרכזו.
כשהלך דני לחנות כלי מלאכה אמר לו המוכר שניתן לבחור קרטון על פי שטח. דני הדגיש למוכר שהוא רוצה שהגלויה תהיה מודבקת במרכז הקרטון כך שמרחקה מצידי הקרטון יהיה 1 ס"מ בלבד ומרחקה מהקצוות העליון והתחתון יהיה 3 ס"מ.



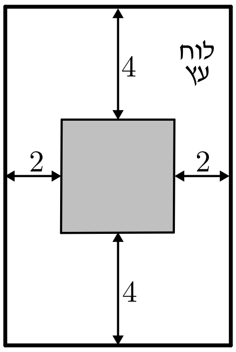
א. המוכר נתן לדני קרטון בעל שטח מינימלי בעבור הגלויה שלו. מה הן מידות הגלויה בעבורן שטח הקרטון הוא מינימלי?

ב. מה הוא שטח הקרטון שנתן המוכר לדני?

16) לרבקה קרטון מלבני ששטחו הכולל הוא 162 סמ"ר.
רבקה רוצה לחתוך מלבן במרכז הקרטון כדי שתוכל להשתמש בשארית הקרטון כמסגרת לתמונה.
כדי שהקרטון לא יקרע רבקה צריכה לשמור על רווחים של 2 ס"מ מצידי הקרטון ו-4 ס"מ מקצותיו העליון והתחתון. מה הן מידות הקרטון בעבורן שטח המלבן שרבקה תחתוך יהיה מקסימלי?

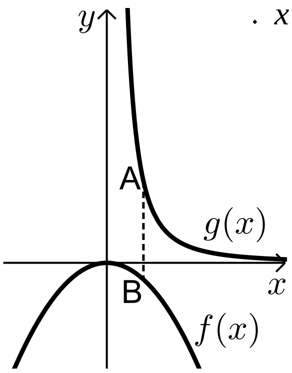


17) אלינה קיבלה משימה בשיעור מלאכה:
יש להכין מסגרת לתמונה מלוח עץ ששטחו הכולל הוא 242 סמ"ר כך שעובי המסגרת בצדדים יהיה 2 ס"מ ובקצוות העליון והתחתון – 4 ס"מ.
כדי לבחור את מידות לוח העץ, אלינה צריכה לדעת את השטח המקסימלי שעליה לנסר בעבור המקום לתמונה (השטח המסומן).



א. מה יהיו מידות לוח העץ שאלינה צריכה להזמין בעבור המשימה?

ב. מה יהיה השטח המקסימלי לתמונה בעבור המידות שאלינה בחרה?

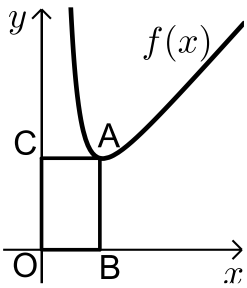


18) נתונות הפונקציות $f(x)=\frac{-x^2}{16}$ ו- $g(x)=\frac{1}{x^2}$ בתחום: $x>0$.

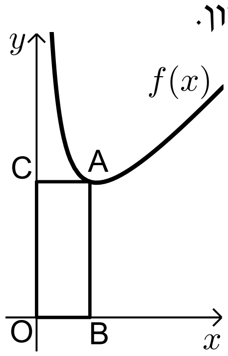
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y . (A ברביע הראשון).

א. מצא את שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?



19) הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה: $f(x)=x+\frac{16}{x^3}$ ברביע הראשון. מהנקודה A מורידים אנכים לצירים כפי שמתואר באיור כך שנוצר המלבן ABOC.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מינימלי.

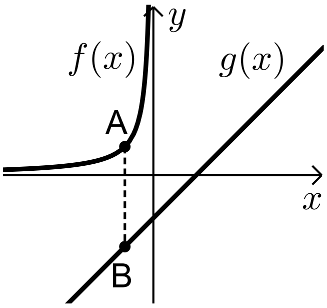


20) באיור שלפניך נתונה הפונקציה $f(x)=x+\frac{8}{x}$ ברביע הראשון.
מנקודה A שעל גרף הפונקציה מורידים אנכים לצירים כך שמתקבל מלבן ABOC.

