

## תוכן העניינים:

|    |                     |
|----|---------------------|
| 2  | הנדסת המישור .....  |
| 2  | קטע האמצעים .....   |
| 2  | קטע אמצעים במשולש : |
| 2  | סיכום כללי :        |
| 3  | שאלות :             |
| 6  | תשובות סופיות :     |
| 7  | קטע אמצעים בטרפז :  |
| 7  | סיכום כללי :        |
| 8  | שאלות :             |
| 10 | תשובות סופיות :     |

# הנדסת המישור

## קטע האמצעים

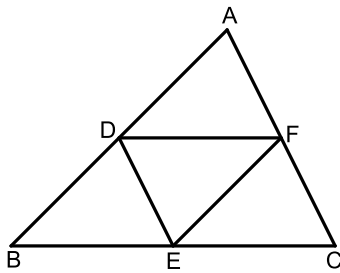
### קטע אמצעים במשולש:

סיכום כללי:

הגדרה:

קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.

תכונות של קטע אמצעים:



- יוצא מאמצע צלע אחת ( $AD = BD$ ).
- מגיע לאמצע צלע שניה ( $AF = CF$ ).
- מקביל לצלע השלישית ( $DF \parallel BC$ ).
- שווה למחצית הצלע המקבילה לו ( $DF = \frac{BC}{2}$ ).

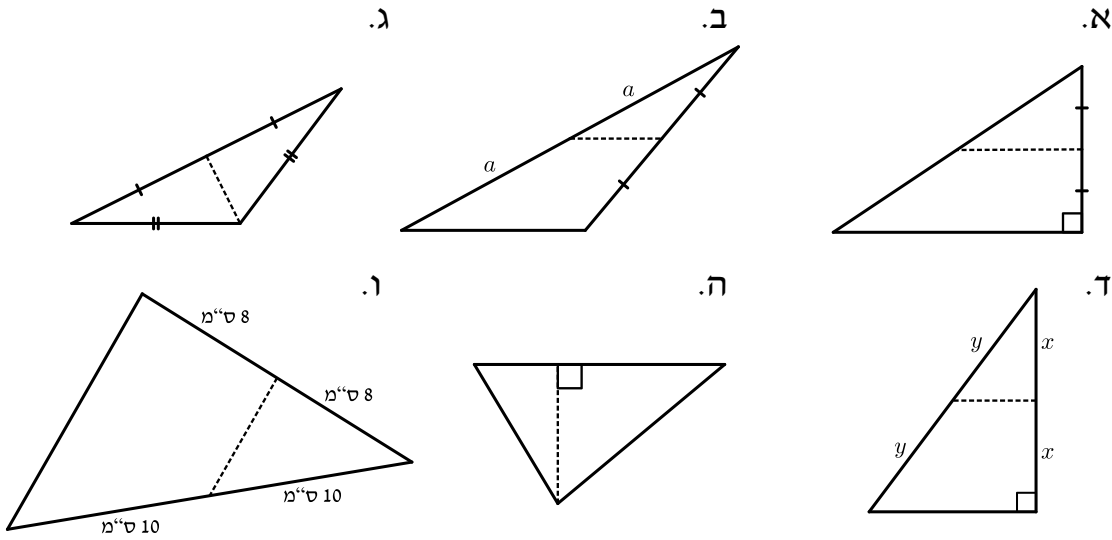
משפטים:

כדי להוכיח כי קטע מסוים במשולש הוא קטע אמצעים יש להראות כי הוא מקיים 2 מתוך 4 התכונות שלו (אך לא כל הצירופים אפשריים).