א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן ABOC יהיה מינימלי.

ב. מה הוא ההיקף המינימלי?

21) הגרפים שלפניך מתארים את הפונקציות: $f(x)=-\frac{4}{x}$ בתחום: $x<0$
ו- $g(x)=x-3$. מסמנים על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה A ברביע השני
ועל גרף הפונקציה $g(x)$ נקודה B כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .



א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB יהיה מינימלי.

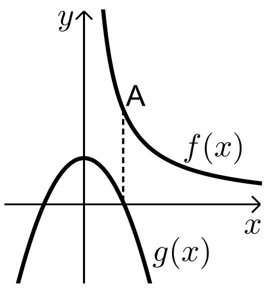
ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

22) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=\frac{1}{x}$ עבור $x>0$

ו-$g(x)=-4x^2+1$. מעבירים ישר המקביל לציר ה-y

שחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

ואת גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B.



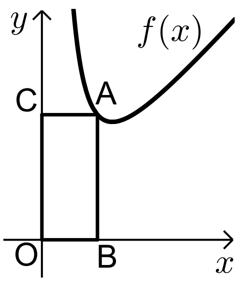
א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB יהיה בעל אורך מינימלי.

ב. מה יהיה האורך AB במקרה זה והיכן תמוקם הנקודה B ?

23) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=x+\frac{16}{x^2}$

ברביע הראשון. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה וממנה מורידים אנכים לצירים שיוצרים את המלבן ABCO (O-ראשית הצירים).

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

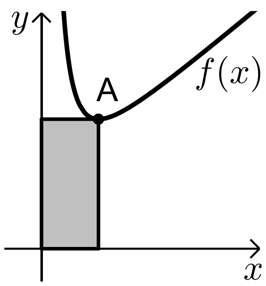


א. בטא באמצעות t את שיעור ה-y של הנקודה A ואת שטח המלבן ABOC.

ב. מצא מה צריך להיות ערכו של t בעבורו שטח המלבן יהיה מינימלי.

ג. מה יהיה שטח המלבן במקרה זה?

24) באיור שלפניך נתון גרף הפונקציה: $f(x)=x+\frac{8}{x^2}+3$ ברביע הראשון.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

מנקודה זו מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן (בעל השטח המסומן).

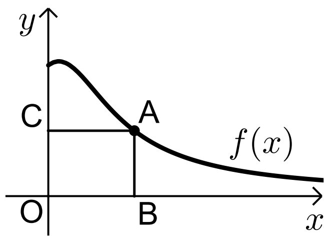
הנקודה A תסומן ב-$A\left(t, t+\frac{8}{t^2}+3\right)$.

א. הבע באמצעות t את היקף המלבן.

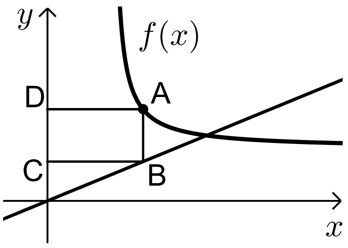
ב. מצא את ערכו של t בעבורו היקף המלבן יהיה מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאת בסעיף הקודם, מה יהיה שטחו של המלבן?

25) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+2}{x^2+0.5}$ בתחום: $x\ge 0$.
מקצים נקודה A על גרף הפונקציה ברביע הראשון
וממנה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC
כמתואר באיור.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם
שטח המלבן יהיה מקסימלי.

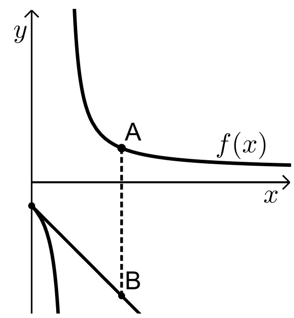


26) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x)=\frac{4x-5}{4(x-2)}$ בתחום: $x>2$
והישר: $y=\frac{x}{4}$. הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים של
הפונקציות כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.
ידוע כי: $x_A>2$. מהנקודות A ו-B מעבירים אנכים
לציר ה- y כך שנוצר המלבן ABCD.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.