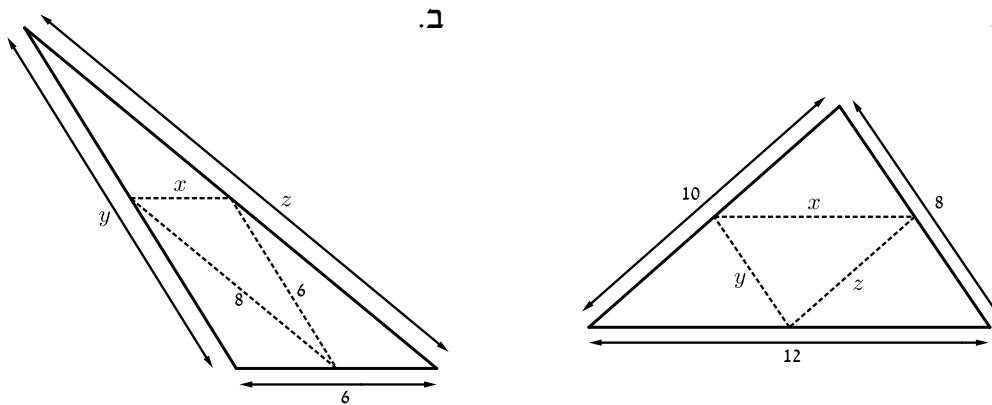
- קטע היוצא מאמצע צלע אחת ומגיע לאמצע צלע אחרת הוא קטע אמצעים.
- קטע היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת הוא קטע אמצעים.
- קטע המקביל לצלע במשולש ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.

שאלות:

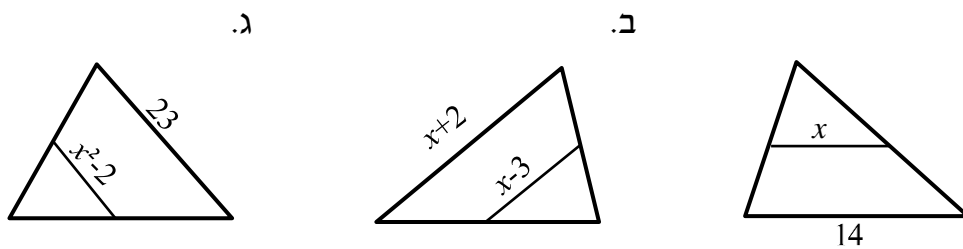
1) קבע בכל אחד מהסרטוטים הבאים האם הקו המקווקו הוא קטע אמצעים בוודאות או לא. נמק את תשובתך.

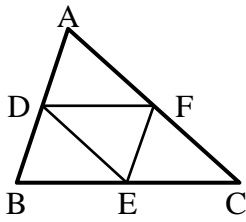


2) בסרטוטים שלפניך הקטעים המקווקים הם קטעי אמצעים בכל משולש. כל המידות נתונות בס"מ. חשב את ערכם של הגדלים  $x, y$  ו- $z$ .

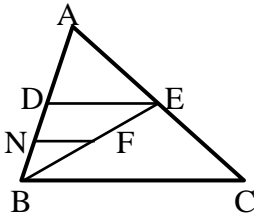


3) לפניך משולשים עם קטע אמצעים בתוכם. מצא את  $x$  בכל אחד מהמקרים:



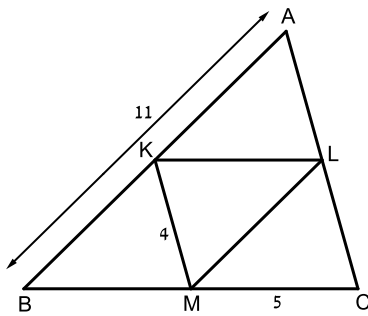


- 4 הנקודות D, E ו-F הם נקודות האמצע במשולש  $\triangle ABC$ .  
נתון:  $DE = 9$  ס"מ,  $EF = 12$  ס"מ,  $DF = 10$  ס"מ.  
חשב את היקף המשולש  $\triangle ABC$ .



- 5 הקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש  $\triangle ABC$ .  
הקטע FN הוא קטע אמצעים במשולש  $\triangle BDE$ .  
נתון:  $NF = 3$  ס"מ. מצא את אורך הצלע BC.