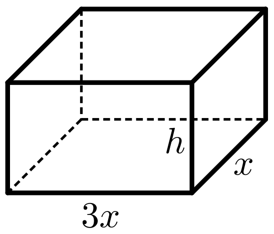


א. הבע באמצעות t את היקף המלבן ABCD.
ב. מצא את t עבורו היקף המלבן הוא מינימלי.
ג. מה יהיה ההיקף במקרה זה?

27) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+6}{x-3}$ ברביע הראשון.
מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך
שלה עם ציר ה- y.



א. מצא את משוואת המשיק.
מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$
ו-B על גרף המשיק כך שהקטע AB
מקביל לציר ה- y.
ב. מצא את שיעורי הנקודה A עבורם אורך הקטע AB הוא מינימלי.
ג. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

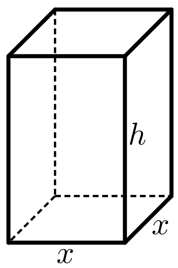


28) נתונה תיבה שבסיסה מלבן ונפחה הוא $V=288$.
ידוע כי אורך הבסיס גדול פי 3 מרוחבו (ראה איור).
מסמנים ב- x את מקצוע המלבן הקטנה
וב- h את גובה התיבה.

א. הבע את h באמצעות x.

ב. הבע את שטח הפנים של התיבה באמצעות x.

ג. מצא את מידות התיבה בעבורם שטח הפנים של התיבה יהיה מינימלי.

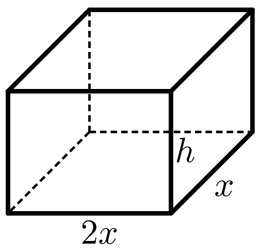


29) נפח תיבה שבסיסה ריבוע הוא 729 סמ"ר.
נסמן ב- x את אורך מקצוע הבסיס וב- h את גובה התיבה
(ראה איור).

א. הבע את h באמצעות x.

ב. הבע את שטח הפנים של התיבה באמצעות x.

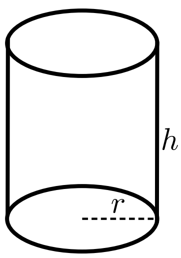
ג. מה צריך להיות x בעבורו שטח הפנים של התיבה יהיה מינימלי?



30) נפח קופסה בצורת תיבה הפתוחה מלמעלה הוא 36 סמ"ר.
בסיס הקופסה הוא מלבן שרוחבו גדול פי 2 מאורכו.

א. מצא את מידות בסיס הקופסה בעבורן שטח הפנים
שלה יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה גובה הקופסה במקרה זה?



31) נתון גליל שרדיוסו r וגובהו h.
ידוע כי רדיוס הגליל וגובהו מקיימים: $r^2 \cdot h = 128$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

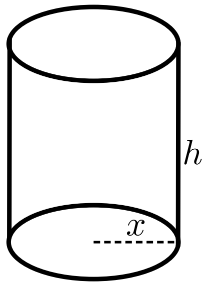
i. הבע באמצעות r את גובה הגליל.

ii. הבע באמצעות r את שטח הפנים של הגליל.

ב. מצא את אורך הרדיוס בעבורו שטח הפנים של הגליל יהיה מינימלי.

ג. מה יהיה נפח הגליל במקרה זה?

32) הנפח של קופסת עפרונות בצורת גליל הוא $V = 512\pi$.
ידוע כי הקופסה פתוחה מלמעלה.
רדיוס הקופסה יסומן ב- x וגובה הקופסה יסומן ב- h.

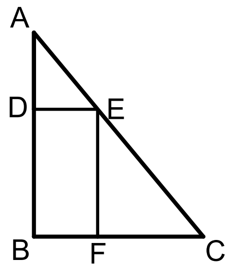


א. הבע באמצעות x את גובה הקופסה ואת שטח הפנים שלה.

ב. מצא את רדיוס הקופסה בעבורו שטח הפנים שלה יהיה מינימלי.

ג. מה יהיה שטח הפנים של הקופסה במקרה זה?

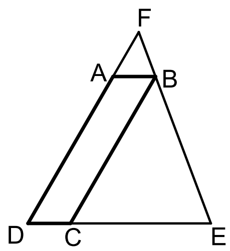
33) במשולש הישר זווית ABC חוסמים מלבן BDEF כמתואר באיור. מידות המלבן הן: $EF = 12$, $DE = 6$.
מסמנים את אורך הצלע AB ב- x.



א. הבע באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. מצא את אורכי הניצבים AB ו-BC של המשולש בעל השטח המינימלי?

34) המרובע ABCD הוא מקבילית. מהקודקוד B מעבירים את הצלע EF הנפגשת עם המשכי הצלעות DC ו-AD.
ידוע כי מידות המקבילית הן: $AB = 2$, $AD = 8$.
מסמנים את אורך הצלע DE ב- x.

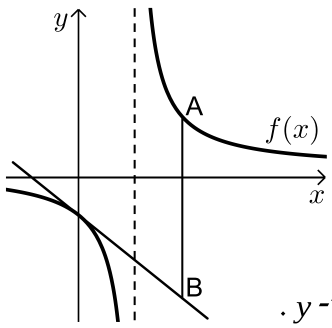


א. הבע באמצעות x את אורך הצלע DF.

ב. מצא את x בעבורו סכום הצלעות DE ו-DF הוא מינימלי.

ג. מה הוא הסכום המינימלי?

35) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+10}{x-2}$ ברביע הראשון.
מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y.

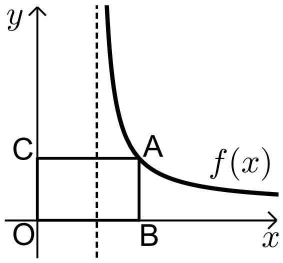


א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ו-B על גרף המשיק כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.
מצא את שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB הוא מינימלי.

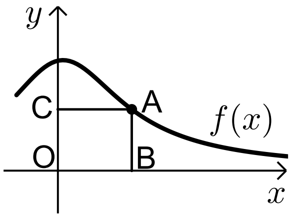
ג. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

36) נתונה הפונקציה : $f(x)=\frac{x+5}{x-4}$ בתחום : $x>4$.



מהנקודה A שעל גרף הפונקציה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מינימלי.

37) נתונה הפונקציה : $f(x)=\frac{x+12}{x^2+3}$ בתחום : $x\ge 0$.

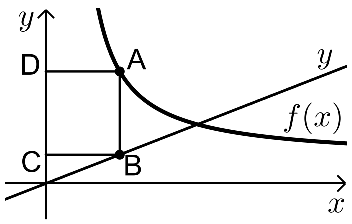


מקצים נקודה A על גרף הפונקציה וממנה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC כמתואר באיור.

א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם שטח המלבן יהיה מקסימלי.

ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם שטח המלבן יהיה מינימלי בתחום הנ"ל.

38) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה : $f(x)=\frac{x+8}{x-1}$ בתחום : $x>1$
והישר : $y=\frac{9x}{25}$. הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים של הפונקציה $f(x)$ והישר בהתאמה (שיעור ה- x שלהן קטן משיעור ה- x של נקודת החיתוך בין גרף הפונקציה והישר). ידוע כי הקטע AB מקביל לציר ה- y .



מהנקודות A ו-B מותחים אנכים לציר ה- y כך שנוצר המלבן ABCD.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את היקף המלבן ABCD.

ב. מצא את t בעבורו היקף המלבן הוא מינימלי.

ג. מה יהיה ההיקף במקרה זה?

תשובות סופיות:

1) א. $y=\frac{27}{2x^2}$ ב. $x=3$, $y=1.5$.

2) א. 16 , 16 ב. 32.

3) א. $\frac{27}{x^2}$ ב. 3 , 3 , 3.