- 6 נתון משולש ABC ובו הקטעים KL, LM ו-KM הם קטעי אמצעים.  
כל המידות נתונות בס"מ.



- א. מה הם אורכי הגדלים AC, KL ו-ML?  
ב. מהו היקף המשולש KLM?  
ג. מהו היקף המשולש ABC?  
ד. פי כמה גדול היקף המשולש ABC מהיקף המשולש KLM?  
ה. פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש KLM?

- 7 סרטט משולש ABC כלשהו.

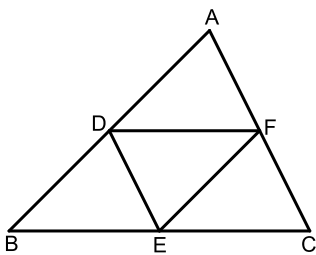
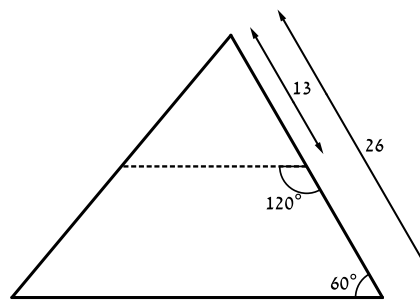
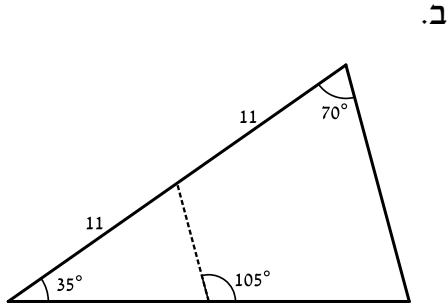
סמן את נקודות האמצע של צלעות AB, BC ו-AC ב-E, F ו-G בהתאמה.  
הוסף לסרטוט שלך את שלושת קטעי האמצעים EF, GF ו-GE וענה על הסעיפים הבאים:

- א. רשום את כל זוגות המשולשים שדומים אחד לשני והסבר מדוע הם דומים.  
ב. רשום את כל זוגות המשולשים שחופפים אחד לשני והסבר מדוע הם חופפים.  
ג. קבע האם קיימות מקבילות בסרטוט. אם כן – רשום אותן, אם לא – נמק.

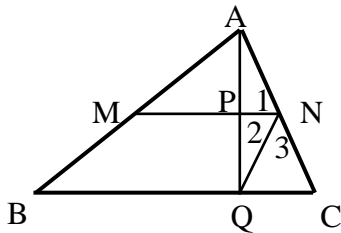
- 8 נתון משולש ABC ובו הנקודות D, E ו-F הן אמצעי הצלעות AB, BC ו-AC בהתאמה. סרטט משולש מתאים והוכח את הטענות הבאות:

- א. היקף המשולש DEF קטן פי 2 מהיקף המשולש ABC.  
ב. שטח המשולש DEF קטן פי 4 משטח המשולש ABC.  
ג. אם המשולש ABC הוא שווה שוקיים אז גם המשולש DEF הוא שווה שוקיים.  
ד. אם המשולש ABC הוא ישר זווית אז גם המשולש DEF הוא ישר זווית.

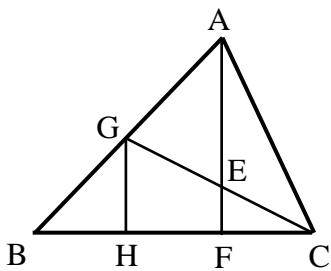
9) בכל אחד מהסרטוטים הבאים קבע האם הקטע המקווקו הינו קטע אמצעים במשולש. כל האורכים נתונים בס"מ. נמק את תשובתך.



- הוכח כי DF הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
- הוכח כי שטחי המקביליות DFCE ו-DFEB שווים.
- הוכח כי סכום שטחי המקביליות DFCE ו-DFEB שווה לשטח המשולש ABC.