4) א. 0.5 , 2 ב. 1.

5) א. $3x$, $9x$ ב. $S=x+\frac{1}{3x}+\frac{1}{9x}$ ג. $\frac{2}{3}$, 2 , 6 .

6) 7 , -7.

7) א. $y=\frac{16}{x+1}$ ב. $x=3$, $y=4$ ג. $S=7$.

8) א. 11 ס״מ ו-22 ס״מ.

9) 12 ס״מ ו-16 ס״מ.

10) 14 ס״מ ו-84 ס״מ.

11) 6 מטרים ו-20 מטרים.

12) א. 6 ס״מ על 10 ס״מ ב. 12 ס״מ על 20 ס״מ.

13) 9 ס״מ על 18 ס״מ.

14) א. 15 ס״מ על 9 ס״מ ב. $S=75$.

15) א. 2 ס״מ על 6 ס״מ ב. $S=48$.

16) 9 ס״מ על 18 ס״מ.

17) א. 11 ס״מ על 22 ס״מ ב. $S=98$.

18) א. $A(2,0.25)$ ב. $AB=\frac{1}{2}$.

19) $A(2,4)$.

20) א. $A(2,6)$ ב. $p=16$.

21) א. $A(-2,2)$ ב. $AB=7$.

22) א. $A(0.5,2)$ ב. 2, הנקודה B ממוקמת על ציר ה- x .

23) א. $S=t^2+\frac{16}{t}$, $t+\frac{16}{t^2}$ ב. $t=2$ ג. $S=12$.

24) א. $P=4t+\frac{16}{t^2}+6$ ב. $t=2$ ג. $S=14$.

25) $A(1,2)$.

26) א. $P=\frac{3t^2-2t-5}{2(t-2)}$ ב. $t=3$ ג. 8 ס"מ.

27) א. $y=-x-2$ ב. $A(6,4)$ ג. 12 ס"מ.

28) א. $h=\frac{96}{x^2}$ ב. $S=6x^2+\frac{768}{x}$ ג. $x=4 \rightarrow 4\ ,\ 6\ ,\ 12$

29) א. $h=\frac{792}{x^2}$ ב. $S=2x^2+\frac{2916}{x}$ ג. $x=9$.

30) א. 6 , 3 ב. $h=2$.

31) א. i. $h=\frac{128}{r^2}$ ii. $S=\frac{256\pi}{r}+2\pi r^2$ ב. $r=4$ ג. $V=128\pi$.

32) א. $h=\frac{512}{x^2}$, $S=\frac{1024\pi}{x}+\pi x^2$ ב. $x=8$ ג. $S=192\pi$.

33) א. $BC=\frac{6x}{x-12}$ ב. 12 ס"מ ו-24 ס"מ.

34) א. $DF=\frac{8x}{x-2}$ ב. מתקבלת הפונקציה: $L=\frac{x^2+6x}{x-2}$. הפתרון הוא: $x=6$.
ג. $L=18$.

35) א. $y=-3x-5$ ב. $A(4,7)$ ג. $AB=24$.

36) $A(10,2.5)$

37) א. $A(2,2)$ ב. בקצה התחום שטח המלבן יהיה אפס ולכן: $A(0,0)$.

38) א. $P=\frac{1.28t^2+0.72t+16}{t-1}$ ב. $t=4\frac{3}{4}$ ג. $P=12.88$.

תרגילים העוסקים בפונקצית שורש:

***הערה: לשאלות בחוצץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.**

1) x ו- y הם שני מספרים המקיימים: $x+y=15$.

א. הבע את y באמצעות x.

ב. מצא את x ו- y בעבורם סכום השורשים שלהם יהיה מקסימלי.

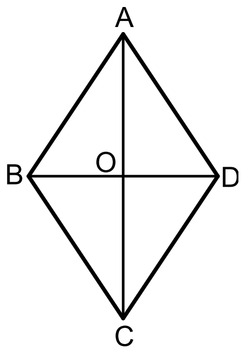
2) נתונים שני מספרים חיוביים x ו- y המקיימים: $3x+y=36$.