- הוכח:  $\angle N_1 = \angle N_2$ .
- הוכח:  $\angle N_1 = \angle N_2$ .



- הוכח:  $HF = BH$ .
- נתון בנוסף כי הגובה AF חוצה את התיכון GC ושגודלו של AF הוא 12 ס"מ. חשב את אורך הקטע EF.

**תשובות סופיות:**

- (1) קטע אמצעים: ב', ד', ו'. אינו קטע אמצעים: א', ג', ה.
- (2) א.  $x=6, y=4, z=5$  ב.  $x=3, y=12, z=16$
- (3) א.  $x=7$  ב.  $x=8$  ג.  $x=\sqrt{13.5}$
- (4) 62 ס"מ.
- (5) 12 ס"מ.
- (6) א. 8 ס"מ  $AC =$  ב. 14.5 ס"מ  $P_{KLM} =$  ג. 29 ס"מ  $P_{ABC} =$
- ד. 2. ה. 4.
- (7) א.  $\triangle FGE \sim \triangle EBF \sim \triangle AEG \sim \triangle ABC \sim \triangle GFC$
- ב.  $\triangle GFC \cong \triangle FGE \cong \triangle AEG \cong \triangle EBF$  לפי צ.צ.צ.
- ג. מקביליות: EGCF, EGFB, GFEA.
- (8) ראה פתרון מלא בסרטוני הוידאו.
- (9) א. הקטע הוא קטע אמצעים. ב. הקטע הוא קטע אמצעים.
- (10) שאלת הוכחה.
- (11) שאלת הוכחה.
- (12) א. שאלת הוכחה. ב. 3 ס"מ.

## קטע אמצעים בטרפז:

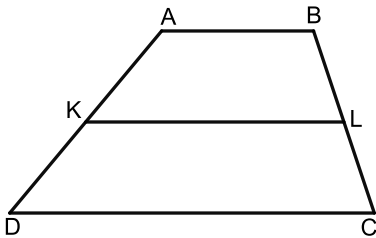
**סיכום כללי:**

**הגדרה:**

קטע המחבר את אמצעי שוקי הטרפז נקרא קטע אמצעים בטרפז.

בצורה מתמטית:

אם ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ) ובו הקטע KL מקיים:  $CL = BL$ ,  $AK = KD$  אז הוא קטע אמצעים בטרפז.



**תכונות של קטע האמצעים בטרפז:**

- יוצא מאמצע שוק אחת ( $AK = DK$ ).
- מגיע לאמצע שוק שניה ( $BL = CL$ ).
- מקביל לבסיסים ( $AB \parallel CD \parallel KL$ ).

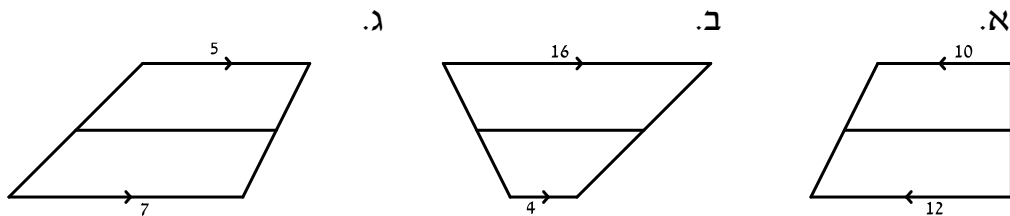
- שווה לממוצע (חשבוני) של הבסיסים ( $KL = \frac{AB + CD}{2}$ ).