א. הבע את y באמצעות x.

ב. מצא את המספרים בעבורם סכום השורשים שלהם מקסימלי.

ג. מה יהיה סכום השורשים שלהם במקרה זה?

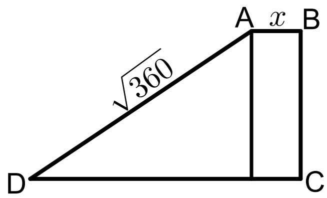
3) נתון המעוין ABCD. ידוע כי סכום אורכי האלכסונים של המעוין הוא 80 ס"מ.
הנקודה O היא נקודת מפגש האלכסונים במעוין.
הקטע AO יסומן ב- x.



א. הבע את אורכי האלכסונים באמצעות x.

ב. מה צריך להיות ערכו של x בעבורו אורך צלע המעוין היא מינימלית?

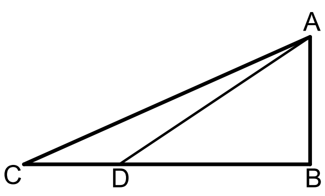
4) באיור שלפניך מתואר טרפז ישר זווית ABCD המחולק למלבן ומשולש ישר זווית.
גובה הטרפז BC גדול פי 3 מהבסיס הקטן AB
ואורך השוק הארוכה AD הוא $\sqrt{360}$.
הבסיס הקטן יסומן ב- x.



א. הבע באמצעות x את אורך הבסיס הגדול DC.

ב. מצא את ערכו של x בעבורו אורך הבסיס DC יהיה מקסימלי.

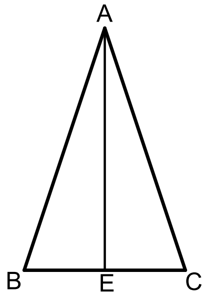
5) המשולש ABC הוא משולש ישר זווית. הנקודה D נמצאת על הניצב BC כך שהקטע BD גדול פי 2 מהקטע CD. ידוע כי סכום הניצבים הוא 13 ס"מ.



א. מצא את אורכי הניצבים בעבורם אורך הקטע AD יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה אורך היתר AC במקרה זה?

6) המשולש ABC הוא שווה שוקיים (AB=AC).
הקטע AE הוא גובה לבסיס BC.
ידוע כי סכום אורכי הבסיס והגובה הוא 20 ס״מ.
הגובה AE יסומן ב- x .

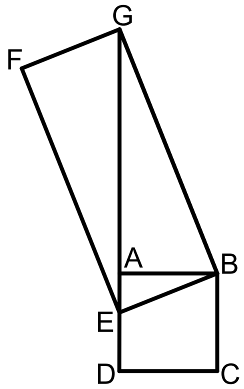


א. הבע באמצעות x את היקף המשולש ABC.

ב. מצא את x בעבורו ההיקף שהבעת בסעיף הקודם הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של x שמצאת בסעיף הקודם מה הוא השטח של המשולש?

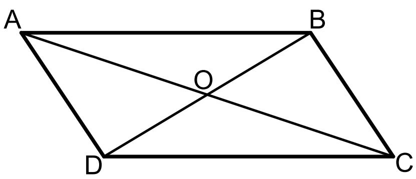
7) המרובע ABCD הוא ריבוע.
הנקודה E נמצאת על הצלע AD של הריבוע
והנקודה G נמצאת על המשך הצלע AD.
מעבירים את הקטעים BE ו-BG ומוסיפים את
הנקודה F, כך שהמרובע BEFG הוא מלבן כמתואר באיור.
הקטע AG גדול פי 2 מהצלע BE של המלבן וסכום
הצלע BE ואלכסון המלבן GE
הוא 16 ס״מ. הקטע BE יסומן ב- x .



א. הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

ב. מצא את x בעבורו אורך צלע הריבוע תהיה מקסימלית.
(היעזר במשולש ABE).

8) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה O היא פגישת האלכסונים AC ו-BD.
ידוע כי האלכסון BD מאונך לצלעות BC ו-AD של המקבילית.
כמו כן האלכסון AC גדול ב- 27 ס״מ מהצלע BC.
סמן את הצלע BC ב- x וענה על השאלות הבאות:

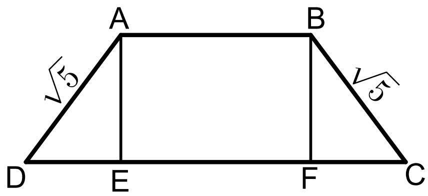


א. הבע באמצעות x את אורך הקטע CO.

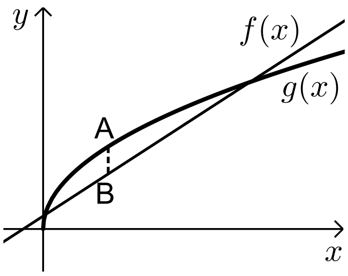
ב. הבע באמצעות x את אורך הקטע BO.

ג. מצא בעבור איזה ערך של x יהיה אורך הקטע BO מקסימלי.

9) המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.
מורידים את הגבהים לטרפז AE ו-BF כך שהמרובע ABFE הוא ריבוע.
ידוע כי אורך שוק בטרפז הוא $\sqrt{5}$ ס"מ.
מצא מה צריך להיות אורך הבסיס הקטן AB בעבורו אורך הבסיס DC יהיה מקסימלי.



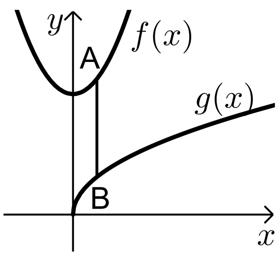
10) באיור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=x+3$ ו- $g(x)=4\sqrt{x}$.
מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $g(x)$ ונקודה B על גרף הפונקציה $f(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.



א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבורם אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

11) נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=2x^2+30$ ו- $g(x)=8\sqrt{x}$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



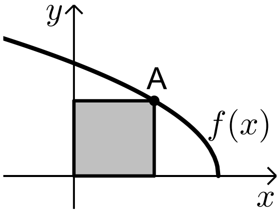
א. הבע באמצעות t את:

i. שיעורי הנקודה B.

ii. אורך הקטע AB.

ב. מצא את t בעבורו אורך הקטע AB יהיה מינימלי.

12) נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sqrt{4-x}$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.
מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן (בעל השטח המסומן).
מסמנים את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



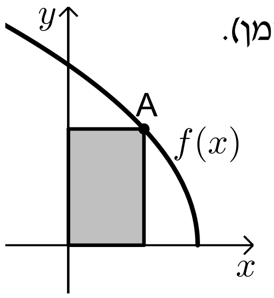
א. הבע באמצעות t את היקף המלבן.

ב. מצא את t בעבורו היקף המלבן יהיה מקסימלי.

ג. מה יהיה היקף המלבן במקרה זה?

13) נתונה הפונקציה: $f\left(x\right)=4\sqrt{5-x}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f\left(x\right)$ ברביע הראשון.
מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן (בעל השטח המסומן).
מסמנים את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.

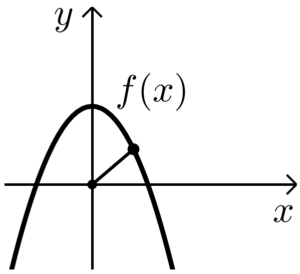


א. הבע באמצעות t את היקף המלבן.

ב. מצא את t בעבורו היקף המלבן יהיה מקסימלי.

ג. מה יהיה היקף המלבן במקרה זה?

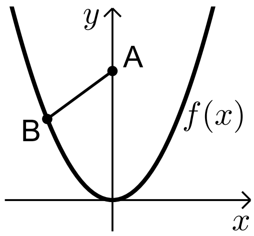
14) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f\left(x\right)=6\frac{3}{4}-x^2$.



א. מצא נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון שמרחקה מראשית הצירים הוא מינימלי.