**משפטים:**

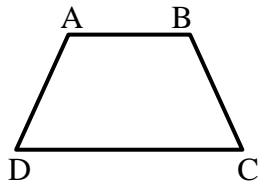
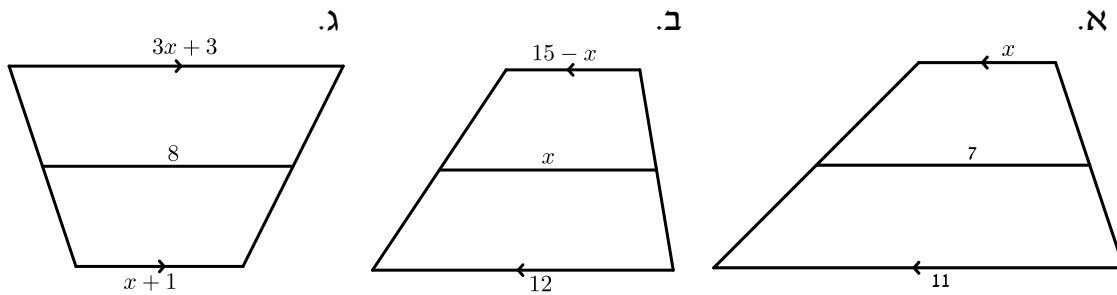
- קטע היוצא מאמצע שוק אחת ומגיע לאמצע השוק השנייה הוא קטע אמצעים בטרפז.
- קטע היוצא מאמצע שוק אחת ומקביל לבסיסים הוא קטע אמצעים בטרפז.
- קטע המקביל לבסיסים ושווה לממוצע שלהם הוא קטע אמצעים בטרפז.

שאלות:

- (1) בכל אחד מהסרטוטים הבאים נתון טרפז ובו קטע אמצעים.  
חשב את אורכו של קטע האמצעים בהתאם למידות בס"מ הנתונות בסרטוטים.



- (2) בכל אחד מהסרטוטים הבאים נתון טרפז ובו קטע אמצעים.  
מצא את ערכו של  $x$  בהתאם למידות הנתונות בס"מ.

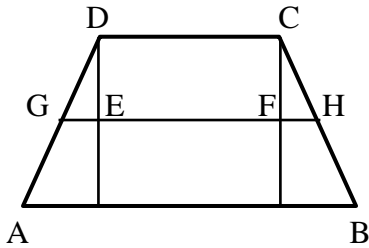


- (3) סכום כל אורכי הצלעות של טרפז שווה שוקיים הוא 54 ס"מ.  
אורך קטע האמצעים הוא 13 ס"מ.  
מצא את אורך שוק הטרפז.

- (4) אורכי השוקיים של טרפז הם 15 ס"מ ו-22 ס"מ.  
אורך הקטע האמצעים בו הוא 18 ס"מ.  
מצא את היקף הטרפז.

- (5) נתון טרפז שהיקפו הוא 24 ס"מ ובו סכום אורכי השוקיים הוא 14 ס"מ.  
א. מה הוא אורך קטע האמצעים בטרפז?  
ב. ההפרש בין אורכי בסיסי הטרפז (הבסיס הגדול פחות הבסיס הקטן) הוא 4 ס"מ. מצא את אורכי בסיסי הטרפז.





6) בטרפז ABCD ( $AB \parallel CD$ ) הורדו מקצות

הבסיס הקטן אנכים לבסיס הגדול.

קטע האמצעים GH חותך גבהים אלה בנקודות E ו-F.

נתון:  $GE = 3$  ס"מ,  $EF = 12$  ס"מ,  $FH = 2$  ס"מ.

חשב את בסיסי הטרפז.

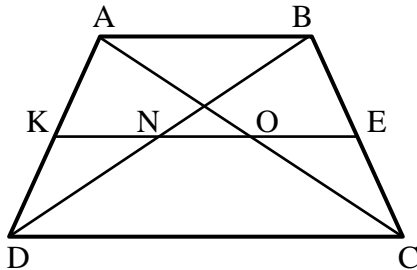
7) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את היקפו של טרפז שווה שוקיים שבו אורך הקטע האמצעים

שווה לאורך השוק והוא 6 ס"מ.

ב. הראה כי בכל טרפז שווה שוקיים שבו קטע האמצעים שווה לשוק

הטרפז, היקף הטרפז גדול פי 4 מאורך קטע האמצעים.



8) המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ).

KE הוא קטע אמצעים בטרפז, החותך את

אלכסוני הטרפז בנקודות N ו-O.

א. הוכח כי:  $KN = EO$ .

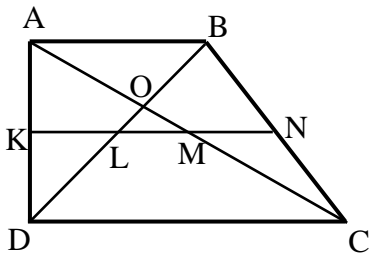
ב. בטרפז הנ"ל נתון:

$AB = 14$  ס"מ,  $DC = 26$  ס"מ.

חשב את אורכי הקטעים  $KN$ ,  $NO$  ו- $EO$ .

ג. בטרפז הנ"ל נתון:  $KE = 13$  ס"מ,

$NO = 3$  ס"מ. חשב את בסיסי הטרפז.



9) KN הוא קטע אמצעים בטרפז ישר

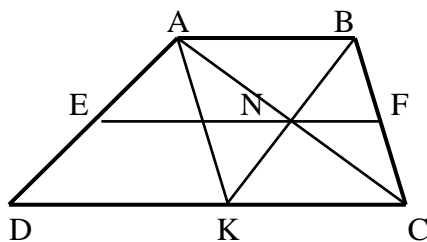
זווית ABCD שאלכסוניו ( $AB \parallel CD$ ,  $AD \perp AB$ )

נפגשים בנקודה O.

נתון:  $AD = 12$  ס"מ,  $DC = 2AB$ ,  $\angle ADB = 45^\circ$ .

חשב את אורך הקטע LM

והוכח כי:  $KL = LM = MN$ .



10) מרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ).

EF הוא קטע אמצעים. AC ו-BK נפגשים

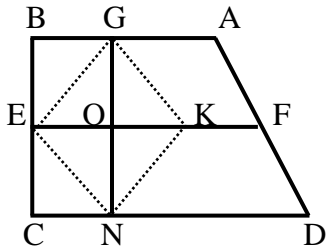
בנקודה N הנמצאת על EF.

א. הוכח כי מרובע ABCK הוא מקבילית.

ב. נתון:  $EF = 13$  ס"מ,  $EN = 9$  ס"מ.

חשב את בסיסי הטרפז AB ו-DC

ואת הקטע DK.



- 11) המרובע ABCD הוא טרפז ישר  
 זווית  $(AB \parallel CD, \sphericalangle B = 90^\circ)$ .  
 EF קטע אמצעים בטרפז.  
 G ו-N הן נקודות על AB ו-CD  
 בהתאמה המקיימות:  $GN \perp DC$ .  
 בנוסף נתון:  $\sphericalangle D < 90^\circ, KO = EO$ .  
 הוכח כי מרובע GENK הוא מעוין.

### תשובות סופיות:

- (1) א. 11 ס"מ      ב. 10 ס"מ      ג. 6 ס"מ.  
 (2) א. 3 ס"מ  $x =$       ב. 9 ס"מ  $x =$       ג. 3 ס"מ  $x =$ .  
 (3) 14 ס"מ.  
 (4) 73 ס"מ.  
 (5) א. 5 ס"מ      ב. 3 ס"מ ו-7 ס"מ.  
 (6) א. 22 ס"מ ו-12 ס"מ.  
 (7) א. 24 ס"מ      ב. שאלת הוכחה.  
 (8) א. שאלת הוכחה.      ב. 7 ס"מ  $KN = EO =$ , 6 ס"מ  $NO =$ .  
 ג. 10 ס"מ  $AB =$ , 16 ס"מ  $DC =$ .  
 (9) 6 ס"מ.  
 (10) א. שאלת הוכחה.      ב. 8 ס"מ  $AB =$ , 18 ס"מ  $DC =$ , 10 ס"מ  $DK =$ .  
 (11) שאלת הוכחה.