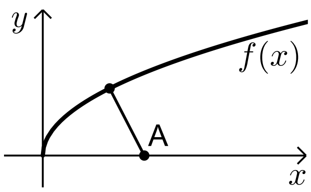
ב. האם קיימת נקודה על גרף הפונקציה שמרחקה מראשית הצירים הוא מקסימלי?
אם כן היכן היא ממוקמת?

15) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f\left(x\right)=\frac{1}{4}x^2$.



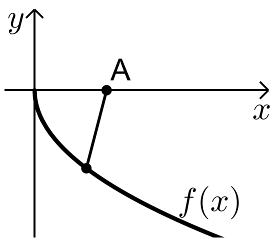
הנקודה $A\left(0,6\right)$ נמצאת על ציר ה- y
והנקודה B היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה ברביע השני. מצא את שיעורי הנקודה B בעבורם המרחק בין A ל-B יהיה מינימלי.

16) נתון גרף הפונקציה: $f\left(x\right)=2\sqrt{x}$.



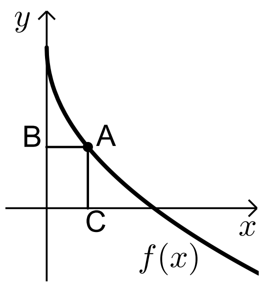
מצא נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון שמרחקה מהנקודה $A\left(6,0\right)$ מינימלי.

17) נתון גרף הפונקציה: $f\left(x\right)=-3\sqrt{x}$.



מצא נקודה על גרף הפונקציה ברביע הרביעי שמרחקה מהנקודה $A\left(5.5,0\right)$ הוא מינימלי.

18) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=6-3\sqrt{x}$.

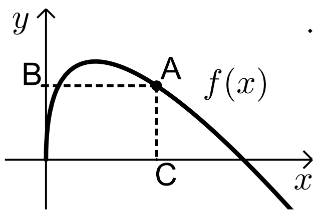


הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון.
מהנקודה A מותחים אנכים לצירים אשר
חותכים אותם בנקודות B ו-C כמתואר באיור.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.

א. הבע באמצעות t את סכום הקטעים AC+AB.

ב. מצא את ערכו של t בעבורו סכום הקטעים הנ״ל יהיה מינימלי.

19) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=8\sqrt{x}-2x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$
ברביע הראשון.
מהנקודה A מותחים אנכים לצירים AB ו-AC
כמתואר באיור.
מצא את שיעורי הנקודה A בעבורם סכום הקטעים AB+AC יהיה מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. $y=15-x$ ב. $x=y=7.5$.

2) א. $y=36-3x$ ב. $x=3$, $y=27$ ג. $4\sqrt{3}-6.92$.

3) א. $AC=2x$, $BD=80-2x$ ב. $x=20$.

4) א. $DC=x+3\sqrt{40-x^2}$ ב. $x=2$.

5) א. $AB=4$, $BC=9$ ב. $AC=\sqrt{97}$.

6) א. $P=2\sqrt{1.25x^2-10+100}+20-x$ ב. $x=8$ ג. 48.

7) א. $AE=16-3x$ ב. $x=6$.

8) א. $CO=0.5x+13.5$ ב. $BO=\sqrt{-\frac{3x^2}{4}+\frac{27x}{2}+182\frac{1}{4}}$ ג. $x=9$.

9) $AB=1$.

10) א. $A(4,8)$ ב. $AB=1$.

11) א. i. $B\left(t,8\sqrt{t}\right)$ א. ii. $AB=2t^2-8\sqrt{t}+30$ ב. $t=1$.

12) א. $P=2t+4\sqrt{4-t}$ ב. $t=3$ ג. $P=10$.

13) א. $P=2t+8\sqrt{5-t}$ ב. $t=1$ ג. $P=18$.

14) א. $(2.5,0.5)$ ב. כן, הנקודה $(0,6.75)$ והיא נמצאת על ציר ה- y.

15) $B(-4,4)$.

16) $(4,4)$.

17) $(1,-3)$.

18) א. $l=t+6-3\sqrt{t}$ ב. $t=2.25$.

19) $(16,0)$.